

# Strategi Permainan Menggambar Tanpa Mengangkat Pena

Benardi Atmadja - 13510078  
Program Studi Teknik Informatika  
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika  
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia  
benardiatmadja@itb.ac.id

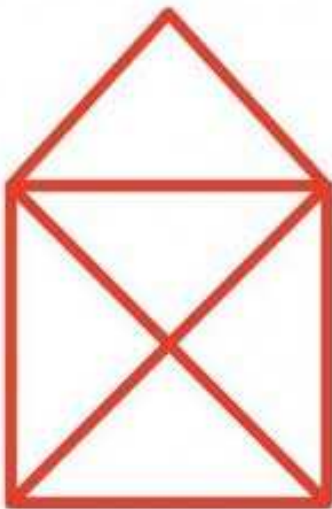
## ABSTRAK

Pada makalah ini dibahas mengenai strategi permainan menggambar tanpa mengangkat pena. Permainan ini sudah menjadi permainan yang sudah dikenal luas di masyarakat dunia. Sebuah gambar diberikan kemudian pemain diminta untuk menggambar kembali tanpa mengangkat penanya. Permainan ini menggunakan teorema Euler. Kemudian menggunakan prinsip tersebut untuk membuat maka permainan ini dapat diselesaikan dengan mudah.

**Kata Kunci** — Lintasan Euler, Sirkuit Euler, tanpa mengangkat pena, Strategi permainan

## 1. PENDAHULUAN

### 1.1 Permainan menggambar tanpa mengangkat Pena



Gambar 1 Contoh objek permainan

Permainan menggambar tanpa mengangkat pena sudah terkenal umum di dunia. Permainan dilakukan dengan mengikuti gambar dari suatu objek yang terdiri dari garis tanpa mengangkat pena dari kertas dan menggambar garis hanya satu kali dari tiap jalur. Kecenderungan para pemain adalah mencoba secara trivial gambar tersebut. Ketika gambar masih sederhana hal tersebut tidaklah masalah akan tetapi ketika gambar sudah cukup rumit, cara dengan trivial menjadi tidak efektif.

Misalkan gambar 1. Dapatkah digambar dengan tanpa mengangkat pena? Tentunya pemain akan dapat mencobanya dan menyelesaikan permainan ini. Permainan

ini juga diadaptasi sehingga dapat dimainkan pada bentuk yang lain. Penulis telah menemukan berbagai permainan yang menggunakan metode dasar seperti ini. Hanya saja pada permainan yang sudah dimodelkan, tidak dimungkinkan bahwa gambar tersebut tidak mungkin. Pasti ada suatu cara untuk menyelesaikan gambar tersebut.

Contohnya dimodelkan pada game flash Links.



Gambar 2 Level pada game flash Links

Pemain dapat memulai dari titik manapun kemudian memilih titik mana saja yang ingin dilewati, bila pemain dapat membentuk gambar tersebut maka dia menang.

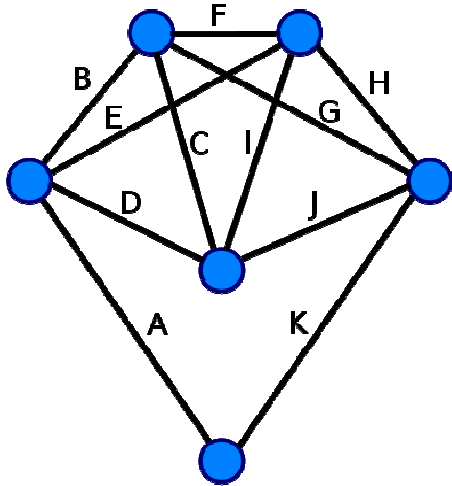
### 1.2 Graf

Graf adalah salah satu model matematika yang merepresentasikan objek – objek diskrit dan melihat keterkaitan atau hubungan di antara objek – objek tersebut. Representasi visual dari graf adalah dengan menyatakan objek sebagai simpul dan hubungan antar objek sebagai sisi.

Graf memiliki banyak kegunaan. Umumnya digunakan untuk memodelkan suatu permasalahan agar dapat menjadi lebih mudah. Contoh permasalahan yang dapat dimodelkan dengan menggunakan graf yaitu: penggambaran rangkaian listrik, senyawa kimia, jaringan komunikasi, jaringan network komputer, analisis algoritma, peta, dan lain – lain.

### 1.3 Sirkuit dan Lintasan Euler

Lintasan Euler ialah lintasan yang melalui masing-masing sisi di dalam graf tepat satu kali. Sedangkan Sirkuit Euler ialah sirkuit yang melewati masing-masing sisi tepat satu kali.



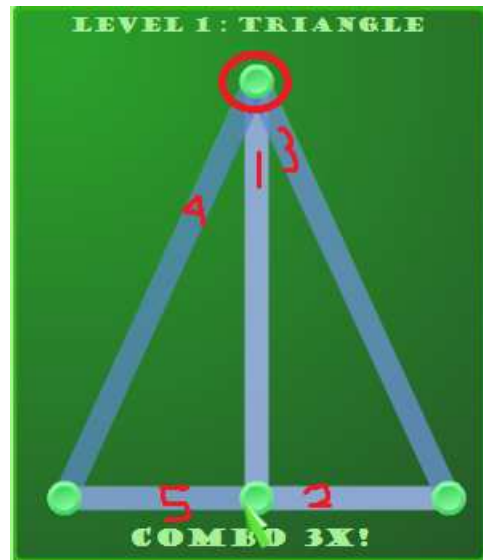
Gambar 3 salah satu graf Euler

Graf yang mempunyai sirkuit Euler disebut **graf Euler** (*Eulerian graph*). Graf yang mempunyai lintasan Euler dinamakan juga graf **semi-Euler** (*semi-Eulerian graph*). Teorema Euler digunakan untuk menentukan apakah suatu graf merupakan graf Euler atau semi-Euler. Teorema Euler:

- Graf tidak berarah memiliki lintasan Euler jika dan hanya jika terhubung dan memiliki dua buah simpul berderajat ganjil atau tidak ada simpul berderajat ganjil sama sekali.
- **TEOREMA.** Graf tidak berarah  $G$  adalah graf Euler (memiliki sirkuit Euler) jika dan hanya jika setiap simpul berderajat genap.

## 2. ANALISIS PERMAINAN MENGGAMBAR TANPA MENGANGKAT PENA

Kendala yang sering terjadi adalah menentukan mulai menggambar dari titik yang mana. Pada contoh, pemain dapat memilih jalur 1-2-3-4-5 atau 1-5-4-3-2 atau 3-2-1-4-5 atau solusi lain.



Gambar 4 analisis graf dengan simpul berderajat ganjil

Perhatikan bahwa memilih titik yang dilingkari merah atau memilih titik yang ditunjuk anak panah akan menyelesaikan permainan dengan mudah.

Gambar merupakan suatu contoh Graf semi Euler yaitu memiliki lintasan Euler.

Pada gambar di atas, simpul yang dilingkari merah dan simpul yang ditunjuk dengan menggunakan anak panah masing-masing memiliki derajat ganjil yaitu 3. Sedangkan dua buah simpul disampingnya memiliki derajat 2.

Sekarang mari perhatikan bahwa memulai gambar dari simpul yang berderajat 2 pada graf Semi Euler tidak akan dapat memenangkan permainan tersebut.



Gambar 5 analisis graf dengan simpul berderajat genap

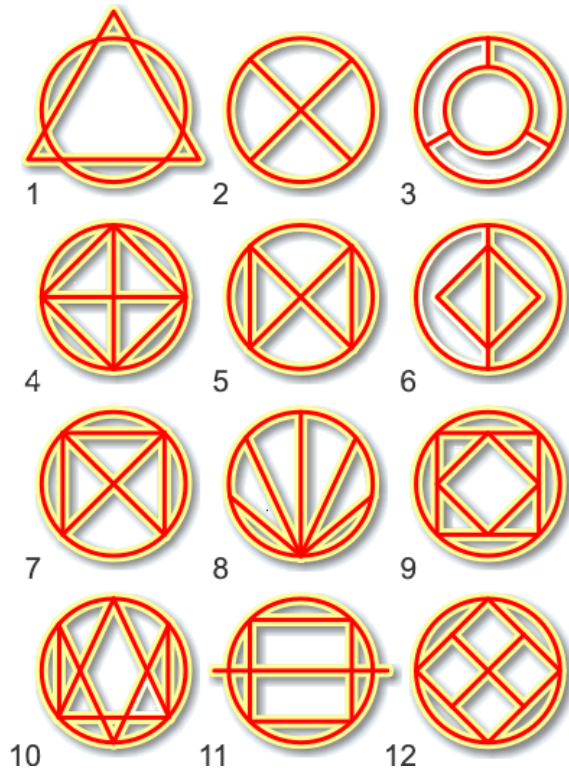
Misalkan diambil titik yang dilingkari. Kemungkinan garis yang akan dibuat selanjutnya adalah 5 atau. Bila diambil 1-2-3-4 maka gambar berhenti dan sisi 5 tidak dapat dibuat. Begitu pula bila diambil jalur lain 1-2-3-5,

maka sisi 4 tidak dilalui. Bila ingin diambil jalur 1-4-3-2 maka akan sama dengan cara pertama, sisi ke 5 tetap tidak dapat dilalui.

Masalah yang sama juga akan muncul pada simpul yang berada di sebelah kanan. Cara yang mungkin adalah 2-1-5-4 atau 2-1-5-3 atau cara lainnya yang tidak mungkin menyelesaikan gambar tersebut.

Pada persoalan rumah bergambar merah yang terdapat pada bagian pendahuluan, dapat dilihat bahwa gambar tersebut tidak diketahui apakah bisa digambar tanpa mengangkat pena.

Dengan menggunakan teorema Euler, dapat dihitung bahwa simpul memiliki 2 buah derajat ganjil (3) yang berada di bagian bawah gambar. Sedangkan sisanya memiliki derajat genap, (4) (4) (4) (2). Gambar ini merupakan graf semi-Euler yang dapat digambar tanpa mengangkat pena. Solusinya: A-B-C-E-D-F-A-C-D-B  
Contoh lain:

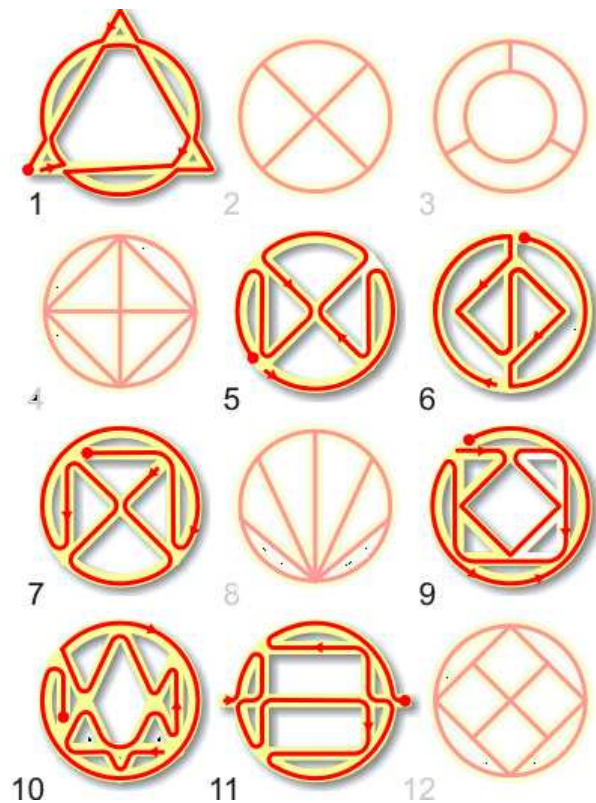


Gambar 6 objek permainan gambar tanpa mengangkat pena

Dapat dilihat pada gambar bahwa simpul-simpul di persoalan **no 1** memiliki derajat yang sama yaitu 4 dan pasti bisa digambar karena merupakan graf Euler. Pada soal **no 2**, memiliki simpul yang berderajat 3 sebanyak 4 buah dan 1 buah simpul berderajat 4. Karena bukan merupakan graf Euler maupun semi-Euler, gambar tersebut tidak dapat diselesaikan tanpa mengangkat pena. Soal **no 3** juga memiliki simpul berderajat 3 sebanyak 6 buah. Gambar tersebut tidak bisa diselesaikan tanpa mengangkat pena. Soal **no 4** juga tidak bisa diselesaikan karena memiliki 5 simpul berderajat 5. Soal **no 5** bisa

diselesaikan karena semua simpul berderajat 4 dan merupakan sirkuit Euler. Soal **no 6** merupakan graf semi-Euler karena memiliki 2 buah simpul yang berderajat ganjil (3) dan sisanya genap. Soal **no 7** sama seperti no 6 memiliki 2 buah simpul yang berderajat 5. Dan sisanya genap. Soal **no 8** tidak bisa diselesaikan karena setiap simpulnya berderajat ganjil. Soal **no 9** dapat diselesaikan karena semuanya berderajat genap. Soal **no 10** juga bisa diselesaikan karena merupakan graf semi-Euler dan mempunyai tepat 2 simpul berderajat ganjil 5 dan sisanya genap. Soal **no 11** bisa diselesaikan karena graf berbentuk graf semi-Euler dan mempunyai tepat 2 buah simpul yang berderajat ganjil 1, sisanya genap. Soal **no 12** tidak dapat dikerjakan karena graf bukan Euler atau Semi-Euler. Simpul berderajat ganjil 3 terdapat 4 buah.

Salah satu solusinya adalah:



Gambar 7 solusi objek pada gambar 6

Dapat dilihat bahwa pada graf Euler. Awal titik akan membentuk sirkuit, yaitu berawal dan berakhir pada simpul yang sama.

### 3. STRATEGI PERMAINAN MENGGAMBAR TANPA MENGANGKAT PENA

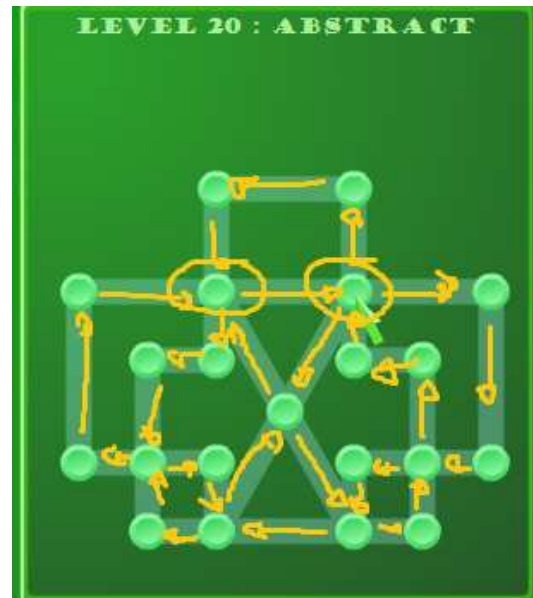
Meskipun pada dasarnya permainan ini dapat diselesaikan secara coba-coba, hal yang perlu diperhatikan dalam mengerjakan permainan ini adalah:

- Memastikan apakah merupakan graf Euler atau graf semi Euler.

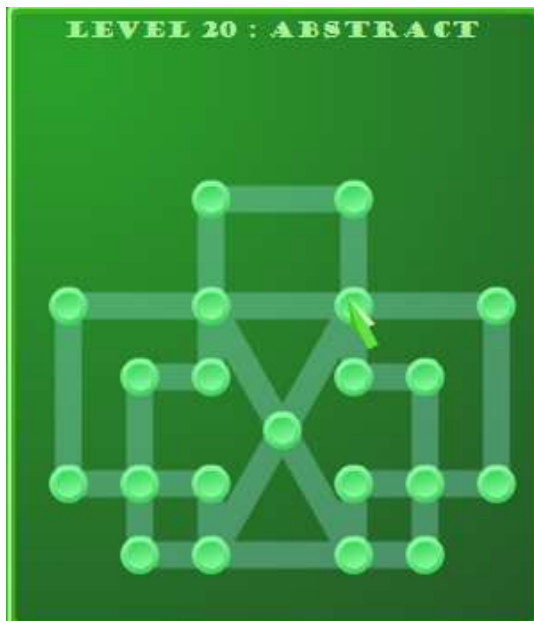
- Bila merupakan graf semi Euler mulailah dari simpul berderajat ganjil. Garis akan berakhir pada simpul berderajat ganjil yang kedua.
- Pada graf euler, dapat dimulai dari simpul manapun dan akan berakhir pada simpul pertama tersebut.

Berbekal pengetahuan ini, permainan menggambar tanpa mengangkat garis menjadi jauh lebih mudah karena kita dapat mencari titik yang merupakan awal dari gambar dan akhir dari gambar. Perlu diperhatikan meskipun graf adalah graf Euler, diperlukan kejelian dalam memilih jalur agar jalur untuk menuju titik semua tidak sampai tertutupi.

Jadi pada permainan ini penentuan titik awal adalah yang terpenting. Misalnya pada permainan Links level terakhir. Soal dapat diselesaikan dengan mudah bila simpul awalnya diketahui. Permainan tinggal mengikuti pergerakan sisi-sisi sesuai dengan jalur yang harus dilewati untuk mencapai bentuk tersebut.



Gambar 8 Solusi level 20 pada Links



Gambar 8 level 20 pada Links

Dapat dilihat bahwa tingkat ini merupakan graf semi-Euler dan terdapat 2 titik yang berderajat ganjil 5. Kita akan melingkari dan memulai permainan dari simpul tersebut.

Setelah ditemukan titik tersebut, permainan tinggal mengikuti simpul-simpul hingga berakhir pada simpul berderajat ganjil lainnya.

#### 4. KESIMPULAN

Permainan menggambar tanpa mengangkat pena merupakan permainan yang mempunyai prinsip dasar Teorema Euler. Permainan ini dapat dimainkan pada kertas atau bahkan pada permainan komputer.

Penggunaan teori graf dapat dimanfaatkan untuk mendapatkan strategi menggambar tanpa mengangkat pena.

Strategi yang terpenting ketika hendak mulai menggambar adalah menentukan terlebih dahulu apakah gambar tersebut merupakan graf Euler atau semi-Euler.

Bila ditemukan bahwa gambar merupakan graf semi-Euler, mulailah gambar dari titik yang berderajat ganjil dan terus sampai berakhir pada titik yang berderajat ganjil berikutnya.

#### 5. DAFTAR REFERENSI

- [1] Munir, Rinaldi. 2005. Matematika Diskrit. Bandung: Penerbit Informatika
- [2] [http://en.wikipedia.org/wiki/Eulerian\\_path](http://en.wikipedia.org/wiki/Eulerian_path)  
Akses pada tanggal 11 Desember 2010 pk 21.00
- [3] <http://www.puzzles.com/PuzzlePlayground/UnicursalMarathon/UnicursalMarathon.htm>  
Akses pada tanggal 11 Desember 2010 pk 21.00
- [4] <http://gyosh.deviantart.com/art/Links-Flash-Game-108336259?>  
Akses pada tanggal 11 Desember 2010 pk 21.00
- [5] I. Chartrand, Gary (2005), *Introduction to Graph Theory*, pp, 133-138

## 6. PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 11 Desember 2010

ttd

A handwritten signature in black ink that reads "Benardi". The signature is written in a cursive style with a horizontal line underneath the name.

Benardi Atmadja - 13510078