

Aplikasi Teori Graf dalam Permainan Kombinatorial

Abraham Krisnanda Santoso – 13510033

Program Studi Teknik Informatika

Sekolah Teknik Elektro dan Informatika

Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia

13510033@std.stei.itb.ac.id

Abstrak— Makalah ini membahas tentang permainan kombinatorial, yaitu Tic-tac-toe dan catur yang berhubungan dengan teori graf. Tic-tac-toe dan catur adalah permainan yang dimainkan oleh dua orang, dan setiap pemain akan saling bersaing untuk mendapatkan kemenangan dengan cara menghalangi langkah lawannya. Permainan kombinatorial memiliki sebuah *starting state* dan beberapa *ending state*, beberapa adalah menang, sedangkan yang lainnya adalah seri. Setiap langkah yang dilakukan setiap pemain akan membuat jalannya permainan semakin mendekati *ending state*. Penggunaan graf sebagai pendekatan matematik dalam menganalisa pengambilan langkah oleh pemain untuk menentukan kapan permainan sudah berakhir yang akan dibahas pada makalah ini.

Kata Kunci—graf, starting state, ending state, pengambilan langkah.

1. PENDAHULUAN

1.1 Teori Graf

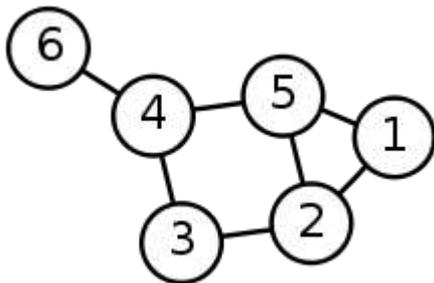
Secara matematis, graf didefinisikan sebagai pasangan himpunan (V, E) yang dalam hal ini :

V = Himpunan tidak kosong dari simpul-simpul (vertices)
 $= \{ v_1, v_2, \dots, v_n \}$
 dan

E = Himpunan sisi (edges) yang menghubungkan sepasang simpul $= \{ e_1, e_2, \dots, e_n \}$

Atau dapat ditulis singkat notasi $G = (V, E)$.

Secara geometri graf digambarkan sebagai kumpulan simpul (vertices) di dalam bidang yang dihubungkan dengan sisi (edges).

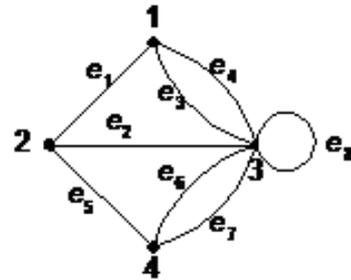


Gambar 1 : Graf dengan 6 simpul

Graf yang terlihat pada Gambar 1 dapat direpresentasikan dengan :

$V = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$

$E = \{ \{1, 2\}, \{1, 5\}, \{2, 3\}, \{2, 5\}, \{3, 4\}, \{4, 5\}, \{4, 6\} \}$.



Gambar 2 : Graf G

G_3 adalah graf dengan

$V = \{ 1, 2, 3, 4 \}$

$E = \{ (1, 2), (2, 3), (1, 3), (1, 3), (2, 4), (3, 4), (3, 4), (3, 3) \}$

$= \{ e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8 \}$

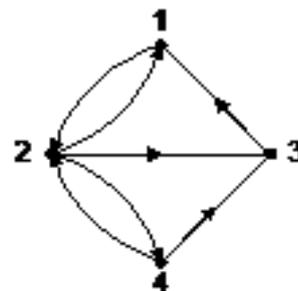
Pada graf G, sisi e_1 dan e_6 dinamakan sisi-ganda, karena kedua sisi ini menghubungkan dua buah simpul yang sama, yaitu simpul 3 dan simpul 4. Sisi $e_8 = (3,3)$ dinamakan sisi gelang karena ia berawal dan berakhir pada simpul yang sama.

Konsep tentang graf ini yang akan penulis hubungkan dengan permainan Tic-tac-toe dan Catur.

Sisi pada graf dapat mempunyai orientasi arah. Berdasarkan orientasi arah pada sisi, maka secara umum graf dibedakan atas 2 jenis :

- Graf tak-berarah
- Graf berarah

Penulis hanya akan memperlihatkan teori graf berarah, yang akan dipakai pada makalah ini.



Gambar 3 : Graf G1

Graf G1 adalah graf berarah, terlihat dari orientasi arah pada sisi-sisinya.

1.2 Deskripsi Permainan

Permainan yang akan dibahas di makalah ini adalah permainan kombinatorial. Permainan kombinatorial mempunyai beberapa kondisi sebagai berikut :

1. Ada dua pemain.
2. Memiliki beberapa kemungkinan langkah dalam permainan.
3. Setiap pemain dapat memiliki kemungkinan langkah yang dapat digerakkan ke setiap posisi yang valid. (contoh : peletakkan tanda **X** di dalam area 3 x 3, bukan di luar area 3 x 3.)
4. Pemain memiliki kesempatan bergerak secara bergantian.
5. Permainan berakhir dengan sebuah posisi dimana tidak ada langkah untuk pemain manapun untuk bergerak. Biasanya, pemain yang bergerak terakhir adalah pemain yang menang.

Jika permainan tidak berakhir, berarti permainan menghasilkan hasil seri.

6. Permainan akan berakhir dengan jumlah langkah yang terbatas.

Dalam permainan kombinatorial tidak diperbolehkan ada gerakan acak, seperti mengocok dadu atau mengambil kartu. Contoh permainan yang mempunyai gerakan acak adalah poker.

Permainan kombinatorial adalah permainan tipe *perfect information*, yang berarti setiap pemain bergantian bergerak, dan tidak ada gerakan rahasia (tidak terlihat oleh lawan). Contoh permainan yang tidak *perfect information* adalah battleship, karena pemain tidak dapat melihat lawan meletakkan kapalnya dimana.

Graf berarah, misal G , didefinisikan sebagai pasangan himpunan (X, F) yang di dalam hal ini X adalah himpunan tidak-kosong, dan F adalah fungsi yang diberikan untuk setiap $x \in X$ subset dari X , $F(x) \subset X$. $F(x)$ merepresentasikan posisi dari pemain yang akan bergerak dari x . Jika $F(x)$ kosong maka ia disebut posisi terminal.

Alur permainan adalah sebagai berikut :

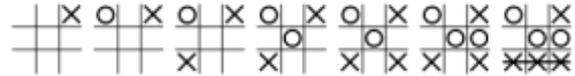
Permainan digambarkan dengan Graf $G = (X, F)$ dengan posisi awal $x_0 \in X$ dan memiliki peraturan seperti ini :

1. Pemain pertama bergerak pertama, digambarkan sebagai x_0 .
2. Pergantian giliran
3. Pada posisi x , pemain yang gilirannya bergerak akan mempunyai posisi $y \in F(x)$.
4. Pemain yang pada gilirannya berada pada posisi terminal dan tidak dapat bergerak, maka ia kalah.

1.2.1 Tic-tac-toe

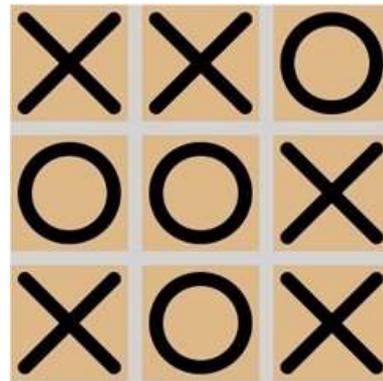
Tic-tac-toe adalah permainan yang berbasiskan pensil dan kertas untuk dua pemain, yaitu **X** dan **O**, yang akan saling bergantian mengisi satu tanda di dalam area 3 x 3.

Permainan dimulai (*starting state*) dengan salah satu pemain (biasanya **X**) meletakkan satu tanda di dalam area 3 x 3 tersebut. Pemain yang berhasil meletakkan tiga tanda (**X** atau **O**) baik secara horizontal, vertical, maupun diagonal akan memenangkan permainan ini.



Gambar 2 : Contoh permainan Tic-tac-toe

Pada Gambar 2 terlihat bahwa **X** memenangkan permainan tersebut.



Gamba 3 : Kondisi seri

Akhir dari permainan (*ending state*) Tic-tac-toe tidaklah selalu salah satu pemain yang menang. Sering terjadi kondisi tidak ada pemain yang menang, alias seri, seperti yang diperlihatkan pada Gambar 3. Hal ini dikarenakan ketika area 3 x 3 sudah penuh, belum ada pemain yang dapat meletakkan tiga tanda (**X** atau **O**) secara berurutan.

1.2.2 Catur

Catur adalah permainan mental yang dimainkan oleh dua orang, yang diwakili oleh warna bidak catur, putih dan hitam.



Gambar 4 : Papan catur beserta bidak catur

Permainan catur dimulai dari pemain yang memegang bidak catur warna putih, dari posisi seperti yang ada di

Gambar 4. Setiap giliran, pemain hanya dapat menggerakkan satu bidak catur dengan gerakan yang sudah ditentukan.



Gambar 5 : Kondisi hitam checkmate

Permainan akan berakhir ketika kondisi *checkmate*, yaitu dimana bidak raja salah satu pemain sudah terkepung, tidak bisa bergerak lagi kemana-mana. Pemain yang berhasil melakukan *checkmate* akan menjadi pemenangnya.



Gambar 6 : Kondisi remis

Permainan catur juga dapat menghasilkan *draw* / remis. Hal ini disebabkan oleh banyak kondisi, seperti pada Gambar 6. Ketidakmampuan putih melakukan *checkmate* kepada hitam, dan sebaliknya. Banyak hal-hal teknis terkait dengan kondisi remis pada catur, namun tidak akan dibahas pada makalah ini. Yang terpenting adalah diketahui kondisi akhir (*ending state*) dari permainan catur, yaitu menang atau remis.

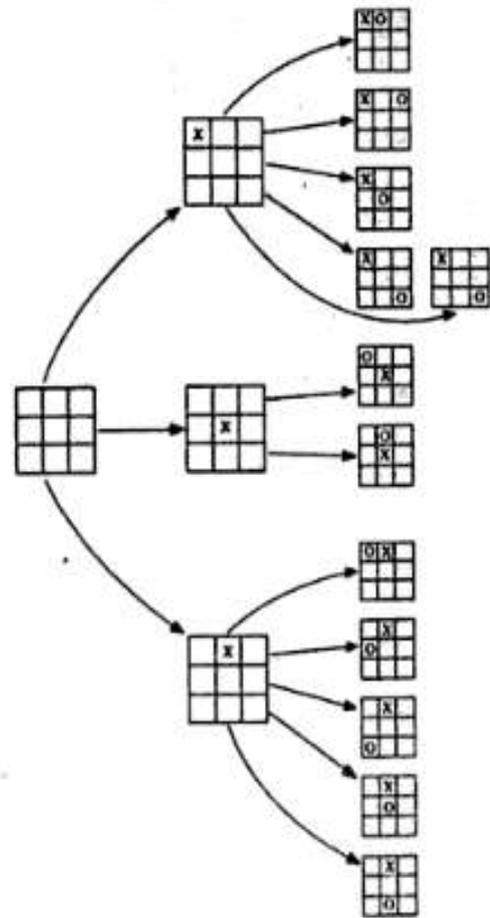
2. METODE

2.1. Tic-Tac-Toe 3 x 3

Untuk merepresentasikan pengambilan langkah dalam Tic-tac-toe digunakan Graf Berarah. Graf berarah adalah graf yang setiap sisinya diberikan orientasi arah. Pada graf

ini, keadaan awal (*state*) digambarkan dengan simpul. Sedangkan pengambilan langkah digambarkan dengan sisi.

Tic-tac-toe mempunyai area 3 x 3, 9 kotak, yang dapat diisi oleh X, O, atau kosong. Variasi kemungkinan pengisian area 3 x 3 pada Tic-tac-toe adalah keadaan (*state*), yang direpresentasikan dengan simpul, yang berjumlah $3^9 = 19.683$ simpul.



Gambar 7 : Dua langkah pertama

Gambar 7 memperlihatkan dua langkah pertama yang dapat diambil oleh masing-masing player. Penulis mengasumsikan pemain dengan tanda X melangkah duluan. Pada gambar di atas, X hanya diperlihatkan tiga kemungkinan, karena 6 kemungkinan lainnya simetris dengan salah satu kemungkinan tersebut.

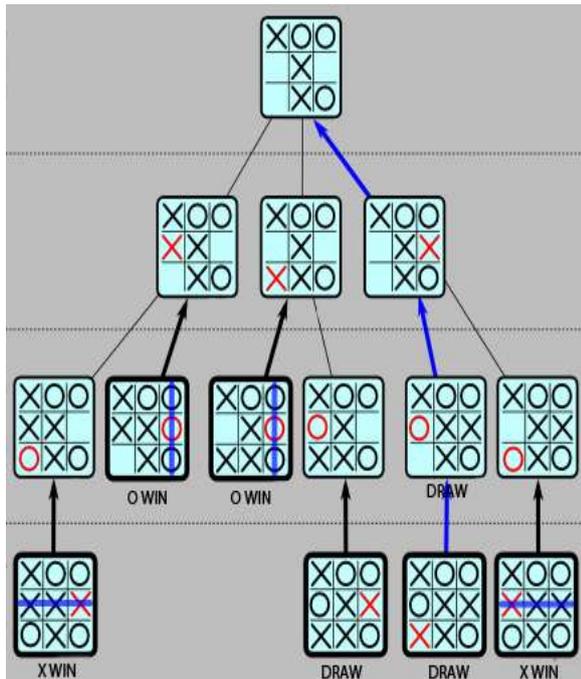


Gambar 8 : Representasi dalam bentuk graf

Sedangkan, untuk langkah kedua, pemain dengan tanda

O memiliki 2 atau 5 kemungkinan langkah, tergantung dengan langkah sebelumnya, dapat dilihat pada Gambar 8.

Namun, untuk langkah-langkah berikutnya jika dianalisa dengan menggambar diagram (memperlihatkan posisi X dan O) akan menghasilkan jumlah yang tidak sedikit.



Gambar 9 : Contoh akhir dari permainan

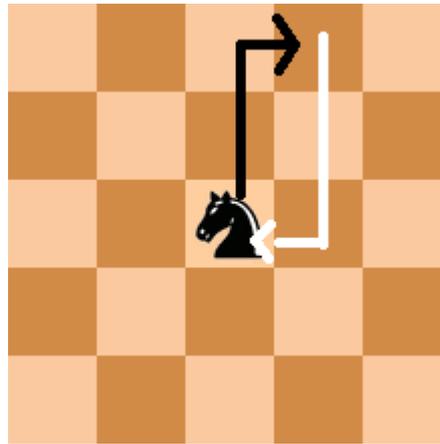
Ada cara untuk menentukan kapan permainan Tic-tac-toe sudah berakhir. Yaitu dengan menganalisa graf nya. Simpul yang tidak memiliki sisi keluar mempunyai arti bahwa permainan tersebut sudah berakhir, bisa menang, bisa juga seri. Terlihat pada Gambar 9, area yang di-**bold** berarti sudah kondisi akhir (*ending state*). Jika suatu simpul terdapat kondisi seri namun masih ada sisi yang keluar, hal itu memiliki arti bahwa simpul yang dituju oleh sisi yang keluar akan menghasilkan kondisi seri juga.

Hal yang unik dari aplikasi teori graf dalam permainan Tic-tac-toe adalah tidak mungkin ada sisi gelang / ganda dalam graf. Karena setiap langkah yang diambil oleh pemain, akan mengurangi jumlah kotak kosong, sehingga tidak mungkin ada langkah yang sama dalam satu kali permainan.

2.1. Catur

Penerapan graf dalam pengambilan langkah untuk menentukan akhir dari permainan untuk permainan catur jauh lebih rumit apabila dibandingkan dengan Tic-tac-toe.

Hal ini disebabkan, bentuk graf dalam permainan Tic-tac-toe tidak mempunyai sisi gelang / ganda. Karena ketika pergantian giliran, pemain akan mengisi salah satu kotak yang kosong dan tidak mungkin kembali ke kondisi sebelumnya, karena jumlah kotak kosong nya sudah berbeda.



Gambar 10 : Contoh pengulangan langkah

Sedangkan catur, memiliki kemungkinan untuk memiliki sisi gelang / ganda. Hal ini dikarenakan adanya kemungkinan pemain melakukan pengambilan langkah akan menghasilkan keadaan yang sama seperti beberapa state sebelumnya. Bahkan ada kemungkinan juga permainan tidak akan pernah berhenti, apabila pemain mengulang-ngulang terus langkah yang sama, sehingga selalu berputar di beberapa state tertentu.

Namun di dalam permainan catur sebenarnya, ada peraturan-peraturan yang mencegah terjadinya hal seperti ini. Termasuk juga dengan peraturan remis, ada beberapa peraturan yang membatasi jumlah langkah, dsb. Namun, hal ini juga masih cukup merepotkan apabila diaplikasikan ke dalam graf. Karena pembuatan graf juga harus mencantumkan setiap langkah dan posisi dari bidak.

Sehingga jika permainan catur akan diaplikasikan dalam graf, biasanya permainan akan dibuat menjadi *finitely progressive*, yaitu gerakan yang dilakukan setiap pemain tidak ada yang akan menghasilkan sisi gelang / ganda. Tujuan dari *finitely progressive* adalah menutup kemungkinan permainan tidak pernah selesai atau dengan kata lain membuat permainan semakin mendekati akhir, ketika pemain menggerakkan bidak-bidaknya.

3. KESIMPULAN

Menggunakan teori graf dalam menentukan akhir dari permainan tic-tac-toe melalui analisa langkah tiap langkah pemain, masih mungkin dilakukan. Meskipun tidak dapat digambarkan semua kemungkinan langkahnya, karena terlalu banyak. Sehingga hanya bisa dilakukan dari analisis graf tanpa gambar. Namun cara yang sama, apabila diaplikasikan dalam permainan catur kurangnya efisien, dikarenakan terlalu rumit dan banyak menggunakan pengecualian, sehingga graf yang didapat kurang dapat menunjukkan permainan catur secara *real*.

REFERENSI

- [1] Joshi K. D., *Applied Discrete Structures*, New Age International Publishers, 2003.
- [2] Munir, Rinaldi, *Diktat Kuliah IF 2091 Struktur Diskrit*, Institut Teknologi Bandung, 2008.
- [3] <http://id.wikipedia.org/wiki/Catur>. Waktu akses 1:30 WIB, 11/12/2010.

[4] <http://en.wikipedia.org/wiki/Tic-tac-toe>. Waktu akses 1:00 WIB, 11/12/2010.

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 11 Desember 2011

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'Abraham', followed by a long horizontal flourish.

Abraham Krisnanda Santoso
13510033