

Penerapan Prinsip Peluang Diskrit, Graf, dan Pohon dalam Bidang Pembiakan

Georgius Rinaldo Winata / NIM: 13509030

Program Studi Teknik Informatika

Sekolah Teknik Elektro dan Informatika

Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia

georgius.rinaldo@students.itb.ac.id

Abstrak — Di dalam kehidupan sehari-hari yang kita jalani, kita sering melihat perbedaan yang dapat diamati. Misalnya jika kita sedang pergi ke toko hewan peliharaan, kita bisa melihat walaupun binatang itu sejenis, tetapi mempunyai warna bulu dan sifat yang berbeda. Ada yang warnanya menarik, ada yang biasa saja. Ada yang sehat dan ada yang cacat. Dalam ilmu Biologi, hal ini dipengaruhi oleh genetik yang diwariskan. Genetik ini akan diturunkan dari kedua orang tua (parent) baik gen jantan maupun gen betina. Gen ini akan terus diwariskan secara turun-temurun dari generasi pertama sampai ke generasi berikutnya secara berulang. Penurunan gen yang merupakan hasil perkawinan jantan dan betina. Perpaduan antara gen dapat menyebabkan hasil yang serupa tapi tak sama sehingga terjadi berbagai variasi dalam tiap individu. Hal ini dapat dijelaskan dengan menggunakan ilmu peluang diskrit serta dengan bantuan penerapan graf dan pohon untuk mempermudah dalam permodelan.

Kata Kunci — peluang diskrit, graf, pohon, hukum Mendel, pewarisan sifat, gen, faktor eksternal

I. PENDAHULUAN

Ilmu pewarisan sifat atau genetika yang dipelajari dalam ilmu Biologi sudah pernah kita peroleh di jenjang pendidikan SMA. Orang tua dari anak menurunkan sifatnya baik fisik maupun watak, baik sepenuhnya maupun sebagian. Hal inilah yang sesuai dengan prinsip dalam pewarisan sifat dan bisa dijelaskan secara ilmiah. Dalam hal ini bisa kita lihat peran dari gen sebagai pewaris sifat orang tuanya.

Pewarisan sifat bisa terjadi melalui 2 cara yaitu secara seksual dan aseksual. Pembuahan (fertilisasi) antara sperma dari jantan dan ovum dari betina disebut seksual. Dengan adanya pembuahan akan terjadi keaneka ragaman (variant) dari suatu spesies walaupun sejenis. Lain halnya dengan makhluk hidup yang berkembang biak tanpa pembuahan (aseksual) seperti melalui fragmentasi pada cacing pipih, membelah diri pada amoeba, dll. Perkembang biakan secara aseksual tidak menghasilkan keaneka-ragaman, oleh karena itu hanya dibahas perkembang biakan melalui pembuahan.

Dalam Ilmu genetika ini seringkali dipakai oleh para peternak untuk menghasilkan varian yang baik atau tidak cacat. Selain itu, ilmu ini juga digunakan untuk menghasilkan varian baru yang lebih bermutu dan punya

daya tahan yang baik contohnya pada tiktok (hasil perkawinan silang antara itik dan entok). Selain itu, ilmu genetika dan diskrit digabungkan untuk mengatur pemasangan indukan, perencanaan untuk variasi keturunan, penempatan ruang, dll dengan menyesuaikan sifat dari yang ditenak untuk membuat varian yang baik.

Dalam makalah ini tidak akan membahas secara menyeluruh. Hal yang akan dibahas yaitu pewarisan sifat sel tunggal, peluang dari jenis yang dilahirkan, metode penempatan kandang (faktor eksternal genetika), dan analisa mengenai hal tersebut. Dalam permodelan pewarisan sifat ini akan digunakan teori peluang diskrit, graf, pohon, dan tentunya hukum-hukum yang berlaku pada ilmu genetika.

II. ILMU GENETIKA

2.1. Definisi dan Konsep Genetika

2.1.1 Definisi Genetika

Genetika adalah ilmu yang keturunan yang mempelajari berbagai problematika manusia seperti kesehatannya, cacat lahirnya, jasmani maupun mental, pewarisan ciri-ciri dan kelainan bawaan, bahkan sampai merekayasanya.

Pewarisan sifat ini terjadi karena adanya pembuahan dari sperma yang berasal dari jantan dan ovum dari betina yang nantinya akan membentuk embrio yang mewarisi sifat dari orang tuanya.

2.1.2 Dasar Genetika

Gen adalah pembawa sifat. Alel adalah ekspresi alternatif dari gen dalam kaitan dengan suatu sifat. Setiap individu disomik selalu memiliki sepasang alel, yang berkaitan dengan suatu sifat yang khas, masing-masing berasal dari tetuanya. Status dari pasangan alel ini dinamakan genotipe. Apabila suatu individu memiliki pasangan alel sama, genotipe individu itu bergenotipe *homozigot*, apabila pasangannya berbeda, genotipe individu yang bersangkutan dalam keadaan *heterozigot*. Genotipe terkait dengan sifat yang teramati. Sifat yang terkait dengan suatu genotipe disebut fenotipe

Setiap makhluk hidup di dunia ini memiliki penampakan fisik (fenotip) yang dikendalikan oleh

rangkaian perintah kimia. Di dalam setiap sel makhluk hidup, terdapat sebuah inti yang memuat serangkaian kimia asam Deuksiribonucleid Acid/Asam Nukleat Deuksiribo (DNA). Setiap sel pada satu makhluk hidup, memiliki salinan DNA yang sama.

Dalam Genetika, terdapat gen dominan dan resesif. Gen dominan merupakan gen yang mendominasi fenotipe pasangan gen dan menunjukkan adanya suatu sifat. Gen dominan memiliki ciri ditandai huruf kapital (misal: P). Genotipe dominan dapat berupa homozigot maupun genotip yang heterozigot (PP atau Pp). Sementara resesif merupakan gen yang didominasi fenotipe pasangan gen dan menunjukkan tidak adanya (kebalikan) dari suatu sifat. Gen dominan memiliki ciri ditandai huruf kecil (misal: p). Genotipe resesif merupakan homozigot huruf kecil (pp). Intermediet adalah heterozigot yang sifat fenotipnya tidak ada dominasi gen, contoh: MM menyatakan bunga merah, mm menyatakan bunga putih, maka heterozigot Mm menyatakan bunga merah muda

2.2. Hukum Mendel

Hukum pewarisan Mendel adalah hukum mengenai pewarisan sifat pada organisme yang dijabarkan oleh Gregor Johann Mendel dalam karyanya 'Percobaan mengenai Persilangan Tanaman'. Hukum ini terdiri dari dua bagian:

1. Hukum pemisahan (*segregation*) dari Mendel, juga dikenal sebagai **Hukum Pertama Mendel**, dan
2. Hukum berpasangan secara bebas (*independent assortment*) dari Mendel, juga dikenal sebagai **Hukum Kedua Mendel**.

Dalam makalah ini, hukum yang akan dipakai adalah **Hukum Pertama Mendel**. Hukum segregasi bebas menyatakan bahwa pada **pembentukan gamet (sel kelamin)**, kedua gen induk (Parent) yang merupakan pasangan alel akan memisah sehingga tiap-tiap gamet menerima satu gen dari induknya.

Secara garis besar, hukum ini mencakup tiga pokok:

1. Gen memiliki bentuk-bentuk alternatif yang mengatur variasi pada karakter turunannya. Ini adalah konsep mengenai dua macam alel; alel resesif (tidak selalu nampak dari luar, dinyatakan dengan huruf kecil, misalnya w dalam gambar di sebelah), dan alel dominan (nampak dari luar, dinyatakan dengan huruf besar, misalnya R).
2. Setiap individu membawa sepasang gen, satu dari tetua jantan (misalnya ww dalam gambar di sebelah) dan satu dari tetua betina (misalnya RR dalam gambar di sebelah).

3. Jika sepasang gen ini merupakan dua alel yang berbeda (Sb dan sB pada gambar 2), alel dominan (S atau B) akan selalu terekspresikan (nampak secara visual dari luar). Alel resesif (s atau b) yang tidak selalu terekspresikan, tetap akan diwariskan pada gamet yang dibentuk pada turunannya.

Penyilangan dengan satu sifat beda disebut monohibrid. Sedangkan penyilangan dengan dua sifat beda disebut dihibrid. Berikut contoh Gen pada hamster dan kasus persilangan monohibrid:
L adalah gen bulu panjang (dominan)
l adalah gen bulu pendek (resesif)

| | | | |
|-------------|---|-------------|----|
| LL x ll | | Jantan (li) | |
| | | L | l |
| Betina (li) | L | LL | Li |
| | l | Li | ll |

Pada tabel di atas, jantan dan betina memiliki fenotip bulu Panjang dengan genotip Ll. Genotip Ll memiliki fenotip berbulu panjang karena adanya alel dominan L. Alel akan berpisah menjadi L dan l. Jika Ll dikawinkan dengan Ll akan menghasilkan 3 macam genotip dengan perbandingan LL (bulu panjang) : Ll (bulu panjang) : ll (bulu pendek) adalah 1 : 2 : 1. Secara fenotip, keturunan yang didapatkan adalah bulu pendek dan bulu panjang dengan perbandingan 3 : 1. Inilah sebabnya Ll disebut pembawa sifat, karena dapat menghasilkan keturunan bulu pendek (ll). Berikut adalah contoh jika hamster dengan warna umbrous bulu panjang dengan pembawa sifat bulu panjang (UuLl) dikawinkan dengan warna umbrous bulu pendek dengan pembawa sifat bulu panjang (uuLl).

| | | | | | |
|-----------------|----|---------------------------------|------|------|------|
| Uull x uuLl | | Jantan (UuLl) | | | |
| | | Umbrous, Pendek Carrier Panjang | | | |
| | | UL | Ul | uL | Ul |
| Betina (UuLl) | UL | UULL | UULl | UuLl | UuLl |
| | Ul | UULl | UUll | UuLl | Uull |
| Umbrous Pendek, | uL | UuLL | UuLl | uuLl | uuLl |
| | | | | ll | |

| Carrier Panjang | ul | UuLl | Uull | uuLl | uull |
|-----------------|----|------|------|------|------|
|-----------------|----|------|------|------|------|

Berdasarkan tabel di atas, ternyata perkawinan UuLl x UuLl akan menghasilkan beragam variasi genotip dengan U dan L dominan. Dari jantan dan betina umbrous berbulu pendek umbrous ini didapatkan empat macam variasi fenotip:

- Umbrous berbulu pendek
- Umbrous berbulu panjang
- Non-umbrous berbulu pendek dan
- Non-umbrous berbulu panjang

masing-masing dengan perbandingan 9 : 3 : 3 : 1. Jenis dengan perbandingan terkecil, biasanya akan menjadi hamster yang relatif mahal karena untuk mendapatkannya cukup sulit. Hamster akan menjadi semakin mahal (baca: langka) apabila pada hamster itu muncul banyak genotip resesif.

Dengan adanya perbedaan kombinasi gen inilah yang akan menghasilkan keaneka ragaman. Perlu diperhatikan bahwa beberapa gen jika muncul bersamaan dalam satu pasang dapat membawa sifat letal, yaitu menjadi cacat atau bahkan mati

Gen terkait kelamin

Jenis kelamin pada mamalia dipengaruhi oleh kromosom jantan. Pasangan gen pada betina adalah **XX**, sedangkan pada jantan adalah **XY**. Dengan demikian, **XX** akan membelah menjadi **X** dan **X** sedangkan **XY** akan membelah menjadi **X** dan **Y**. Dari pasangan gen di atas tentu bisa kita lihat bahwa X dan Y adalah milik sperma. Sperma selalu menjadi penentu dalam setiap perkawinan mamalia untuk menghasilkan keturunan berkelamin jantan atau betina.

Beberapa gen diketahui terkait pada jenis kelamin. Kembali kita gunakan hamster sebagai contoh. Pada hamster siria gen **To** (warna kuning) terkait pada jenis kelamin betina, lebih tepatnya terkait pada gen **X**. Dengan demikian, pada betina terdapat 3 macam kombinasi gen **To**, yaitu **ToTo** (kuning), **Toto** (tortoiseshell), dan **toto** (bukan-kuning). Pada jantan, hanya terdapat satu gen **X**, maka hanya terdapat dua kombinasi yaitu **To₋** (kuning) atau **to₋** (bukan-kuning). *Tortoiseshell* adalah warna mozaik antara kuning dan bukan-kuning, hanya terdapat pada betina, karena pada satu locus gen harus terdapat gen **To** dan **to**.

Berikut adalah tabel dari persilangan dengan gen terkait kelamin pada hamster.

| XY x XX | Jantan (To ₋) Kuning | | Jantan (to ₋) Bukan-kuning | | |
|--------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------|---|-------------------------------|---|
| | XTo | Y ₋ | Xto | Y ₋ | |
| Betina (ToTo) Kuning | XTo | ToTo Betina, Kuning | To ₋ Jantan, Kuning | Toto Betina, Tortoiseshell | To ₋ Jantan, Kuning |
| | Xto | ToTo Betina, Kuning | To ₋ Jantan, Kuning | Toto Betina, Tortoiseshell | To ₋ Jantan, Kuning |
| Betina (Toto) Tortoiseshell | XTo | ToTo Betina, Kuning | To ₋ Jantan, Kuning | Toto Betina, Tortoiseshell | To ₋ Jantan, Kuning |
| | Xto | Toto Betina, Tortoiseshell | to ₋ Jantan, Bukan-kuning | toto Betina, Bukan-Kuning | to ₋ Jantan, Bukan-kuning |
| Betina (toto) Bukan-kuning | Xto | Toto Betina, Tortoiseshell | to ₋ Jantan, Bukan-kuning | toto Betina, Bukan-Kuning | to ₋ Jantan, Bukan-kuning |
| | Xto | Toto Betina, Tortoiseshell | to ₋ Jantan, Bukan-kuning | toto Betina, Bukan-Kuning | to ₋ Jantan, Bukan-kuning |

Pada hamster, pengetahuan tentang genetika biasanya lebih ditekankan untuk mengetahui / mendapatkan warna bulu yang diinginkan. Pewarnaan pada bulu hamster tidak hanya dipengaruhi oleh satu pasang gen, melainkan dapat terdiri dari beberapa pasang gen. Contoh: pada hamster siria, warna dove (abu-abu merpati) disebabkan oleh dua pasang gen pigmen yang tiap pasang harus bersifat resesif, yakni **aa pp**. Gen **a** adalah warna hitam dan **p** adalah cinnamon (agak oranye). Ketiadaan pigmen menyebabkan hamster menjadi berwarna albino (bulu putih, mata merah).

III. PELUANG DISKRIT

3.1 Teori Peluang Diskrit

3.1.1 Teori Peluang

Probabilitas suatu kejadian adalah angka yang menunjukkan kemungkinan terjadinya suatu kejadian. Nilainya di antara 0 dan 1. Kejadian yang mempunyai nilai probabilitas 1 adalah kejadian yang pasti terjadi atau sesuatu yang telah terjadi^[1]. Misalnya matahari yang masih terbit di timur sampai sekarang. Sedangkan suatu kejadian yang mempunyai nilai probabilitas 0 adalah kejadian yang mustahil atau tidak mungkin terjadi. Misalnya seekor kambing melahirkan seekor sapi.

Probabilitas/Peluang suatu kejadian *A* terjadi dilambangkan dengan notasi $P(A)$, $p(A)$, atau $Pr(A)$. Sebaliknya, probabilitas [bukan *A*] atau *komplemen* *A*, atau probabilitas suatu kejadian *A* tidak akan terjadi, adalah $1 - P(A)$.

3.1.2 Kombinatorial

Kombinatorial adalah cabang matematika untuk menghitung jumlah penyusunan objek-objek tanpa harus mengenumerasi semua kemungkinan susunannya.

3.1.2.1 Aturan Penjumlahan

Aturan penjumlahan digunakan dalam gabungan dari suatu kejadian. Bila *A* dan *B* merupakan kejadian sembarang maka

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ dengan $P(A \cup B)$ menyatakan peluang munculnya A atau B dan $P(A \cap B)$ menyatakan peluang munculnya A dan B. Bila A dan B kejadian yang saling bebas, maka $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Contoh :

Kemungkinan mendapatkan satu kartu king atau satu kartu queen dari setumpuk kartu adalah

$$\frac{1}{13} + \frac{1}{13} = \frac{2}{13}$$

3.1.2.2 Aturan Perkalian

Untuk kejadian yang terpisah. Kemungkinan munculnya kedua kejadian secara bersamaan merupakan hasil kali dari kemungkinan munculnya masing-masing kejadian. Bila kejadian A dan B saling terpisah, maka $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

Contoh:

Kemungkinan untuk mengambil sebuah kartu as

berbentuk hati dari tumpukan kartu adalah

$$\frac{1}{13} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{52}$$

3.1.2.3 Permutasi

Permutasi adalah jumlah urutan berbeda dari pengaturan objek-objek. Permutasi merupakan bentuk khusus aplikasi kaidah perkalian.

Contoh:

Berapa banyak “kata” yang terbentuk dari kata “HAPUS”?

Penyelesaian:

Cara 1: $(5)(4)(3)(2)(1) = 120$ buah kata

Cara 2: $P(5, 5) = 5! = 120$ buah kata

Berapa banyak cara mengurutkan nama 25 orang mahasiswa?

Penyelesaian: $P(25, 25) = 25!$

3.1.2.4 Kombinasi

Kombinasi r elemen dari n elemen, atau $C(n, r)$, adalah jumlah pemilihan yang tidak terurut r elemen yang diambil dari n buah elemen.

Contoh:

$C(N, R) =$ BANYAKNYA HIMPUNAN BAGIAN YANG TERDIRI DARI R ELEMEN YANG DAPAT DIBENTUK DARI HIMPUNAN DENGAN N ELEMEN.

MISALKAN $A = \{1, 2, 3\}$

Jumlah Himpunan bagian dengan 2 elemen:

$\{1, 2\} = \{2, 1\}$
 $\{1, 3\} = \{3, 1\}$
 $\{2, 3\} = \{3, 2\}$ } 3 buah

$$\text{ATAU } \binom{3}{2} = \frac{3!}{(3-2)!2!} = \frac{3!}{1!2!} = 3$$

3.2 Penerapan Peluang Diskrit dalam Bidang Pemiakan

3.2.1 Pertimbangan Genetik Persilangan Autosom

Dalam hukum Mendel, gen dominan dinyatakan dengan huruf kapital dan sebaliknya untuk gen yang resesif. Hukum Mendel menyatakan bahwa dalam setiap persilangan, gen dari masing-masing induk akan terpisah.

Pada persilangan monohibrid, gen anak merupakan kombinasi dari gen orang tuanya. Adapun penentuan gen anak adalah sebagai berikut:

1. Menyatakan genotip dari kedua induk yang akan disilangkan. Genotip bisa berupa heterozigot atau homozigot. Contohnya: homozigot dengan heterozigot ($aa \times Aa$)
2. Membuat tabel persilangan induk dengan asumsi gen terpisah saat membentuk gamet

| | | |
|----------------|----------|----------|
| bb x Bb | B | b |
| b | Bb | bb |
| b | bb | bb |

3. Menghitung peluang dari data yang ada di tabel dengan rumus peluang $P(A) = n/N$
 Peluang terbentuk gen BB: $\frac{0}{4}$
 Peluang terbentuk gen Bb: $\frac{1}{4}$
 Peluang terbentuk gen bb: $\frac{3}{4}$
4. Menyimpulkan hasil perhitungan peluang untuk menentukan fenotip anak yang lahir

*) keterangan:

dengan adanya gen dominan, gen resesif akan tertutup sehingga sifat dominan muncul pada genotip AA dan Aa pada anakan

- Perbandingan BB:Bb:bb = 0:1:3
(Misalnya BB dan Bb adalah bulu berwarna hitam untuk hewan tertentu)
- Contoh kesimpulan: Tidak akan ada gen dominan homozigot pada anakan

Pada persilangan dihibrid juga berlaku hukum mendel dan terjadi pemisahan. Dengan cara ini kita bisa mengetahui hasil perpaduan 2 jenis fenotip yang terdapat pada indukan yang akan diwariskan ke anaknya.

Contoh: Persilangan dihibrid heterozigot

| | | | | | |
|---------------|----|---------------|------|------|------|
| CcBb x CcBb | | Jantan (CcBb) | | | |
| | | CB | Cb | cB | cb |
| Betina (CcBb) | CB | CCBB | CCBb | CcBB | CcBb |
| | Cb | CCBb | CCbb | CcBb | Ccbb |
| | cB | CcBB | CcBb | ccBB | ccBb |
| | cb | CcBb | Ccbb | ccBb | ccbb |

Misalkan C adalah warna coklat pada bulu halus landak mini, c adalah cream, sedangkan B adalah durinya berwarna hitam dan b adalah putih.

Genotip yang terbentuk adalah:
 Banyaknya kemungkinan jenis zigot yang terbentuk adalah 9 jenis yaitu
 Peluang CCBB = 1
 Peluang CCbB = 2
 Peluang CCbb = 1
 Peluang CcBB = 2
 Peluang CcBb = 4
 Peluang Ccbb = 2
 Peluang ccBB = 1
 Peluang ccBb = 2
 Peluang ccbb = 1 +
 Total = 16 → sesuai tabel

Fenotip yang terbentuk adalah:
 Banyaknya kemungkinan jenis zigot yang terbentuk adalah 4 jenis
 Peluang bulu coklat duri hitam = 9
 Peluang bulu coklat duri putih = 3
 Peluang bulu cream duri hitam = 3
 Peluang bulu cream duri putih = 1 +
 Total = 16

3.2.2 Pertimbangan Genetik Persilangan Autosom

Persilangan gonosom memakai prinsip yang sama dengan persilangan autosom hanya saja dalam hal ini ada kaitannya dengan jenis kelamin. Dalam gen tersebut juga terpaut suatu gen yang berisi informasi tertentu misalnya cacat.

Contoh:

Gen jantan XY dan gen betina X^CX

| | | | |
|-----------------------|---|---------------------------|----|
| XY x X ^C X | | Betina (X ^C X) | |
| | | X ^C | X |
| Jantan (XY) | X | X ^C X | XX |
| | Y | X ^C Y | XY |

*) keterangan:

- XX = betina normal
- XY = jantan normal
- X^CX = betina cacat
- X^CY = jantan cacat

Maka peluang dari:

Jantan sehat: ¼

Jantan cacat: ¼

Anakan normal: ½

IV. GRAF

4.1 Dasar Teori Graf

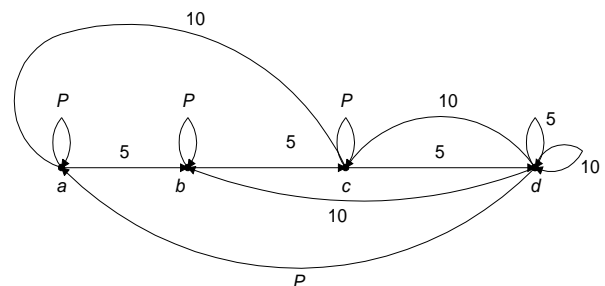
Dalam matematika dan ilmu komputer, teori graf adalah cabang kajian yang mempelajari sifat-sifat graf. Secara informal, suatu graf adalah himpunan benda-benda yang disebut simpul (*vertex* atau *node*) yang terhubung oleh sisi (*edge*) atau busur (*arc*). Biasanya graf digambarkan sebagai kumpulan titik-titik (melambangkan simpul) yang dihubungkan oleh garis-garis (melambangkan sisi) atau garis berpanah (melambangkan busur). Suatu sisi dapat menghubungkan suatu simpul dengan simpul yang sama. Sisi yang demikian dinamakan gelang (*loop*).

Sebuah struktur graf bisa dikembangkan dengan memberi bobot pada tiap sisi. Graf berbobot dapat digunakan untuk melambangkan banyak konsep berbeda. Sebagai contoh jika suatu graf melambangkan jaringan jalan maka bobotnya bisa berarti panjang jalan maupun batas kecepatan tertinggi pada jalan tertentu. Ekstensi lain pada graf adalah dengan membuat sisinya berarah, yang secara teknis disebut graf berarah atau digraf (*directed graph*). Digraf dengan sisi berbobot disebut jaringan.

Jaringan banyak digunakan pada cabang praktis teori graf yaitu analisis jaringan. Perlu dicatat bahwa pada analisis jaringan, definisi kata "jaringan" bisa berbeda, dan sering berarti graf sederhana (tanpa bobot dan arah).

Contoh:

Kasus Mesin jaja (*vending machine*)



Keterangan:

- a : 0 sen dimasukkan
- b : 5 sen dimasukkan
- c : 10 sen dimasukkan
- d : 15 sen atau lebih dimasukkan

4.2 Penerapan Graf pada Bidang Pembiakan

4.2.1 Persilangan dengan Graf

Persilangan antara dihibrid CcBb x CcBb dengan menggunakan graf, akan dihasilkan sebagai berikut:

Langkah:

1. Genotip CC dan Cc akan mempunyai fenotip yang sama sehingga dapat dinyatakan dengan C_ dimana bisa berupa CC atau Cc
2. Menurut hasil persilangan monohibrid, didapat hasil C_ = $\frac{3}{4}$ dan cc = $\frac{1}{4}$
3. Dari data diatas maka persilangan CcBb x CcBb akan mengikuti graf sebagai berikut

$$\frac{3}{4} C_ \begin{cases} \frac{3}{4} B_ \rightarrow C_B = \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{16} \\ \frac{1}{4} bb \rightarrow C_bb = \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{16} \end{cases}$$

$$\frac{1}{4} cc \begin{cases} \frac{1}{4} B_ \rightarrow ccB_ = \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{16} \\ \frac{1}{4} bb \rightarrow ccbb = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16} \end{cases}$$

4. Dari graf di atas dapat disimpulkan
 - a. Peluang muncul sifat dominan C dan sifat dominan B adalah $P(C_B) = \frac{9}{16}$
 - b. Peluang muncul sifat dominan C dan sifat resesif b adalah $P(C_bb) = \frac{3}{16}$
 - c. Peluang muncul sifat resesif c dan sifat dominan B adalah $P(ccB_) = \frac{3}{16}$
 - d. Peluang muncul sifat resesif c dan b adalah $P(ccbb) = \frac{1}{16} \rightarrow$ langka

4.2.2 Pertimbangan Faktor Eksternal dalam Pembiakan dengan Graf

Dalam bidang peternakan tidak bisa secara acak melakukan persilangan. Selain dapat secara genetik mengakibatkan cacat bahkan letal, juga perlu adanya pertimbangan dengan factor eksternal di luar genetika.

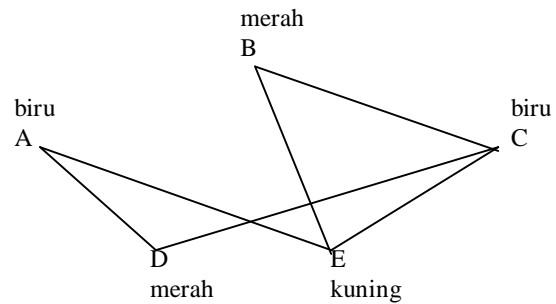
Beberapa contoh faktor eksternal itu seperti:

1. Pengaturan dan penataan kandang (pemisahan dan penggabungan hewan yang ditenak)
2. Perbandingan jantan dan betina dalam persilangan
3. Pemenuhan kebutuhan ternak (pakan, kebersihan, dll)
4. dll

Contoh permasalahan:

Seorang peternak mempunyai 5 ekor ayam pejantan A, B, C, D, dan E. Ayam A boleh digabung B, tetapi ayam B tidak boleh digabung ayam C. Ayam C boleh digabung A, tetapi tidak boleh digabung ayam D. Ayam D boleh digabung dengan ayam manapun kecuali C dan A. Sedangkan

ayam E hanya boleh digabung dengan ayam D. Maka untuk menentukan kandang minimal yang terpakai adalah dengan cara membuat gambar graf dan pewarnaan graf



*) Keterangan: Graf menyatakan tidak boleh digabung

Maka dari graf di atas dapat disimpulkan diperlukan 3 kandang saja untuk 5 ayam dengan sifat berbeda. Hal ini biasa dipakai untuk pemisahan indukan yang punya tempramen yang berbeda supaya tidak berkelahi dan juga untuk pemisahan indukan yang memiliki gen yang memungkinkan terjadi anak yang cacat bila terjadi perkawinan yang tidak diinginkan.

Contoh permasalahan:

Seorang peternak mempunyai 3 lahan. Lahan 1 merupakan lahan terbuka yang terkena matahari langsung dan lahan 2 adalah lahan yang diberi atap sehingga tidak terkena matahari langsung, sedangkan lahan ketiga adalah ruangan tertutup. Peternak ini mempunyai 3 jenis binatang yaitu 5 pasang kura-kura, 7 ekor hamster, dan 4 ekor ayam. Kura-kura harus ditempatkan di tempat terbuka. Ayam bisa ditempatkan dimana saja. Tetapi hamster tidak boleh terkena matahari langsung. Peternak akan menentukan cara penempatan dari hewan yang ditenak.

Langkah:

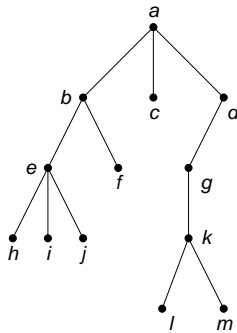
1. Penentuan tempat yang boleh ditempati
 - a. Kura-kura = lahan 1
 - b. Ayam = lahan 1, 2, dan 3
 - c. Hamster = lahan 2 dan 3
2. Penentuan cara penempatan hewan
 - a. Kura-kura
Karena kura-kura harus ditempatkan di lahan 1, maka cara penempatannya hanyalah 1
 - b. Ayam
Ayam bisa ditempatkan dimana saja. Ayam bisa ditempatkan di 1 lahan saja, atau dipisah-pisah di lahan yang berbeda. Untuk menghitung cara penempatan, digunakan kombinasi ${}_{10}C_3$ karena 5 pasang kura-kura yang berarti 10 ekor dapat ditempatkan di tiga lahan berbeda tanpa urutan.
 ${}_{10}C_3 = 120$ cara

- c. Hamster
 Hamster hanya bisa ditempatkan di lahan yang tidak terkena matahari langsung yaitu lahan 2 dan 3. Cara penempatannya juga menggunakan kombinasi yaitu 7C_2 karena 7 hamster akan ditempatkan di 2 lahan secara acak.
 ${}^7C_2 = 21$ cara

V. POHON

5.1 Definisi Pohon

Pohon adalah graf tak berarah terhubung yang tidak mengandung sirkuit



Istilah pada pohon di atas:

- a adalah orang tua dari b, c, dan d
- e dan f adalah anak dari b dan merupakan saudara kandung
- h, i, dan j adalah daun karena tidak mempunyai anak
- simpul dalam pohon ini adalah a,b,d,e,f, dan k karena masing-masing mempunyai anak
- level a adalah 1, level b = level c = level d adalah 2, dst.
- Pohon ini mempunyai kedalaman 5

5.2 Sifat-Sifat Pohon

Jika $G = (V,E)$ adalah graf tak berarah sederhana dan jumlah simpulnya n, maka sifat-sifat pohon G:

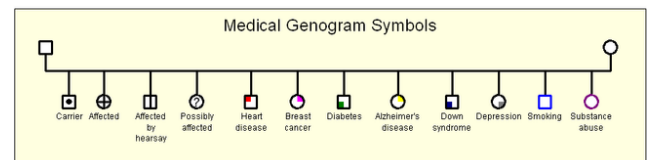
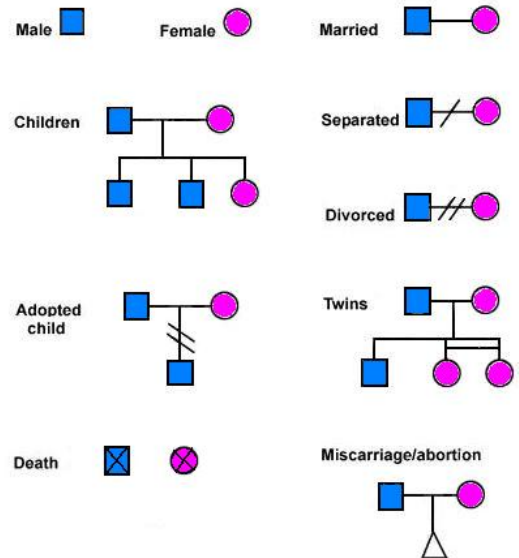
- Setiap pasang simpul di G terhubung dengan lintasan tunggal
- Setiap pasang simpul di dalam G terhubung dengan lintasan tunggal
- G tidak bersirkuit dan memiliki $m=n-1$ buah sisi
- Penambahan satu sisi pada G akan hanya membuat satu sirkuit
- G terhubung dan semua sisinya adalah jembatan

5.3 Pohon Keluarga

Pohon Keluarga adalah grafik yang mewakili hubungan keluarga dalam suatu struktur pohon konvensional. Pohon-pohon keluarga yang lebih rinci yang digunakan dalam kedokteran, silsilah, dan pekerjaan sosial dikenal sebagai genogram.

Genogram adalah tampilan bergambar hubungan keluarga seseorang dan sejarah medis. Ini melampaui

pohon keluarga tradisional dengan memungkinkan pengguna untuk memvisualisasikan pola turun-temurun dan faktor-faktor psikologis yang menekankan hubungan. Hal ini dapat digunakan untuk mengidentifikasi pola-pola berulang dari perilaku dan untuk mengenali kecenderungan turun-temurun.

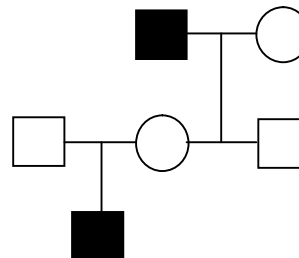


Gambar di atas berisi symbol-simbol pohon keluarga untuk manusia. Tetapi dalam bidang ini bisa diganti atau disesuaikan. Misalnya penggunaan lambang sebagai carrier, cacat, dll.

Contoh:

- jantan normal
- jantan abnormal
- betina normal
- betina abnormal

Hasil perkawinan antara jantan abnormal dan betina normal



Pada hasil persilangan antara jantan abnormal dan betina normal di atas menghasilkan 2 anak yang normal carrier (pembawa gen abnormal) sehingga generasi berikutnya ada kemungkinan cacat walau persilangan dilakukan terhadap sesama yang normal.

VI. ANALISIS PENGATURAN PERSILANGAN DALAM PETERNAKAN

Seperti yang tertera pada judul makalah ini, maka akan dibahas masalah tentang sistem berternak yang baik dan pengaturannya supaya seimbang mungkin dan menghasilkan varian yang baik dari hasil persilangan / perkawinan antara indukan. Pada bab-bab sebelumnya telah dibahas dan dijelaskan mengenai dasar-dasar yang akan dibutuhkan untuk menganalisis kasus-kasus dalam peternakan. Dalam bab ini akan dibahas kasus-kasus yang umumnya dan pastinya terjadi yaitu kasus-kasus utama mengenai persilangan.

Kasusnya antara lain:

- Kecocokan antara jantan dan betina (menghindari perkelahian yang menyebabkan kematian)
- Cacat yang dibawa oleh indukan (orang tua sebagai carrier dengan kemungkinan letal)

6.1 Analisis Kecocokan Jantan dan Betina

Hal ini berhubungan dengan peluang diskrit dan pewarnaan graf yang akan dipakai untuk mengombinasikan perbandingan jantan dan betina serta untuk pemisahan kandang.

Contoh kasus:

Pada umumnya indukan jantan akan selalu menerima kehadiran betina, tetapi tidak sebaliknya. Pada proses persilangan dimana perbandingan jantan dan betina tidak sama (betina lebih banyak dari jantan), tidak semua betina akan hidup berdampingan dengan baik, oleh karena itu perlu ada pemisahan kandang.

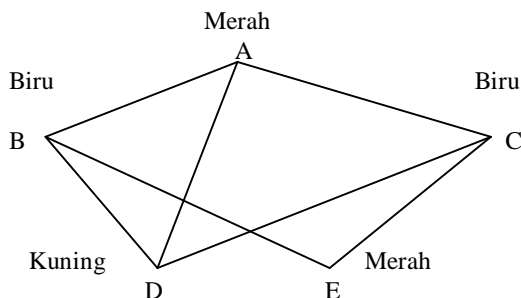
Perlu ada pencatatan terhadap perilaku dari indukan yang akan disilangkan, sehingga penyusunan kandang dapat dilakukan.

Contoh:

Semua betina telah dimasukkan dalam 1 kandang. Ternyata ada yang berkelahi.

Analisa: perlu dicatat betina sedang yang berkelahi dan dipisahkan sesuai kandang. Misalkan sudah tercatat sebagai berikut

| Betina | Tidak Bisa Digabung |
|--------|---------------------|
| A | B,C,D |
| B | A,E |
| C | D |
| D | A,B |
| E | B,C |



Dibuat graf dan pewarnaannya seperti gambar di atas dimana graf menyatakan tidak bisa digabungkan.

Dari graf dan pewarnaan di atas menunjukkan ada 3 warna berbeda yang menyatakan membutuhkan 3 kandang. Dengan peternak hanya perlu meletakkan pejantan di setiap kandang dengan asumsi bahwa pejantan pasti akan menerima betinanya dan sebaliknya karena ada proses untuk menarik perhatian betina sebelum perkawinan berlangsung.

6.2 Analisis Indukan Carrier

Dalam dunia ternak, menghasilkan anakan tidaklah bisa sembarangan. Memang ada yang boleh dikawinkan secara massal dan bersamaan dalam 1 tempat, misalnya pada jenis ikan. Tetapi hal ini belum tentu berlaku bagi hewan lain. Oleh karena itu perlu ada analisa terhadap indukan dan anakan yang akan dihasilkan untuk memrediksi anakan yang lahir baik sehat, cacat, ataupun bahkan mati (letal).

6.2.1 Menentukan pewarisan Cacat pada Gen Dominan

Kelainan yang disebabkan oleh gen dominan pada autosom termasuk jarang ditemukan pada manusia, tetapi tidak dalam dunia ternak. Dalam kasus ini diambil contoh ayam creeper dimana gen dominan menyebabkan kematian atau letal.

Kasus:

Pada ayam dikenal gen dominan C yang jika homozigot menyebabkan sifat letal, alelnya resesif c mengatur pertumbuhan tulang ayam. Jika pada ayam heterozigotnya Cc yaitu ayamnya hidup tapi menunjukkan kecacatan yaitu memiliki kaki pendek disebut ayam redep (dalam bahasa Inggris disebut creeper) meskipun ayam ini hidup tetapi sebenarnya menderita penyakit keturunan yang disebut achondroplasi. Ayam homozigot yang dihasilkan tidak pernah dijumpai hidup sebab sudah mati sejak masih embrio banyak kelainan padanya misal kepala rusak, tulang tidak terbentuk, mata mengecil dan rusak. Perkawinan antar dua ayam creeper menghasilkan perbandingan 2 ayam creeper : 1 ayam normal : 1 letal.

Penyelesaian:

Sebenarnya ayam creeper (Cc) dihasilkan dari ayam normal (cc) yang salah satu gen resesif c mengalami mutasi gen menjadi gen dominan C.

Pertama kita harus melihat apakah salah satu dari ayam indukan yang diternak mempunyai ciri-ciri seperti yang tertera di atas. Apabila sama maka diasumsikan ayam tersebut adalah ayam creeper dengan gen heterozigot Cc.

Dengan menentukan gen indukannya, maka kita bisa memrediksi generasi yang akan lahir dan menghitung peluang anak yang lahir.

Berikut adalah tabel persilangannya:

| | | | |
|---------------------------------|---|---------------------|--------------|
| (Jantan) Cc x (Betina) Cc | | Jantan Creeper (Cc) | |
| | | C | c |
| Betina Creeper (Cc) | C | CC (letal) | Cc (Creeper) |
| | c | Cc (Creeper) | cc (Normal) |

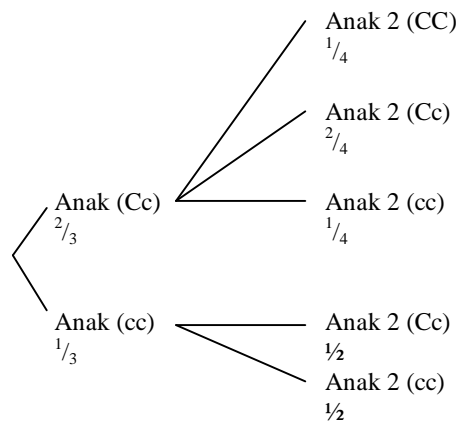
Kesimpulan dari tabel di atas adalah:

1. Peluang anaknya letal adalah: $\frac{1}{4}$
2. Peluang anaknya hidup adalah : $\frac{3}{4}$
3. Peluang anaknya yang hidup Creeper: $\frac{2}{3}$
4. Peluang anaknya yang hidup normal: $\frac{1}{3}$

Analisa:

Dengan menentukan generasi pertama, kita bisa memrediksi generasi keduanya.

Misalkan anak generasi pertama (Anak) disilangkan dengan pasangannya yang punya gen (Cc). Maka graf dari generasi kedua (Anak 2) yang akan terbentuk dengan perhitungan peluang adalah sebagai berikut.



Kesimpulan:

Peluang anak generasi kedua dapat diperoleh dengan aturan perkalian peluang diskrit.

Contoh:

Peluang anak generasi ke 2 dari induk bertipe Cc mati adalah $= \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$

6.2.2 Pewarisan Cacat pada Gen Resesif

Kasus pewarisan gen resesif yang cacat serupa halnya dengan gen dominan hanya saja yang menyebabkan cacat adalah gen resesif. Cara penyelesaiannya pun sama dengan cara penyelesaian gen dominan. Dalam hal ini diambil contoh kasus sapi dexter.

Contoh kasus:

Pada sapi dikenal gen resesif am, yang bila homozigotik (am am) akan memperlihatkan pengaruhnya letal. Anak sapi yang lahir, tidak mempunyai kaki sama sekali. Walaupun anak sapi ini hidup, tetapi karena cacatnya amat berat, maka kejadian ini tergolong sebagai letal (sapi Bulldog = am am). Sapi homozigot dominan (Am Am) dan heterozigot (Am am) adalah normal. Cara menurunnya gen lethal resesif ini sama seperti pada contoh sebelumnya pada gen dominan. Jika sapi jantan heterozigot Am am kawin dengan sapi betina homozigot dominan AmAm, maka anak-anaknya akan terdiri dari sapi homozigot AmAm dan heterozigot Amam, di kemudian hari anak-anak sapi ini dibiarkan kawin secara acakan (random).

Penyelesaian:

Cara penyelesaian dan perhitungan genetik sama dengan cara pada pewarisan gen dominan. Berikut adalah tabelnya.

| | | | |
|-------------------------------------|----|-----------------|-----------------|
| Jantan (AmAm) x Betina (Amam) | | Jantan (AmAm) | |
| | | Am | Am |
| Betina (Amam) | Am | Am Am (normal) | Am Am (carrier) |
| | am | Am am (carrier) | Am am (carrier) |

Kesimpulan dari tabel di atas adalah:

1. Peluang anaknya letal adalah: 0
2. Peluang anaknya hidup adalah : 1
3. Peluang anaknya yang hidup adalah carrier gen sapi dexter: $\frac{3}{4}$
4. Peluang anaknya yang hidup normal (tanpa carrier gen sapi dexter): $\frac{1}{4}$

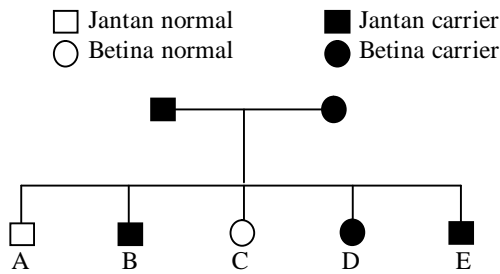
6.3 Analisis Pengaturan Persilangan dengan Pohon

Perencanaan dalam persilangan perlu dilakukan untuk menghasilkan hasil yang optimal dan tidak cacat. Oleh karena itu dalam kasus ini digunakan pohon untuk mencatat semua data tentang individu supaya tidak terjadi kesalahan persilangan.

Contoh kasus:

Untuk mencegah kematian, seorang peternak ayam mencatat hasil persilangannya dalam pohon yang berisi informasi genetik dari indukannya. Pada awalnya Ia hanya memiliki sepasang ayam carrier creeper pada jantan dan betina. Akan tetapi, karena indukan tersebut bertelur dan mempunyai anak, maka Ia ingin

menyilangkan anaknya. Supaya generasi berikutnya tidak cacat, maka ia menyilangkan ayamnya dengan melihat pohon yang dibuat telah melalui percobaan di laboratorium dengan hasil sebagai berikut.



Analisa:

Dari pohon yang telah dibuat di atas dapat dilihat bahwa A dan C adalah normal sedangkan B, D, dan E adalah carrier. Setelah melihat keadaan anakan yang dihasilkan, harus diadakan pemilihan pasangan yang tepat sehingga didapatkan anak generasi kedua yang baik sehingga mendapatkan untung yang lebih bagi peternak.

Strategi persilangan:

1. Untuk generasi pertama A dan C yang normal bisa disilangkan dengan carrier maupun yang normal tanpa menghasilkan anakan yang letal. Tetapi, dengan pertimbangan yang lebih matang lebih baik disilangkan dengan yang bukan carrier sehingga generasi-generasi berikutnya bisa bertelur tanpa ada kematian
2. Untuk generasi pertama B, D, dan E yang merupakan carrier, perlu kerja yang lebih untuk mencarikan pasangan yang bukan carrier supaya generasi berikutnya tidak ada yang mati (letal). Jika B, D, atau E disilangkan dengan yang carrier juga, maka akan mengakibatkan generasi yang dilahirkan mati dan peternak tidak akan mendapat untung yang maksimal.

VII. KESIMPULAN

Berdasarkan semua yang telah dibahas pada bab-bab sebelumnya, kesimpulan yang dapat diambil adalah sebagai berikut:

1. Prinsip-prinsip pada peluang diskrit dapat membantu menentukan peluang dari suatu generasi
2. Prinsip-prinsip pada graf dapat membantu menentukan peluang dari suatu generasi dan pertimbangan faktor eksternal, contohnya pada kasus penempatan indukan
3. Pohon pada diskrit dapat membantu membuat strategi persilangan yang baik dan penentuan varian
4. Dalam persilangan tidak boleh dilakukan secara sembarang, tetapi harus memperhatikan faktor-faktor seperti genetik, kecocokan induk, dll kemudian menentukan strategi persilangannya

REFERENSI

- [1] Campbell NA dan Reece JB (2002). *International edition: Biology, sixth edition*. USA: Pearson Education Inc.
- [2] <http://www.biologie.uni-hamburg.de/b-online/e10/10a.htm>
- [3] <http://biologigonz.blogspot.com/2010/11/gen-lethal.html>
- [4] <http://www.hamster.web.id/index.php/genetika.html>
- [5] <http://www.hedgehogcolors.com/colorbreeding.html#reco>
- [6] http://en.wikipedia.org/wiki/Genogram#Purpose_of_the_Genogram
- [7] http://en.wikipedia.org/wiki/Mendelian_inheritance#Mendelian_trait
- [8] <http://gurungeblog.wordpress.com/2008/11/15/gen-lethal/>
- [9] <http://id.wikipedia.org/wiki/Genetika>
- [10] http://id.wikipedia.org/wiki/Hukum_Pewarisan_Mendel
- [11] http://id.wikipedia.org/wiki/Peluang_%28matematika%29
- [12] http://id.wikipedia.org/wiki/Teori_graf
- [13] <http://medicine.uui.ac.id/upload/Blok-Biomedis-2008-2009-Genetika-Dasar-Kedokteran-UII.pdf>
- [14] <http://repository.ui.ac.id/.../6db5140ecfc9efaae3687e3fca37406c95947710.pdf>
- [15] <http://www.shoestringgenealogy.com/article/Genogram.htm>
- [16] Munir, Rinaldi, *Diktat Kuliah Matematika Diskrit*, Program Studi Teknik Informatika Institut Teknologi Bandung, 2003

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 29 April 2010

ttd

Georgius Rinaldo Winata / 13509030