Aplikasi Kombinatorial dalam Permainan Judi dengan Peluang Statis

Damiann Muhammad Mangan/13510071
Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia
damiann.mm@students.itb.ac.id

***Abstract*— Makalah ini menggunakan kaidah kombinatorial untuk menganalisis cara memperbesar peluang mendapat keuntungan dari pertaruhan. Cara bertaruh yang digunakan serupa dengan brute force karena diulang-ulang sampai keberhasilan didapat. Makalah ini bertujuan untuk memperlihatkan dengan modal dan waktu yang banyak, hanya bertaruh dapat menghasilkan keuntungan.**

***Index Terms*— kombinatorial, peluang diskrit, keuntungan, bertaruh.**

I. PENDAHULUAN

Perjudian sudah menjadi hal yang wajar diketahui masyarakat. Saat seseorang memikirkan hal tentang pertaruhan banyak yang mereferensi ke keberuntungan. Kenyataannya, selain keberuntungan sesseorang dapat memperbesar peluang keuntungan dengan sedikit mengakali caranya ia bermain judi.

Manusia ingin menganalisis secara ilmiah perihal keberuntungan, sehingga dari perjudian inilah lahir kombinatorial serta teori peluang. Hal ini mengisyaratkan bahwa pertaruhan merupakan hal yang cukup penting.

Makalah ini bertujuan untuk mengurai cara berjudi yang cerdas agar peluang pemain mendapat keuntungan semakin besar walaupun sebagian besar permainan mengadu nasib ini lebih berpihak ke bandar. Makalah ini juga bertujuan untuk menganalisis apakah berjudi itu aktivitas yang menguntungkan atau tidak.

II. KOMBINATORIAL DAN PELUANG

Kombinatorial adalah cabang matematika yang mempelajari pengaturan objek-objek. Berbagai kaidah kombinatorial digunakan untuk menghitung banyaknya cara pengaturan objek sesuai dengan kondisi yang unik. Peluang pun adalah bagian dari kombinatorial.

Peluang atau probabilitas adalah cara untuk mengungkapkan dengan pengetahuan bahwa suatu kejadian akan terjadi atau tidak. Secara matematik kebolehjadian dapat diukur dengan angka yang berada pada jarak 0 hingga 1. Semakin suatu peluang nilainya menuju 1, semakin pasti hal itu akan terjadi. Peluang selalu terjadi di dalam hidup seluruh makhluk secara kontinu. Apakah seseorang akan lahir? Apakah serangan jantung ini akan mengakhiri hidupnya? Berapa angka muka dadu yang muncul? Dan berbagai hal yang tidak dapat kita sebut satu per satu. Dalam Teori Relativitas pun di klaim bahwa ada peluang apapun akan terjadi, misalnya di detik penulis menulis makalah ini tiba2 penulis berada di kutub utara dan kembali lagi.

Dalam menghitung peluang seringkali digunakan kaidah-kaidah kombinatorial seperti kaidah penjumlahan dan kaidah perkalian. Pemakaian peluang dalam makalah ini akan coba lebih manusiawi, karena kenyataanya apabila peluang suatu hal benar bernilai 0,999 dapat dipastikan bahwa keluarannya memang akan benar. Dapat dirasakan dengan contoh permasalahan pada paragraf selanjutnya.

Berapakah orang yang perlu kita ambil secara acak di dunia ini sedemikian sehingga ada setidaknya sepasang orang yang tanggal dan bulan lahirnya sama? Dengan cabang kombinatorial agar peluang ada setidaknya sepasang orang yang tanggal dan bulan lahirnya sama bernilai 1, dapat digunakan *Pigeonhole Principle* (PHP) atau prinsip sarang merpati. Prinsip ini sendiri mengatakan bahwa apabila n benda akan dimasukkan ke dalam m ruang dengan $n > m$, maka setidaknya ada satu ruang yang berisi lebih dari satu benda. Jika kita hanya memanfaatkan perhitungan, maka kita memerlukan 366 orang, jumlah orang yang banyak. Kenyataanya tidak perlu diambil orang sebanyak itu untuk mendapatkan peluang yang besar, yang sangat dekat deangan 1.

Dengan mencoba menghitung, dapat ditentukan bahwa rumus umum pada kasus tersebut, dengan n adalah jumlah orang, dan $\bar{p}(n)$ adalah peluang tidak ada sepasang pun orang yang tanggal dan bulan lahirnya sama,

$$\begin{aligned}\bar{p}(n) &= 1 \times \left(1 - \frac{1}{365}\right) \times \left(1 - \frac{2}{365}\right) \times \dots \\ &\quad \times \left(1 - \frac{n-1}{365}\right) \\ &= \frac{365 \times 364 \times \dots \times (365 - n + 1)}{365^n} \\ &= \frac{365!}{365^n (365 - n)!} = \frac{n! \binom{365}{n}}{365^n}\end{aligned}$$

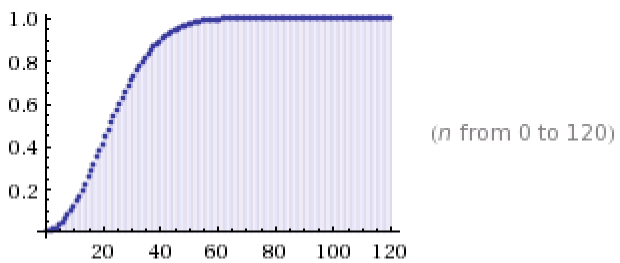
Maka untuk $p(n)$ adalah peluang ada setidaknya sepasang orang yang tanggal dan bulan lahirnya sama,

$$p(n) = 1 - \bar{p}(n)$$

Apabila dibentuk tabelnya akan terlihat semakin jelas bahwa pengambilan 366 orang cukup sia-sia dalam kenyataan

n	$p(n)$
1	0%
2	0.2%
10	11.7%
20	41.1%
30	70.6%
40	89.1%
50	97.0%
57	99.0%
100	99.99997%
200	99. 9999999999999999999999998%
300	$(100 - (6\times10^{-80}))\%$
350	$(100 - (3\times10^{-129}))\%$
365	$(100 - (1.45\times10^{-155}))\%$
366	100%

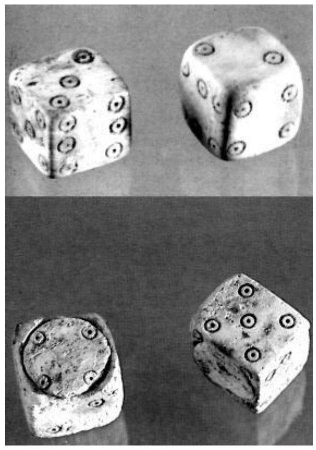
Selain dalam bentuk tabel, semakin jelas dalam bentuk grafik apabila dibentuk grafik menggunakan wolframalpha dengan memasukkan "1- (365! / (365^n (365-n)!))" untuk dikalkulasi. Alamat gambar 2.1 ini adalah http://www4c.wolframalpha.com/Calculate/MSP/MSP37919i9faee4e93a5cc00005c0cea4af8h3921f?MSPStoreType=image/gif&s=7&w=303&h=130&cdf=RangeControl



Gambar 2.1

III. BERTARUH

Sejarah awal adanya aktivitas bertaruh cukup mengejutkan. Hal ini bahkan sudah ada sejak manusia purba awal. Objek yang menyerupai dadu yang dibuat dari tulang domba atau tulang anjing yang disebut *Astragali* yang diperkirakan sudah berumur 40.000 tahun sudah ditemukan. Sedangkan sekitar tahun 2300 sebelum masehi, masyarakat Cina sudah membuat permainan yang mengandalkan keberuntungan dengan memanfaatkan ubin. Seribu seratus tahun setelahnya pun tentara yunani berbahagia dengan permainan dadu, walaupun saat itu dianggap ilegal. Kembali ke tahun 1500 sebelum masehi, ditemukan juga dadu yang terbuat dari gading di Thebes, Mesir. Dibawah ini akan dilampirkan contoh *Astragali* yang didapat dari http://www.sbvibonese.vv.it/sezionec/immagini/218/84.jpg


Gambar 3.1

Apabila kita perhatikan setelah menelusuri sejarah perjudian, kita akan merasakan bahwa manusia sangat menyukai pertaruhan. Ternyata daya tariknya selain permainan ini menyenangkan adalah adanya peluang seseorang melipatgandakan uang yang dipertaruhkan tanpa usaha, hanya mengandalkan nasib.

Berjudi, bertaruh, atau kadang disebut spekulasi di dunia sudah menjadi hal yang lumrah, walaupun di Indonesia dilarang sesuai dengan ketentuan pasal 303 KUHP, Jo. UU No.7 tahun 1974 tentang Penertiban Judi Jo. PP.No.9 tahun 1981 Jo. Instruksi Presiden dan Instruksi Menteri Dalam Negeri No.5, tanggal 1 April 1981 dan dipertegas dengan UU. No.7 1974, yang di dalam pasal 1, mengatur semua tindak pidana perjudian sebagai kejahatan. Secara Islam-pun (negara tempat penelitian ini dilakukan mayoritas beragama Islam) hal ini dilarang.

Secara teori, bertaruh atau cukup akrab disebut dengan mengadu nasib, adalah suatu aksi dimana seseorang memberikan sejumlah uang ke bandar dan akan menerima sekian kelipatan dari sejumlah uang tersebut jika dan hanya jika ia tepat dalam suatu hal yang hasil keluarannya tidak dapat di ikut campuri. Bagaimana cara kita mengakali keuntungan jika kita tidak dapat ikut campur keluaran yang menjadi penentunya? Untuk menjawab hal itu perlu kita urai berbagai hal ilmiah dari pertaruhan.

Dalam bertaruh tidak banyak hal yang dapat ikut mempengaruhi hasil keluarannya. Dapat kita ambil contoh pertaruhan dadu, apakah tanpa kontak fisik kita dapat mempengaruhi hasil keluaran? Apakah tanpa menggerakkan roda pada *Wheel Roulette* atau menyentuh bola kita dapat memperbesar peluang kemenangan?

Pernahkan anda mendengar *Counting Cards*? Ini adalah cara memperkirakan kartu sesuai dengan kartu-kartu yang telah keluar. Dalam makalah ini penulis tidak membahas secara khusus suatu jenis pertaruhan karena akan mengurai pertaruhan seumum mungkin.

Dalam pertaruhan ada beberapa hal yang sangat penting, yakni:

1. Berapakah peluangnya keluaran sesuai dengan yang kita perlukan agar menang.
2. Berapa kelipatan yang akan didapat apabila hasil sesuai dengan yang diinginkan, serta
3. Cara bertaruh

Butir 1 dan butir 2 jelas karena artinya sesuai dengan tulisannya, sedangkan butir 3 akan dibahas pada bagian selanjutnya.

Bermain saham, yang secara umum kita tidak dapat mengatur bursa, tidak akan saya kategorikan sebagai peluang karena berbagai perbedaan, seperti perpindahan uangnya, cara menginvestasinya, keuntungannya, dan lain banyak hal. Perpindahan uang yang saya maksud adalah arah uang setelah diinvestasikan. Dalam bermain saham uang yang kita investasikan tidak akan hilang sepenuhnya seperti halnya bertaruh. Cara berinvestasi pun dalam bermain saham sangat berbeda dengan cara bertaruh dalam perjudian. Dalam bermain saham dengan modal yang cukup banyak kita dapat berinvestasi ke semua perusahaan dan mungkin akan mendapat untung saat perusahaan-perusahaan tersebut mengalami kenaikan saham, sedangkan dalam berjudi hal seperti ini hampir mustahil karena keluaran akan unik sehingga hanya ada sedikit atau bahkan satu yang sesuai dengan keluaran.

IV. CARA BERTARUH DAN PENERAPAN

Seperti yang telah penulis tulis bahwa cara bertaruh cukup menyerupai *bruteforce* karena akan diulang sampai kemenangan dicapai. Contohnya “Saya bertaruh seratus juta rupiah angka yang keluar pada lemparan dadu berikutnya adalah angka 7!” Pada pertaruan ini kita akan mengakali uang yang ditaruhkan agar didapat keuntungan karena peluang tidak dapat kita ubah.

Dalam pengaplikasian cara bertaruh seperti ini, kita akan berulang-ulang bertaruh pada satu keluaran. Ide ini penulis dapatkan setelah mempelajari penjumlahan geometrik. Penjumlahan geometrik secara umum dilambangkan sebagai, dengan a sebagai nilai awal, n sebagai banyaknya suku, dan r sebagai rasio,

$$\sum_{k=0}^{n-1} ar^k = a + ar + \cdots + ar^{n-1} = a\frac{r^n - 1}{r - 1}$$

Suatu hari penulis mendapati pertaruhan dengan kondisi sebagai berikut:

1. Peluang kemenangan dalam satu kali bertaruh tidak diketahui,
2. Kelipatan kemenangan. Yakni kelipatan yang digunakan apabila kemenangan diraih bernilai 2,
3. Uang pertaruhan awal bebas. Artinya juga sesuai namanya dan akan penulis notasikan sebagai a,
4. Kelipatan pertaruhan, adalah kelipatan yang digunakan secara konstan agar keuntungan yang diharapkan ada dapat diraih. Tentu saja bebas, dinotasikan sebagai x,
5. Biaya bertaruh total setelah dilakukan pertaruhan sebanyak n kali, akan dinotasikan sebagai $O(n)$,
6. Pendapatan total, dinotasikan sebagai $I(n)$,
7. Peluang kemenangan akhir, yakni peluang kemenangan diraih setelah dilakukan n kali pertaruhan. Akan dinotasikan sebagai $P(n)$, dan
8. Keuntungan, selisih pendapatan dengan biaya dan akan dinotasikan sebagai $K(n)$.

Untuk mengakalinya, penulis menggunakan x mengikuti kelipatan kemenangan yanng bernilai 2. Sehingga x bernilai 2. Dan penulis mendapati bahwa selama masih konsisten dengan cara bermain, yaitu terus melipatkan uang pertaruhan terakhir dengan kelipatan pertaruhan, akan didapat keuntungan walaupun sedikit. Berikut ini adalah perhitungannya.

Misalkan menang pada pertaruhan ke-n, maka pengeluaran akan sebesar

$$\begin{aligned} O(n) &= a + 2a + \cdots + 2^{n-1}a \\ &= a\frac{2^n - 1}{2 - 1} = a(2^n - 1) \end{aligned}$$

Sedangkan pendapatan adalah hasil kemenangan pada pertaruhan ke-n,

$$I(n) = 2^{n-1}a \times 2 = 2^n a$$

Sehingga keuntungan, $K(n)$, adalah

$$K(n) = I(n) - O(n) = 2^n a - a(2^n - 1) = a$$

Dari percobaan diatas jelas terbukti bahwa kita akan mendapatkan keuntungan sebesar a setelah n kali bertaruh.

Untuk keadaan pengaplikasian cara bertaruh akan penulis bentuk seumum mungkin, berbagai variabel penting pada cara bertaruh seperti ini adalah:

1. Peluang kemenangan, akan dinotasikan sebagai $\frac{1}{p}$,
2. Kelipatan kemenangan, akan dinotasikan sebagai k,
3. Uang pertaruhan awal akan dinotasikan sebagai a,
4. Kelipatan pertaruhan, akan inotasikan sebagai x,
5. Biaya bertaruh total setelah dilakukan pertaruhan sebanyak n kali, akan dinotasikan sebagai $O(n)$,
6. Pendapatan total. Akan dinotasikan sebagai $I(n)$
7. Peluang kemenangan akhir. Variabel ini akan

dinotasikan sebagai $P(n)$, dan

8. Keuntungan sebagai $K(n)$.

Untuk peluang diraih kemenangan setelah kalah $n-1$ kali dapat dihitung dengan kaidah perkalian. Setelah m-kali bertaruh, dengan $n \le m$, peluang kemenangan diraih adalah

$$P(m) = 1 - \bar{P}(m)$$

Dengan $\bar{P}(m)$ sebagai peluang selalu kalah setelah bertaruh sebanyak m-kali. Apabila dianalisa lebih lanjut,

$$\bar{P}(m) = \left(1-\frac{1}{p}\right)\left(1-\frac{1}{p}\right)\ldots\left(1-\frac{1}{p}\right) = \left(1-\frac{1}{p}\right)^m$$

Sedangkan saat m menuju tak hingga,

$$\lim_{m\to\infty} P(m) = \lim_{m\to\infty}\left(1-\left(1-\frac{1}{p}\right)^m\right)$$
$$= 1 - \lim_{m\to\infty}\left(1-\frac{1}{p}\right)^m = 1 - 0 = 1$$

Dari perhitungan, terlihat bahwa untuk m yang sangat besar, peluang kemenangan akan diraih semakin menuju 1. Sehingga untuk $n \le m$, pada pertaruhan ke- n kemenangan akan diraih. Setelah n kali bertaruh dapat dihitung $O(n)$,

$$O(n) = a + ax + \cdots + ax^{n-1} = a\frac{x^n - 1}{x-1}$$

Sedangkan pendapatannya, $I(n)$, akan bernilai

$$I(n) = ax^{n-1} \times k = ax^{n-1}k$$

Keuntungan setelah pertaruhan ke n, $K(n)$, adalah

$$K(n) = I(n) - O(n) = ax^{n-1}k - a\frac{x^n-1}{x-1}$$
$$= \frac{ax^nk - ax^{n-1}k - ax^n + a}{x-1}$$
$$= \frac{ax^nk - ax^{n-1}k - ax^n + ax^{n-1} - ax^{n-1} + a}{x-1}$$
$$= \frac{ax^{n-1}(x-1)(k-1) - ax^{n-1} + a}{x-1}$$

Perhatikan pembilang pada $K(n)$. k adalah kelipatan kemenangan yang pasti bersifat $k > 1$. Sedangkan x adalah nilai yang kita atur sendiri dan agar kita mendapat keuntungan jelas kita harus memilih x sedemikian sehingga berlaku pertidaksamaan

$$(x-1)(k-1) > 1$$
$$ax^{n-1}(x-1)(k-1) > ax^{n-1}$$
$$ax^{n-1}(x-1)(k-1) - ax^{n-1} > 0$$

Sehingga

$$K(n) = \frac{ax^{n-1}(x-1)(k-1) - ax^{n-1} + a}{x-1}$$
$$> \frac{a}{x-1} > 0$$

Dapat diambil kesimpulan bahwa kita pasti akan mendapat keuntungan setelah menang asalkan konsisten dengan kelipatan pertaruhan.

Cara bertaruh seperti ini juga dapat dibentuk menjadi program. Dalam *pseudocode*, program dengan ide yang serupa akan memiliki kode seperti dibawah ini.

```
{a adalah uang pertaruhan awal,}
{out sebagai total pengeluarang,}
{x sebagai kelipatan pertaruhan, dan}
{k adalah kelipatan keuangan}
placebet ← a
out ← placebet
bet
while not (win_a_game_condition = bet_result) do
    placebet ← placebet*x
    out ← out + placebet
    bet
output (“profit: ”,placebet*k - out)
```

V. ANALISIS DAN KESIMPULAN

Dari percobaan perhitungan pada bab sebelumnya, jelas terlihat bahwa keuntungan dapat diraih. Hal ini terlihat pada, untuk $n < m$

$$\lim_{m\to\infty} P(m) = 1$$

Dan

$$K(n) > 0$$

Sedangkan pemilihan variabel bergantung pada modal yang dimiliki dan peluang satu kali pertaruhan. Apabila ada contoh kasus sebagai berikut:

Peluang kemenangan, $\frac{1}{p}$, sebesar $\frac{1}{100}$ dan kelipatan kemenangan, k, sebesar 50. Sedangkan modal dianggap sangat banyak, maka perlu dihitung perkiraan di pertaruhan ke berapakah kemenangan besar kemungkinannya diraih. Sembilan puluh sembilan persen merupakan peluang kemenangan yang cukup menjanjikan karena hanya 1% peluang tidak menang sama sekali. Maka

$$P(m) = \left(1-\left(1-\frac{1}{p}\right)^m\right)$$
$$99\% = \left(1-\left(1-\frac{1}{100}\right)^m\right)$$

$$1\% = 99\%^m$$
$$m \approx 458.211$$

Jadi, pengeluaran total dengan dengan percobaan sebanyak $n = 459$ karena haruslah $n \leq m$. m dibulatkan ke atas,

$$O(n) = a\frac{x^n - 1}{x - 1} = a\frac{x^{459} - 1}{x - 1}$$

Dari pertidaksamaan terakhir kita harus memilih a dan x sedemikian sehingga tidak melebihi modal. Nilai x bebas selama berlaku $(x-1)(k-1) > 1$. Untuk $x = 1.1$,

$$O(n) = a\,\frac{1.1^{459} - 1}{1.1 - 1}$$
$$= a \times 9{,}98257283595 \times 10^{19}$$

Dari sini cukup diambil $a = 1$, a sendiri sebenarnya bebas, dipilih satu karena $O(n)$ sangat besar. Setelah ditentukan a dan x, maka keuntungan dapat diperkirakan. Apabila dihitung,

$$K(n) = \frac{ax^{n-1}(x-1)(k-1) - ax^{n-1} + a}{x - 1}$$
$$= \frac{1 \times 1{,}1^{458} \times 0{,}1 \times 49 - 1 \times 1{,}1^{458} + 1}{0.1}$$
$$= 3.5392758236551 \times 10^{20}$$

Sungguh angka yang sangat besar dihasilkan pada keuntungan maksimal, karena bisa saja kemenangan terjadi sebelum pertaruhan ke-459.

Kenyataannya pertaruhan dengan k sebesar ini jarang terjadi, nilai $\frac{1}{p}$-nya pun cukup besar. Misalkan pertaruhan seperti ini terjadi 3 hari sekali, maka diperkirakan kemenangan diraih setelah lebih dari 3 tahun mencoba.

Dari contoh kasus seperti ini, jelas sekali dapat disimpulkan bahwa pertaruhan cukup menguntungkan. Tetapi walau terlihat bahwa keuntungan dapat diraih tanpa keringat, kenyataanya diperlukan modal yang cukup besar, waktu yang sangat banyak, serta ketidakpastian yang tidak dapat diandalkan. Dalam cara bertaruh seperti ini juga dibutuhkan keadaan bahwa bandar selalu setuju dengan nilai yang dipasang pemain. Banyak orang yang memilih berusaha keras membanting tulang karena pendapatan yang dapat diandalkan, kepuasan yang dirasakan setelah membanting tulang, maupun alasan larangan agama.

VII. PENGAKUAN

Penulis secara pribadi berterima kasih kepada saudara kandung penulis, Dannis, atas saran dalam isi makalah. Penulis juga berterima kasih kepada Bapak Rinaldi Munir selaku dosen mata kuliah Struktur Diskrit dan referensi dari belau.

REFERENCES

[1] Rinaldi Munir, "Struktur Diskrit". 2008
[2] Blogspot, http://myriskysaputra.blogspot.com/2011/01/judi-dalam-tinjauan-hukum-indonesia.html. Waktu Akses: 10 Desember 2011, pukul 22.17
[3] Wikipedia, http://en.wikipedia.org/wiki/Gambling. Waktu akses: 11 Desember 2011, pukul 09.14
[4] WolframAlpha, http://www.wolframalpha.com. Waktu akses: 11 Desember 2011, pukul 08.42

PERNYATAAN

Dengan ini penulis menyatakan bahwa makalah yang penulis tulis ini adalah tulisan penulis sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 11 Desember 2011

ttd

Nama dan NIM