

Solusi Kuis ke-1 IF2091 Struktur Diskrit (3 SKS) - Logika, Himpunan, Relasi dan Fungsi
 Dosen: Rinaldi Munir, Harlili
 Senin, 19 September 2011
 Waktu: 55 menit

1. Translasikan kalimat di bawah ini menjadi *compound statement* dan ubah *compound statement* tersebut ke dalam bentuk disjungsi, konjungsi, maupun negasi, tetapi tidak melibatkan implikasi maupun biimplikasi: (10)

“Berjiwa sosial dan berhati mulia adalah syarat perlu untuk mengikuti PengMas Camp”

Jawaban: Misalkan

p : seseorang mengikuti PengMas Camp.

q : seseorang berjiwa sosial.

r : seseorang berhati mulia.

Proposisi di atas dalam notasi simbolik adalah: $p \rightarrow q \wedge r$

Jika ditulis tanpa implikasi maupun biimplikasi menjadi: $\sim p \vee (q \wedge r)$

2. “Ani dapat berjalan-jalan ke pantai atau ke gunung pada liburan kali ini. Jika Ani berjalan-jalan ke gunung, dia harus membawa jaket yang tebal. Ani tidak ke pantai liburan ini. Karena itu Ani harus membawa jaket tebal”

Apakah argumen tersebut sah? Jika sah buktikan dengan tabel kebenaran ! (15)

Jawaban: Misalkan,

p : Ani berjalan-jalan ke pantai

q : Ani berjalan-jalan ke gunung

r : Ani harus membawa jaket tebal

Argumen pada soal dapat dituliskan :

$p \vee q$

$q \rightarrow r$

$\sim p$

r

Untuk membuktikan kesahihan argumen, harus diperlihatkan bahwa $[(p \vee q) \wedge (q \rightarrow r) \wedge \sim p] \rightarrow r$ merupakan tautologi.

Dengan tabel kebenaran,

p	q	r	$p \vee q$	$q \rightarrow r$	$\sim p$	$(p \vee q) \wedge (q \rightarrow r) \wedge \sim p$	$[(p \vee q) \wedge (q \rightarrow r) \wedge \sim p] \rightarrow r$
B	B	B	B	B	S	S	B
B	B	S	B	S	S	S	B
B	S	B	B	B	S	S	B
B	S	S	B	B	S	S	B
S	B	B	B	B	B	B	B
S	B	S	B	S	B	S	B

S	S	B	S	B	B	S	B
S	S	S	S	B	B	S	B

Dengan menggunakan tabel tersebut terbukti bahwa $[(p \vee q) \wedge (q \rightarrow r) \wedge \neg p] \rightarrow r$ merupakan tautologi.

Maka, dapat disimpulkan argumen dalam soal sah.

3. Hitung berapa bilangan bulat positif yang lebih kecil atau sama dengan 200 yang habis dibagi 4 atau 7 atau 9? (10)

Jawaban: Misalkan :

A = himpunan bilangan bulat dari 1 sampai 200 yang habis dibagi 4,

B = himpunan bilangan bulat dari 1 sampai 200 yang habis dibagi 7,

C = himpunan bilangan bulat dari 1 sampai 200 yang habis dibagi 9

Dengan menggunakan prinsip inklusi eksklusif, banyaknya bilangan bulat dari 1 sampai 200 yang habis dibagi 4 atau 7 atau 9 yaitu :

$$\begin{aligned}
 |A \cup B \cup C| &= |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C| \\
 &= \left\lfloor \frac{200}{4} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{200}{7} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{200}{9} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{200}{28} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{200}{36} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{200}{63} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{200}{252} \right\rfloor \\
 &= 50 + 28 + 22 - 7 - 5 - 3 + 0 = 85
 \end{aligned}$$

4. Diberikan dua buah *multiset* berikut: A : {1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4} dan B : {1, 1, 2, 2, 2, 4, 4, 4}. Tentukan: (15)

- a) $A \cap B$ b) $A \cup B$ c) $A - B$ d) $A + B$

Jawaban:

- a) {1, 1, 2, 2, 4, 4}
 b) {1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 4, 4, 4}
 c) {1, 1, 1, 3, 3, 3, 3}
 d) {1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4}

5. Diketahui himpunan $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Terdapat relasi R yang memenuhi: $R : (x + y) \in A$. Periksalah apakah relasi tersebut bersifat : a) Setangkep. b) Tolak setangkep. c) Refleksif. d) Menghantar (20)

Jawaban:

- a) Relasi R bersifat setangkep karena untuk semua nilai a dan b , jika $(a,b) \in R$ maka $(b,a) \in R$. Sifat ini diakibatkan oleh sifat komutatif penjumlahan $x + y$
 b) Relasi R tidak bersifat tolak setangkep karena terdapat relasi $(a,b) \in R$ dan $(b,a) \in R$ dimana $a \neq b$, contohnya relasi (1,2) dan (2,1)
 c) Relasi R tidak bersifat refleksif karena terdapat $a \in A$ yang tidak memenuhi $(a,a) \in R$ antara lain nilai $a=3, 4$, dan 5 yang menghasilkan relasi (3,3), (4,4), dan (5,5). Ketiganya tidak termasuk anggota R
 d) Relasi R tidak bersifat menghantar karena terdapat nilai a, b , dan c dimana $(a,b) \in R$ dan $(b,c) \in R$ namun $(a,c) \notin R$. Contohnya untuk $a=4, b=1, c=2$. Relasi (4,1) anggota himpunan R dan relasi (1,2) anggota himpunan R , namun (4,2) bukan anggota himpunan R .

6. Misalkan R adalah relasi dalam kosakata Bahasa Indonesia (dalam bentuk *string*, sehingga seluruh karakter termasuk anggota) sedemikian sehingga $a R b$ jika dan hanya jika $l(a) = l(b)$, dengan $l(x)$ adalah panjang dari kata x , jadi l ("struktur diskrit")=16. Apakah R relasi yang setara (ekivalen)? (20)

Jawaban: Syarat relasi R disebut setara: refleksif, simetris, dan transitif (menghantar). Akan dibuktikan R refleksif, simetris dan transitif.

- a. R refleksif: Karena $l(a)=l(a)$, sehingga $a R a$ untuk semua string a .
 b. R setangkep: Misalkan $a R b$, maka $l(a)=l(b)$, sehingga $l(b) = l(a)$ dan $b R a$.
 c. R menghantar: Misalkan $a R b$ dan $b R c$. Maka $l(a)=l(b)$ dan $l(b) = l(c)$, sehingga $l(a)=l(c)$, maka $a R c$.

Jadi, R memenuhi relasi setara.

7. Pada *Asynchronous Transfer Mode* (ATM) {sebuah protokol komunikasi yang digunakan sebagai tulang punggung *network*}, data diatur ke dalam sel-sel berukuran 53 byte. Berapa banyak sel ATM yang dapat ditransmisikan dalam 1 menit pada koneksi yang mentransmisikan data dengan rate 500 kilobits per second? (petunjuk : gunakan fungsi *floor* dan *ceiling*) (10)

Jawaban: Asumsikan 1 kilobit = 1000 bit (boleh juga mengasumsikan 1 K = 1024)

Dalam satu menit, dapat ditransmisikan bit sebesar : $500 \times 1000 \times 60 = 30.000.000$ bit per second.

Ukuran sebuah sel ATM dalam bit : $53 \times 8 = 424$ bit.

Maka dalam satu menit, jumlah sel ATM yang dapat ditransmisikan adalah : $30.000.000 / 424 = 70.754,7169$.

Karena sebuah sel ATM tidak dapat dibagi ke dalam ukuran yang lebih kecil lagi, maka dalam satu menit, jumlah sel ATM yang dapat ditransmisikan dengan kecepatan 500 kilobits per second adalah 70.754 sel.