

Solusi Kuis ke-1 IF2091 Struktur Diskrit (3 SKS) - Logika, Himpunan, Relasi dan Fungsi  
Dosen: Rinaldi Munir, Harlili  
Senin, 24 September 2012  
Waktu: 55 menit

1. Ubahlah masing-masing kalimat berikut ke dalam *compound statement* tanpa melibatkan implikasi dan biimplikasi.
- Duduk terlalu lama di depan komputer mengakibatkan gangguan pada penglihatan dan kelainan pada postur tubuh.
  - Jika kamu ingin diperlakukan baik oleh orang lain maka berlakulah baik terlebih dahulu, begitu pula sebaliknya.

Jawaban:

a. Misal :

p = Duduk terlalu lama di depan komputer

q = gangguan pada penglihatan

r = kelainan pada postur tubuh

kalimat tersebut apabila ditranslasikan ke dalam *compound statement*, akan didapatkan hasil berikut :

$$\begin{aligned} p &\rightarrow (q \wedge r) \\ \Leftrightarrow &\sim(p \wedge \sim(q \wedge r)) \\ \Leftrightarrow &\sim p \vee (q \wedge r) \end{aligned}$$

b. Misal :

s = diperlakukan baik oleh orang lain

t = berlaku baik terlebih dahulu

kalimat tersebut apabila ditranslasikan ke dalam *compound statement*, akan didapatkan hasil berikut :

$$\begin{aligned} s &\leftrightarrow t \\ \Leftrightarrow &(s \rightarrow t) \wedge (t \rightarrow s) \\ \Leftrightarrow &(\sim s \vee t) \wedge (\sim t \vee s) \end{aligned}$$

2. Bima, CH, dan Destra sedang diintrogasi oleh *polygraph* milik Erwin yang baru saja kehilangan kuenya. Mereka bertiga dicurigai dan memberikan argumen berikut:

*Bima: Jika Destra tidak memakan kue itu maka CH juga tidak*

*CH: Jika Bima memakan kue itu maka saya dan Destra tidak memakannya*

*Destra: Jika Bima tidak memakannya tetapi CH iya maka saya tidak memakannya*

Ternyata *polygraph* milik Erwin menunjukkan hanya CH yang berkata jujur. Jadi, siapakah yang memakan kue milik Erwin?

Jawaban:

Soal salah, seharusnya hanya Destra yang berkata jujur menurut soal. Jika soal diubah menjadi demikian, maka penyelesaiannya menjadi sebagai berikut:

Misalkan

p: Bima tidak memakan kue

q: CH tidak memakan kue

r: Destra tidak memakan kue

Maka pernyataan Bima (B) menjadi  $r \Rightarrow q$ , pernyataan CH (C) menjadi  $\neg p \Rightarrow (q \wedge r)$ , pernyataan Destra (D) menjadi  $(p \wedge \neg q) \Rightarrow r$ . Bila dibuatkan tabel kebenarannya, didapat:

$p$	$q$	$r$	$r \Rightarrow q$	$\neg p \Rightarrow (q \wedge r)$	$(p \wedge \neg q) \Rightarrow r$
T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	T	T
T	F	T	F	T	T
T	F	F	T	T	F
F	T	T	T	T	T
F	T	F	T	F	T
F	F	T	F	F	T
F	F	F	T	F	T

Kondisi hanya Destra yang jujur terjadi saat  $p$  dan  $q$  salah sedangkan  $r$  benar. Jadi, Bima dan CH lah yang memakan kue milik Erwin.

Jika soal tidak diralat, jawaban yang benar tidak akan ditemukan. Walaupun begitu, soal tidak akan dianulir. Penilaian diberikan berdasarkan cara berpikir, sistematika pengerjaan soal, dan kebijakan asisten.

3. Buktikan bahwa:  $(A \oplus U) \oplus (A \oplus \bar{A}) = A$

Jawaban:

$$\begin{aligned}
 (A \oplus U) \oplus (A \oplus \bar{A}) &= A \\
 &= ((A - U) \cup (U - A)) \oplus (A \oplus \bar{A}) = A && \text{(Definisi operasi beda setangkep)} \\
 &= (\emptyset \cup \bar{A}) \oplus (A \oplus \bar{A}) = A && \text{(Hukum operasi selisih)} \\
 &= \bar{A} \oplus (A \oplus \bar{A}) = A && \text{(Hukum identitas)} \\
 &= \bar{A} \oplus ((A - \bar{A}) \cup (\bar{A} - A)) = A && \text{(Definisi operasi beda setangkep)} \\
 &= \bar{A} \oplus (A \cup \bar{A}) = A && \text{(Definisi operasi selisih)} \\
 &= \bar{A} \oplus U = A && \text{(Definisi komplemen)} \\
 &= (\bar{A} - U) \cup (U - \bar{A}) = A && \text{(Definisi operasi beda setangkep)} \\
 &= \emptyset \cup A = A && \text{(Hukum null dan hukum identitas)}
 \end{aligned}$$

Q.E.D

4. Hitunglah banyak bilangan genap diantara 1 sampai 2000 yang habis dibagi 7 tetapi tidak habis dibagi 9.

Jawaban:

Banyak bilangan tersebut adalah banyak bilangan yang habis dibagi 2 dan 7 dikurangi banyak bilangan yang habis dibagi 2,7, dan 9.

$$\text{Banyak bilangan habis dibagi 2 dan 7} = \left\lfloor \frac{2000}{14} \right\rfloor = 142. \text{ Banyak bilangan habis dibagi 2,7, dan 9 ada } \left\lfloor \frac{2000}{126} \right\rfloor = 15.$$

Jadi, banyak bilangan tersebut adalah  $142 - 15 = 127$ .

5. Terdapat matriks relasi sebagai berikut :

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Apakah matriks di atas bersifat :

- refleksif?
- setangkep?
- tolak setangkep?
- transitif?

Sebutkan alasannya!

Jawaban:

- Refleksif, karena elemen diagonal utamanya selalu bernilai 1
- Tidak setangkep, karena untuk  $(a,b) \in R$  tidak berlaku  $(b,a) \in R$ , hal ini dapat dilihat dari bentuk matriks yang tidak berbentuk pencerminan pada diagonalnya.

- c. Tolak setangkup, karena untuk  $(a,b) \in R$  berlaku  $(b,a) \in R$  jika dan hanya jika  $a=b$ , dapat dilihat dari bentuk matriks yang selalu berlawanan jika diambil garis di diagonalnya.
- d. Tidak transitif, karena untuk  $(a,b) \in R$  dan  $(b,c) \in R$ ,  $(a,c)$  belum tentu anggota  $R$ . Contohnya  $(1,3) \in R$ ,  $(3,4) \in R$  tetapi  $(1,4)$  bukan anggota  $R$ .

6. Diketahui Fungsi Chebysev sebagai berikut

$$T(n,x) \begin{cases} 1, n = 0 \\ x, n = 1 \\ 2xT(n-1, x) - T(n-2, x), n > 1 \end{cases}$$

Berdasarkan fungsi Chebysev di atas, tentukan  $T(4,2)$ .

Jawaban:

$$\begin{aligned} T(4,2) &= 2(2) T(3,2) - T(2,2) \\ &= 4(2(2)T(2,2) - T(1,2)) - (2(2)T(1,2) - T(0,2)) \\ &= 4(4T(2,2) - 2) - (4(2) - 1) \\ &= 16T(2,2) - 8 - 7 \\ &= 16(2(2)T(1,2) - T(0,2)) - 15 \\ &= 16(4(2) - 1) - 15 \\ &= 97 \end{aligned}$$