

# Penerapan Sirkuit Hamilton dalam Perencanaan Lintasan Trem di ITB

Wilson Fonda / 13510015

Program Studi Teknik Informatika

Sekolah Teknik Elektro dan Informatika

Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia

wilsonfonda@students.itb.ac.id

**Abstract** — graf dapat digunakan untuk merepresentasikan berbagai macam masalah yang saling berhubungan ke dalam suatu model. Berbagai macam penerapan graaf sudah dilakukan sejak jaman dahulu, dimulai dari penentuan lintasan terpendek, Persoalan pedagang keliling (*Travelling Salesperson Problem-TSP*), Persoalan Tukang pos Cina (*Chinese Postman Problem*), dan juga pewarnaan graf. Dari berbagai macam aplikasi ini, persoalan Pedagang keliling menjadi dasar dari penerapan teori lintasan dan sirkuit hamilton untuk permasalahan lain, yaitu bagaimana sirkuit untuk transportasi dapat dibuat di dalam ITB. Sirkuit Hamilton digunakan sebagai dasar agar pembuatan jalan khusus untuk transportasi tersebut memiliki beban biaya yang lebih sedikit dan juga dapat lebih efisien.

**Kata Kunci** — Graf, Sirkuit Hamilton, Transportasi.

## I. PENDAHULUAN

Teori Graf merupakan Salah satu bagian dari ilmu matematika. Namu, Pada kenyataannya aplikasi dari graf ini berhubungan dengan bidang keilmuan lain dan juga dapat diterapkan dalam kehidupan sehari-hari. Hampir semua bidang keilmuan dapat dimodelkan dengan menggunakan teori graf. Salah satu teori dari graf ialah sirkuit Hamilton.

Teori Hamilton ini membahas graf dimana setiap simpul dari graf tersebut hanya dilewati satu kali. Aplikasinya yang akan dibahas ialah dalam bidang Transportasi.

Transportasi telah menjadi abgian hidup di masyarakat yang memudahkan pekerjaan manusia. Transportasi mempermudah Manusia dalam mengurangi energi / stamina yang digunakan manusia untuk dapat berpindah dari satu tempat ke tempat lain. Berbagai macam transportasi telah dikembangkan untuk lebih mempermudah manusia mencapai berbagai macam tempat dan mengurangi energi fosil yang digunakan untuk menjalankan transportasi tersebut. Salah satu transportasi yang telah digunakan dari jaman dahulu ialah trem. Trem berbentuk seperti kereta kecil yang juga menggunakan rel sebagai jalurnya. Trem ini cocok untuk digunakan sebagai transportasi untuk mengelilingi suatu wilayah yang tidak terlalu luas. Rel dari trem ini menggunakan teori sirkuit Hamilton untuk mengurangi bobot dari rel yang akan dibangun.

## II. TEORI DASAR

### 2.1 Teori Graf

Graf dapat didefinisikan sebagai beberapa hal( benda ataupun masalah) yang direpresentasikan ke dalam bentuk simpul (vertex atau node) yang dihubungkan oleh garis yang disebut sebagai sisi (edge) atau busur (arc). Umumnya graf digambarkan dalam bentuk simpul-simpul yang dihubungkan oleh garis-garis (sisi) atau garis berarah (busur) yang menyatakan hubungan dari satu simpul ke simpul lain. Simpul-simpul ini biasanya tercakup dalam satu himpunan yang sama atau memiliki suatu hubungan agar dapat dibuat grafnya. Graf  $G$  dapat didefinisikan sebagai pasangan dari himpunan  $(V,E)$ , dimana:

$V$  adalah himpunan tidak kosong dari simpul-simpul (vertices atau node)

$$V = \{ v_1, v_2, v_3, \dots, v_n \}$$

Dan

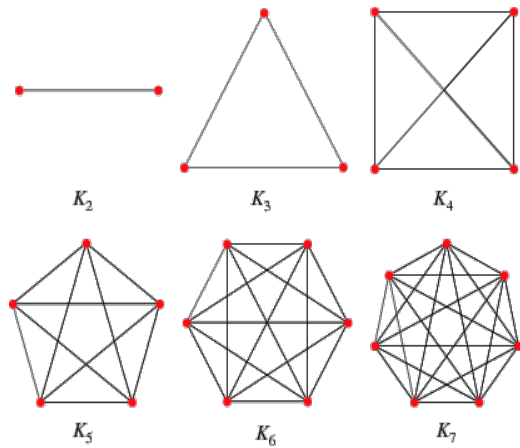
$E$  adalah himpunan sisi (edges ata arcs) yang menghubungkan sepasang simpul

$$E = \{ e_1, e_2, e_3, \dots, e_n \}.$$

Atau dapat ditulis singkat notasi  $G=(V,E)$ .

Dari definisi di atas dapat disimpulkan bahwa graf harus memiliki minimal satu buah simpul dan graf dapat tidak memiliki sisi atau busur satu pun, graf minimum ini dinamakan sebagai graf trivial.

Simpul pada graf umumnya dapat dinomori dengan menggunakan huruf (a,b,c,...,z) atau dengan menggunakan bilangan asli (1,2,3,..) ataupun gabungan dari kedua cara tersebut. Sedangkan penamaan sisi umumnya dilakukan dengan lambang  $e_1, e_2, \dots, e_n$  adalah sisi yang menghubungkan suatu pasangan simpul.

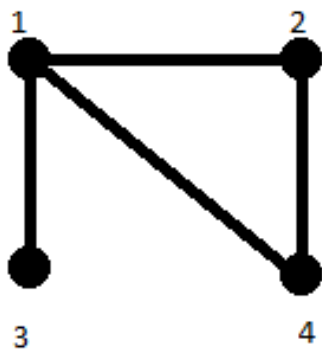


Gambar 1. Beberapa contoh dari Graf

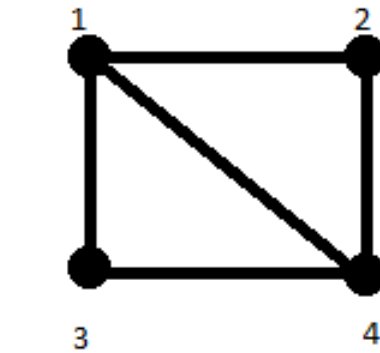
### 2.2 Lintasan dan Sirkuit Hamilton

Lintasan dan sirkuit Hamilton berbeda dengan lintasan dan Sirkuit Euler. Jika pada Lintasan dan Sirkuit Euler graf hanya melewati sisi-sisi graf tepat sekali, maka pada Lintasan dan Sirkuit Hamilton hanya melewati setiap simpul graf tepat sekali. Lintasan Hamilton ialah lintasan yang melewati tiap simpulnya tepat satu kali. Sedangkan sirkuit Hamilton ialah sirkuit (Lintasan tertutup) yang melewati tiap simpul di dalam graf tepat satu kali, kecuali simpul asal (yang sekaligus merupakan simpul akhir) yang dilalui dua kali.

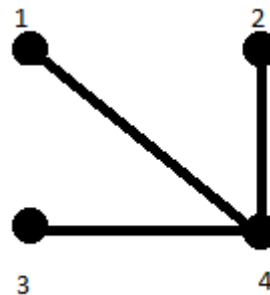
Graf yang memiliki sirkuit Hamilton dinamakan graf Hamilton, sedangkan Graf yang hanya memiliki lintasan Hamilton disebut graf semi-Hamilton.



Gambar 2. Graf semi-Hamilton (graf yang hanya memiliki lintasan Hamilton)

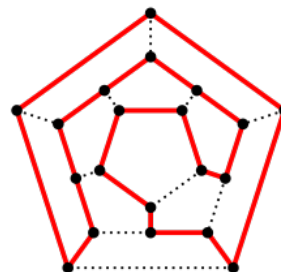


Gambar 3. Graf Hamilton (graf yang memiliki sirkuit Hamilton)

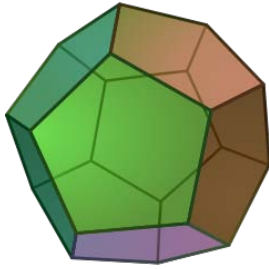


Gambar 4. Bukan graf Hamilton maupun Lintasan Hamilton

Istilah Sirkuit Hamilton muncul sejak Sir William Hamilton membuat permainan *dodecahedron*. Pada tahun 1859 Sir William Hamilton menawarkan permainan teka-teki ke pabrik alat mainan Dublin. Mainan itu terdiri dari *dodecahedron* (yaitu benda yang disusun oleh 12 buah pentagonal dan di sini ada 20 buah titik sudut) dan tiap titik sudut diberi nama ibukota negara. Permainan yang dapat dilakukan adalah membentuk perjalanan keliling dunia, yang mengunjungi setiap ibukota tepat satu kali dan kembali lagi ke kota asal. Persoalan ini dinamakan mencari sirkuit Hamilton



Gambar 5. Graf yang memodelkan *dodecahedron* dengan sebuah sirkuit Hamilton (grais tebal / merah)



Gambar 6. *Dodecahedron* Hamilton

Syarat cukup (bukan syarat perlu) supaya graf sederhana  $G$  dengan  $n(\geq 3)$  buah simpul ialah graf Hamilton bila derajat tiap simpulnya paling sedikit  $n/2$  ( yaitu,  $d(v) \geq n/2$  untuk setiap simpul  $v$  di  $G$ ). Dan setaip graf lengkap (graf sederhana yang setiap simpulnya mempunyai sisi ke semua simpul lainnya) adalah graf Hamilton.

Salah satu persoalan yang diselesaikan dengan menggunakan Sirkuit Hamilton ialah Persoalan Pedagang Keliling (*Travelling Salesperson Problem – TSP*). Persoalan TSP ini termasuk ke dalam persoalan yang sangat terkenal dalam teori graf. Persoalan ini diilhami dari masalah seorang pedagang keliling yang pergi mengelilingi sejumlah kota. Persoalan yang muncul ialah bagaimana sirkuit terpendek yang dapat dilalui pedagang tersebut bila pedagang tersebut berangkat dari 1 kota asal dan pergi menyinggahi tiap kota tepat satu kali dan kembali ke kota asal keberangkatan.

Pada persoalan TSP ini, jika setiap simpul memiliki sisi ke simpul lainnya maka grafnya akan menjadi graf lengkap berbobot. Pada sembarang graf lengkap dengan  $n$  buah simpul ( $\mathbb{K}_n$ ) dapat dibentuk  $(n-1)!/2$  jumlah sirkuit Hamilton yang berbeda. Hal ini dikarenakan pada simpul pertama kita mempunyai  $n-1$  buah sisi untuk dipilih, pada sisi kedua terdapat  $n-2$  sisi untuk dipilih,  $n-3$  sisi dari simpul ketiga dan seterusnya. Dan semua jumlah itu harus dibagi 2, karena setiap sirkuit Hamilton terhitung 2 kali, sehingga dapat disimpulkan bahwa semuanya ada  $(n-1)!/2$  buah sirkuit Hamilton yang dapat dibentuk.

### 2.3 Trem

Trem merupakan perkembangan dari kereta yang umumnya digunakan di kota-kota sebagai pengganti bus. Trem ini berjalan di dalam rel layaknya kereta, namun ukurannya lebih kecil dan lebih pendek dari ukuran kereta. Trem dapat digunakan untuk mengelilingi suatu daerah tertentu yang tidak terlalu luas dengan kecepatan yang dapat diatur, sehingga terbilang cukup aman. Trem banyak digunakan oleh tempat-tempat wisata oleh karena kemudahan yang diberikannya. Trem telah dikembangkan dengan berbagai macam energi yang digunakan, dimulai dari trem yang digerakkan dengan kuda, tenaga

uap, kabel penarik, tenaga listrik, gas, dan berbagai macam energi lainnya. Trem dapat terbilang cukup ramah lingkungan, karena trem menggunakan berbagai macam energi alternatif yang tidak terlalu banyak menimbulkan polusi, seperti trem dengan menggunakan tenaga listrik ataupun kabel (yang biasa disebut dengan *cable car*). Trem telah banyak digunakan sebagai transportasi umum di berbagai belahan dunia.



Gambar 7. Salah satu contoh Trem

### III. LATAR BELAKANG

Pemilihan Trem sebagai salah satu transportasi yang sebaiknya digunakan di lingkungan ITB didasarkan oleh beberapa hal :

- Merupakan salah satu transportasi yang ramah lingkungan dan menggunakan energi alternatif yang cukup murah
- Sebagai kendaraan yang lebih tahan lama.
- Transportasi ini tidak akan keluar dari jalur yang telah dibangun, sehingga tidak mungkin transportasi ini dapat dicuri.
- Berhubungan dengan tingkat curah hujan di Bandung yang cukup tinggi, maka transportasi dengan atap kendaraan akan lebih memudahkan untuk dapat mencapai tempat-tempat tertentu di Itb
- Sebagai transpor yang dapat digunakan untuk berkeliling di dalam lingkungan ITB.

### IV. PENERAPAN SIRKUIT HAMILTON

Pada pembangunan rel untuk trem ini, dibutuhkan penerapan sirkuit Hamilton agar dapat meringankan bobot yang ditimbulkan akibat pembangunan rel ini sehingga dapat diminimalisasi. Dua contoh hasil penerapan sirkuit Hamilton dalam pembuatan jalur Trem dapat dilihat dari gambar 9 dan 10, dimana setiap simpul merepresentasikan setiap belokan yang dapat terjadi di dalam lingkungan ITB. Stasiun untuk Trem ini dapat ditempatkan di beberapa tempat yang dilewati baik oleh sisi graf maupun simpul dari graf tersebut, agar biaya yang dikeluarkan untuk pembangunan stasiun dapat diminimalisasi, maka sebaiknya stasiun tersebut hanya ditempatkan di beberapa wilayah strategis saja, seperti gerbang depan dan belakang ITB, dan juga di dekat GKU Barat dan Timur (gambar 10). Keempat tempat ini dipilih



karena keempat tempat ini merupakan tempat yang strategis di ITB dan untuk mencapai berbagai macam tempat lainnya di ITB cukup mudah.

Trem yang digunakan dapat menggunakan energi listrik ataupun kabel untuk meringankan beban energi yang digunakan dan juga merupakan energi yang ramah lingkungan karena polusi yang dihasilkan dari energi ini nyaris tidak ada sama sekali.



Gambar 8. Peta ITB

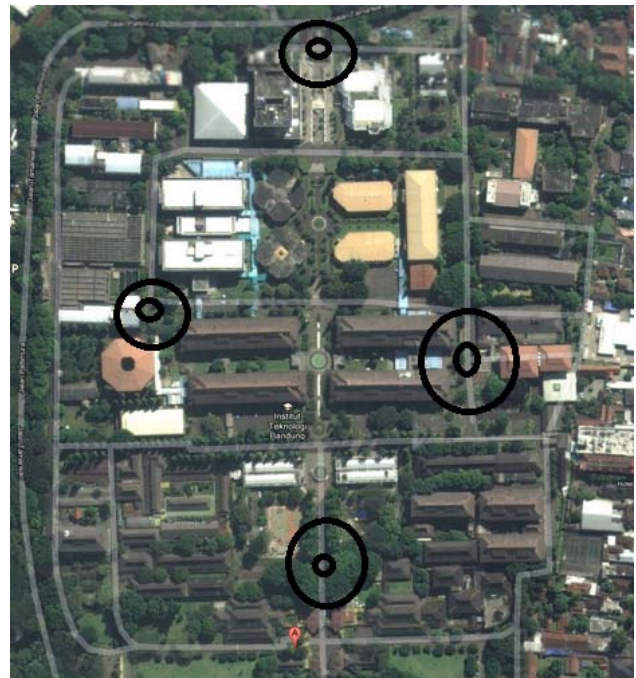


Gambar 9. Sirkuit Hamilton

Dari kedua gambar diatas, Gambar 9 merupakan Sirkuit Hamilton dengan bobot minimum, karena jarak dari simpul ke simpul lainnya lebih sedikit bila dibandingkan dengan sirkuit Hamilton lainnya. Dan pada Gambar 9 dapat dilihat bahwa sirkuit Hamilton ini mengelilingi setiap simpulnya sebanyak 1 kali saja (kecuali simpul awal dan akhir).



Gambar 9. Sirkuit Hamilton di ITB



Gambar 10. Salah satu cara Penempatan stasiun trem

Selain pembuatan Trem, penerapan sirkuit Hamilton ini di lingkungan ITB pun dapat menjadi referensi untuk pengguna sepeda untuk dapat berkeliling ITB dengan bobot kerja yang digunakan menjadi minimal.

Permasalahan yang mungkin akan dihadapi dalam pembangunannya ialah biaya pembangunannya yang cukup tinggi, namun biaya tersebut dapat dibilang cukup masuk

akal bila dibandingkan dengan daya tahan dan biaya energi yang digunakan untuk transport ini cukup rendah.

## V. KESIMPULAN

Sirkuit Hamilton ini dapat diterapkan ke dalam pemilihan jalur dengan bobot minimum untuk dapat mengelilingi ITB. Trem dapat menjadi salah satu alternatif transportasi yang cukup berprospek di ITB oleh karena ruang lingkungannya yang tidak terlalu besar dan juga dapat menjadi sarana transportasi yang ikut mendukung ITB dalam kampanye eco-campus.

## VI. REFERENSI

- [1] M. Rinaldi, "Diktat Kuliah IF 2153 Matematika Diskrit", Program Studi Teknik Informatika, 2006, Bandung, Indonesia..
- [2] <http://en.wikipedia.org/wiki/Tram>, tanggal akses : 12-11-2011

## PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 29 April 2010



Wilson Fonda dan 13510015