

# KOMBINATORIAL DALAM HUKUM PEWARISAN MENDEL

Fransisca Cahyono (13509011)  
Program Studi Teknik Informatika  
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika  
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia  
13509011@std.stei.itb.ac.id

**Abstract**—Matematika diskrit adalah salah satu ilmu yang dapat diaplikasikan penggunaannya pada bidang ilmu lain, salah satunya adalah genetika. Genetika adalah ilmu yang mempelajari proses penurunan sifat secara genetik pada suatu organisme. Dalam genetika, perpaduan gen suatu individu yang diperoleh dari orang tuanya memenuhi suatu hukum yang diperoleh dari hasil penelitian seorang biarawan Austria bernama George Mendel. Hukum tersebut terdiri dari dua bagian, yaitu hukum segregasi dan hukum berpasangan secara bebas. Susunan genetik suatu keturunan dapat dihitung dan diperkirakan kemunculannya dengan teori kombinasional jika diketahui pula susunan gen orang tuanya.

**Kata kunci :** genetika, Hukum Mendel, kombinasional.

## 1. PENDAHULUAN

Matematika Diskrit adalah salah satu ilmu yang memiliki banyak kegunaan dalam berbagai bidang ilmu lainnya. Matematika Diskrit merupakan cabang matematika yang mempelajari tentang obyek-obyek diskrit. Diskrit itu sendiri adalah sejumlah berhingga elemen yang berbeda atau elemen-elemen yang tidak bersambungan. Dimana data diskrit merupakan data yang satuannya selalu bulat dalam bilangan asli, tidak berbentuk pecahan, Contoh dari data diskrit misalnya manusia, pohon, bola dan lain-lain.

Berikut ini adalah beberapa alasan pentingnya mempelajari matematika diskrit:

1. Landasan berbagai bidang matematika: logika, teori bilangan, aljabar linier dan abstrak, kombinatorika, teori graf, teori peluang (diskrit).
2. Landasan ilmu komputer: struktur data, algoritma, teori database, bahasa formal, teori automata, teori compiler, sistem operasi, dan pengamanan komputer (computer security).
3. Mempelajari latar belakang matematis yang diperlukan untuk memecahkan masalah dalam riset operasi (optimasi diskrit), kimia, ilmu-ilmu teknik, biologi, telekomunikasi, dsb.

Dari alasan-alasan di atas, jelaslah bahwa Matematika Diskrit memiliki jangkauan yang luas dalam berbagai bidang ilmu. Salah satu contoh penggunaan Matematika Diskrit adalah dalam penemuan salah satu hukum dasar dalam studi genetika pada ilmu Biologi, yaitu Hukum

Mendel.

Hukum pewarisan Mendel adalah hukum yang mengatur pewarisan sifat secara genetik dari satu organisme kepada keturunannya. Hukum ini didapat dari hasil penelitian Gregor Johann Mendel, seorang biarawan Austria.

Hukum tersebut terdiri dari dua bagian :

1. Hukum Pertama Mendel (hukum pemisahan atau *segregation*)

Isi dari hukum segregasi :

*Pada waktu berlangsung pembentukan gamet, setiap pasang gen akan disegregasi ke dalam masing-masing gamet yang terbentuk.*

2. Hukum Kedua Mendel (hukum berpasangan secara bebas atau *independent assortment*)

Isi dari hukum pasangan bebas :

*Segregasi suatu pasangan gen tidak bergantung kepada segregasi pasangan gen lainnya, sehingga di dalam gamet-gamet yang terbentuk akan terjadi pemilihan kombinasi gen-gen secara bebas.*

Hukum Mendel adalah salah satu hukum terpenting dalam perkembangan ilmu genetika di dunia. Namun, tidak banyak orang yang menyadari bahwa penelitian Mendel didasari pada ilmu Matematika Diskrit. Dalam makalah ini akan dibahas mengenai penelitian Gregor Mendel yang menggunakan ilmu Kombinatorial dalam Matematika Diskrit, yaitu pencarian jumlah gamet, perhitungan dalam poligen, dan perhitungan mengenai peluang kemunculan suatu genotipe tertentu.

## 2. KOMBINATORIAL

Kombinatorial (*combinatoric*) adalah cabang matematika untuk menghitung jumlah penyusunan objek-objek dalam himpunannya. Beberapa contoh masalah yang harus dipecahkan dengan kombinatorial adalah sebagai berikut :

- Terdapat banyak cara memilih Ketua Himpunan, Wakil, dan Sekretaris dari 20 orang calon pengurus.
- Jika ada 10 buah pertanyaan yang masing-masing dapat dijawab dengan benar, maka dapat dibuat berbagai kombinasi jawaban, misalnya semuanya benar, hanya 1 yang benar, 5 soal benar, dll.
- Penggunaan *password* yang terdiri dari empat sampai delapan huruf atau karakter yang memiliki

banyak sekali kemungkinan susunan karakter-karakter.

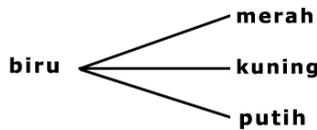
Cara termudah memecahkan permasalahan di atas adalah dengan mengenumerasi atau menghitung satu persatu semua kemungkinan susunannya (mencacah). Mengenumerasi hanya dapat digunakan bila jumlah objek sedikit. Bila jumlah objek amat banyak, kombinatorial dapat digunakan untuk menghitung banyaknya kemungkinan yang terjadi.

Kombinatorial didasarkan pada percobaan berulang yang hasilnya kemudian diamati. Data dalam kombinatorial ini dapat disajikan dengan berbagai cara, diantaranya adalah dengan menggunakan diagram pohon, tabel silang, dan himpunan pasangan terurut. Gambar 2.1, Gambar 2.2, dan Gambar 2.3 adalah contoh penyajian data sesuai dengan kejadian berikut :

Kejadian A : warna baju yang tersedia berwarna biru

Kejadian B : warna celana tersedia berwarna merah, kuning, atau putih

Hasil kejadian A x B adalah tiga kemungkinan susunan objek, yaitu biru-merah, biru-kuning, dan biru-putih.



Gambar 2.1 Contoh Diagram Pohon

	B			
		merah	kuning	putih
A				
	biru	biru, merah	biru, kuning	biru, putih

Gambar 2.2 Contoh Tabel Silang

$A = \{ \text{biru} \}$
$B = \{ \text{merah, kuning, putih} \}$
$A \times B = \{ (\text{biru, merah}); (\text{biru, kuning}); (\text{biru, putih}) \}$

Gambar 2.3 Contoh Himpunan Pasangan Terurut

Dua kaidah dasar yang digunakan dalam menghitung pengaturan objek dalam kombinatorial adalah kaidah perkalian dan kaidah penjumlahan.

1. Kaidah perkalian (*rule of product*)  
Bila suatu kejadian A memiliki i hasil percobaan yang mungkin terjadi dan suatu kejadian B memiliki j hasil percobaan yang mungkin terjadi, maka bila kejadian A dan kejadian B terjadi bersamaan, akan terdapat  $i \times j$  hasil percobaan.
2. Kaidah penjumlahan (*rule of sum*)  
Bila suatu kejadian A memiliki i hasil percobaan yang mungkin terjadi dan suatu kejadian B memiliki j hasil percobaan yang mungkin terjadi,

maka bila hanya kejadian A atau kejadian B yang terjadi, akan terdapat  $i + j$  hasil percobaan.

Metode dalam mencacah dapat dilakukan dengan berbagai cara, diantaranya adalah dengan aturan pengisian tempat kosong (*filling slots*), permutasi, dan kombinasi. Dalam makalah ini, akan digunakan teori kombinasi dan teori peluang dalam suatu kejadian.

## 2.1 KOMBINASI

Kombinasi adalah bentuk lain dari permutasi yang tidak memperhatikan urutan kemunculan. Kombinasi dapat ditentukan dengan cara:

- n : banyak anggota ruang sampel  
r : banyak anggota yang ingin dibentuk

Misalkan sebuah kelompok paduan suara terdiri dari 20 orang anggota. Akan dipilih 15 orang untuk ikut dalam lomba. Banyak cara untuk memilih susunan peserta lomba adalah :

### Koefisien Binomial

Teorema binomial adalah cara untuk menjabarkan bentuk  $(p+q)^n$  (n bilangan positif). Cara ini digunakan sebagai alternatif dari segitiga Pascal.

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1
1 8 28 56 70 56 28 8 1
1 9 36 84 126 126 84 36 9 1
1 10 45 120 210 252 210 120 45 10 1
1 11 55 165 330 462 462 330 165 55 11 1
1 12 66 220 495 792 924 792 495 220 66 12 1
1 13 78 286 715 1287 1716 1716 1287 715 286 78 13 1

Gambar 2.4 Segitiga Pascal

Aturan penjabaran bentuk perpangkatan  $(p+q)^n$  adalah:

1. Suku pertama adalah  $p^n$  dan suku terakhir adalah  $q^n$ .
2. Pada suku berikutnya, setiap pangkat p akan berkurang 1 dan pangkat q akan bertambah 1.
3. Koefisien untuk  $p^{n-k}q^k$  adalah  $C(n,k)$ . Bilangan  $C(n,k)$  disebut *koefisien binomial*.

Contohnya:

$$(p+q)^3 = p^3 + 3p^2q + 3pq^2 + q^3$$

$$(p+q)^4 = p^4 + 4p^3q + 6p^2q^2 + 4pq^3 + q^4$$

## 2.2 PELUANG

Ada beberapa istilah yang perlu diketahui untuk memahami teori peluang. Istilah-istilah tersebut adalah percobaan, ruang sampel, titik sampel, dan kejadian. Percobaan adalah kegiatan yang dilakukan berulang untuk mendapatkan suatu hasil percobaan tertentu. Ruang sampel atau ruang contoh adalah himpunan dari semua hasil yang mungkin pada sebuah percobaan. Titik sampel atau titik contoh adalah anggota-anggota dari ruang sampel. Kejadian adalah himpunan bagian dari ruang contoh. Ada dua macam kejadian :

- Kejadian sederhana, yaitu kejadian yang hanya memiliki satu titik sampel
- Kejadian majemuk, yaitu kejadian yang memiliki titik sampel lebih dari satu.

Peluang adalah perbandingan antara banyaknya anggota kejadian (titik sampel) dengan anggota ruang sampel. Peluang suatu kejadian A adalah :

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

n(A) : banyak anggota kejadian A

n(S) : banyak anggota ruang sampel

Kisaran nilai peluang adalah antara 0 (kemustahilan) sampai dengan 1 (kepastian), atau dapat ditulis dengan notasi  $0 \leq P(A) \leq 1$ .

## 3. HUKUM PEWARISAN MENDEL

Hukum pewarisan Mendel adalah hukum yang mengatur pewarisan sifat secara genetik dari satu organisme kepada keturunannya. Hukum ini didapat dari hasil penelitian Gregor Johann Mendel, seorang biarawan Austria



Gambar 3.1 Gregor Johann Mendel

Hukum Mendel terdiri dari dua bagian :

1. Hukum Pertama Mendel (hukum pemisahan atau *segregation*)  
Isi dari hukum segregasi :  
*Pada waktu berlangsung pembentukan gamet, setiap pasang gen akan disegregasi ke dalam masing-masing gamet yang terbentuk.*
2. Hukum Kedua Mendel (hukum berpasangan secara bebas atau *independent assortment*)  
Isi dari hukum pasangan bebas :

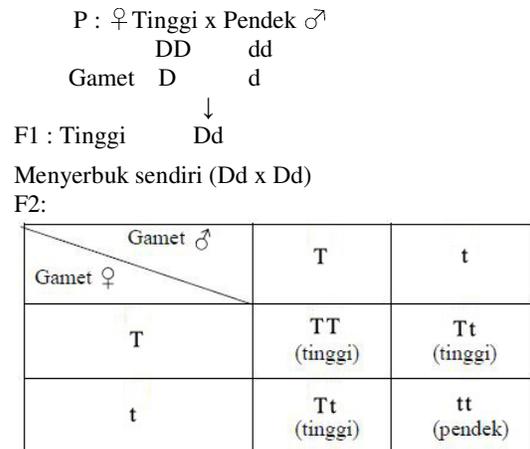
*Segregasi suatu pasangan gen tidak bergantung kepada segregasi pasangan gen lainnya, sehingga di dalam gamet-gamet yang terbentuk akan terjadi pemilihan kombinasi gen-gen secara bebas.*

Ada beberapa istilah yang perlu diketahui untuk menjelaskan prinsip-prinsip pewarisan sifat. Pertama, individu yang disilangkan adalah *parental* atau orangtua (P) dari individu keturunannya. *Fillal* adalah keturunan atau anak dari parental. F1 adalah fillal generasi pertama, dan F2 adalah fillal generasi ke dua. Setiap parental akan menghasilkan gen yang disebut *gamet*. Gamet disebut juga dengan istilah sel kelamin. Gamet adalah hasil pembelahan sel pada sebuah individu yang akan bergabung dengan gamet dari individu lain membentuk individu baru. Gamet D dikatakan sebagai alel dominan, sedang gamet d merupakan alel resesif. Gen D dikatakan dominan terhadap gen d, karena ekspresi gen D akan menutupi ekspresi gen d jika keduanya terdapat bersama-sama dalam satu individu (Dd). Sebaliknya, gen resesif adalah gen yang ekspresinya ditutupi oleh ekspresi gen lainnya.

Individu Dd dinamakan individu *heterozigot*, sedang individu DD dan dd adalah individu *homozigot* yang masing-masing disebut sebagai individu homozigot dominan dan homozigot resesif. Genotipe adalah susunan genetik yang membentuk suatu sifat tertentu, sedangkan fenotipe adalah sifat-sifat fisik dari individu yang dapat langsung diamati pada individu-individu tersebut, yakni tinggi, pendek, hijau, kuning, dan lain-lain.

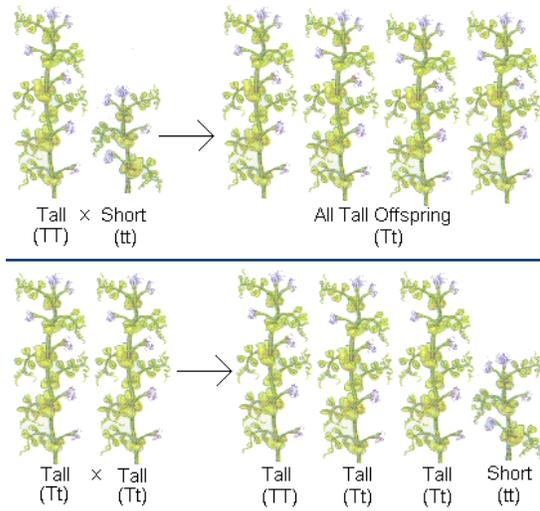
### MONOHIBRID

Persilangan monohibrid adalah persilangan antara satu gen yang mewakili satu sifat. Contoh persilangan monohybrid sebuah tanaman tinggi (DD) dengan tanaman pendek (dd).



Tinggi (D-) : pendek (dd) = 3 : 1

DD : Dd : dd = 1 : 2 : 1



Gambar 3.2 Hasil persilangan monohybrid contoh di atas

**DIHIBRID**

Persilangan dihibrid adalah persilangan antara satu gen yang mewakili satu sifat. Contoh persilangan tanaman berbiji kuning halus (GGWW) dengan tanaman berbiji hijau keriput (ggww).

P : ♀ Kuning, halus x Hijau, keriput ♂  
 GGWW                      ggww  
 Gamet      GW                      gw  
 ↓  
 F1 :              Kuning, halus  
                     GgWw

Menyerbuk sendiri (GgWw x GgWw)  
 F2 :

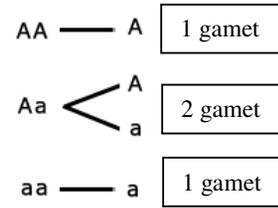
Gamet ♂	GW	Gw	gW	gw
Gamet ♀				
GW	GGWW (kuning,halus)	GGWw (kuning,halus)	GgWW (kuning,halus)	GgWw (kuning,halus)
Gw	GGWw (kuning,halus)	GGww (kuning,keriput)	GgWw (kuning,halus)	Ggww (kuning,keriput)
gW	GgWW (kuning,halus)	GgWw (kuning,halus)	ggWW (hijau,halus)	ggWw (hijau,halus)
gw	GgWw (kuning,halus)	Ggww (kuning,keriput)	ggWw (hijau,halus)	ggww (hijau,keriput)

kuning halus (G-W-) : kuningkeriput (G-ww) : hijau halus (ggW-) : hijau keriput (ggww) = 9 : 3 : 3 : 1  
 GGWW : GGWw : GGww : GgWW : GgWw : Ggww = 1 : 2 : 1 : 2 : 4 : 2 : 1 : 2 : 1

**4. KOMBINATORIAL DALAM PERSILANGAN MENDEL**

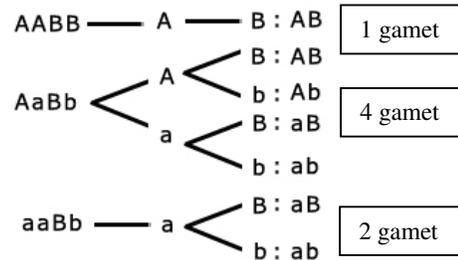
**4.1 Mencari banyaknya gamet pada individu dan menentukan banyak genotipe hasil persilangan**

Misalkan ada tiga individu yang memiliki gen masing-masing AA, Aa, dan aa. Gamet yang terbentuk dapat dilihat pada Gambar 4.1.



Gambar 4.1 Gamet masing-masing individu

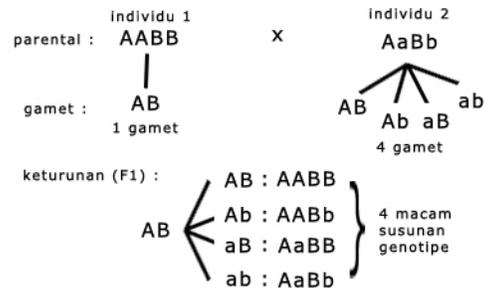
Contoh kedua, ada 2 individu yang memiliki gen AABB, AaBb, dan aaBb. Gamet yang terbentuk dapat dilihat pada Gambar 4.2.



Gambar 4.2 Gamet masing-masing individu pada contoh 2

Dari 2 contoh di atas, dapat dilihat bahwa banyaknya gamet total suatu individu adalah hasil perkalian dari gamet gen pertama dengan gamet gen kedua. Hal tersebut sesuai dengan kaidah perkalian. Karena masing-masing gen hanya memiliki maksimal 2 alel, maka perhitungan gamet dapat dirumuskan menjadi 2<sup>n</sup>, dimana n adalah banyaknya pasangan gen yang heterozigot.

Jika terjadi persilangan antara individu, menurut Hukum Kedua Mendel (hukum berpasangan bebas), gamet-gamet individu pertama akan saling berpasangan dengan gamet dari individu pasangannya. Hal ini menyebabkan banyaknya kombinasi keturunannya adalah jumlah gamet individu pertama dikalikan dengan jumlah gamet individu kedua, sesuai dengan kaidah perkalian. Contoh hasil persilangan antar individu dapat dilihat pada Gambar 4.3.

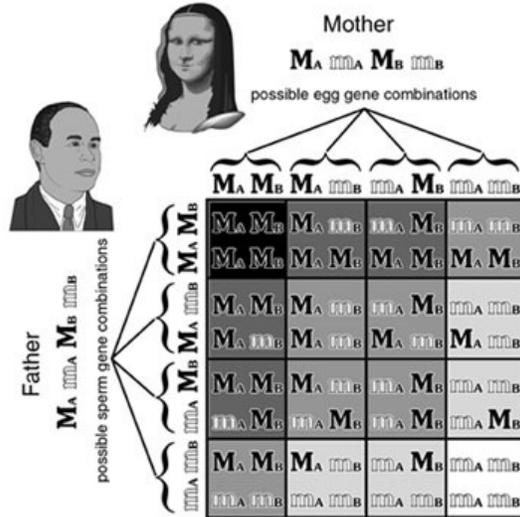


Gambar 4.3 Hasil persilangan individu AABB dengan AaBb

**4.2 Peluang kemunculan genotipe dalam poligen**

Poligen adalah suatu seri gen ganda yang menentukan suatu sifat individu. Dalam hal ini, pewarisan sifat

dikendalikan oleh lebih dari satu gen pada lokus yang berbeda dalam kromosom yang sama atau berlainan. Contoh poligen misalnya pada kasus penurunan warna kulit manusia.



Gambar 4.4 Tabel poligen warna kulit manusia

Misalkan perkawinan pria dan wanita pada Gambar 4.4 menghasilkan keturunan sesuai dengan tabel tersebut. Sesuai dengan arsip warna, dihasilkan 1 warna kulit hitam (4 gen dominan), 4 warna kulit cokelat tua (3 gen dominan), 6 warna kulit cokelat muda (2 gen dominan), 4 warna kulit krem (1 gen dominan) dan 1 warna kulit putih (tidak ada gen dominan). Jika mereka menginginkan anak dengan warna kulit krem, maka kemungkinan genotipnya dapat dihitung menggunakan kombinasi sebagai berikut:

Total gen dominan : 4  
 Banyak gen dominan pada genotip krem : 1  
 Susunan genotip krem :

$$C(4,1) = \frac{4!}{1!(4-1)!} = 4 \text{ cara}$$

Peluang anak yang dilahirkan memiliki kulit berwarna krem :

Banyak anggota ruang sampel (s) = 4 x 4 = 16 cara

$$P(A) = \frac{C(4,1)}{s} = \frac{4}{16} = 0.25$$

### 4.3 Memperkirakan peluang kemunculan suatu genotipe

Dari hasil persilangan monohibrid tanaman tinggi dan pendek sebelumnya, dapat dihitung peluang dari masing-masing hasil keturunan. Peluang tanaman tinggi yang dihasilkan :

$$P(D-) = \frac{3}{4}$$

Peluang tanaman pendek yang dihasilkan :

$$P(dd) = \frac{1}{4}$$

Dari hasil perhitungan masing-masing peluang kemunculan sifat tanaman, dapat diperkirakan hasil tanaman yang didapat jika percobaan dilakukan dalam jumlah yang besar.

Misalkan berdasarkan data peluang di atas, seseorang ingin menanam 5 pohon pada ladangnya. Jika dua kejadian dilakukan bersama-sama dan diketahui peluang masing-masing kejadian adalah  $p$  dan  $q$ , dan jika kejadian tersebut dilakukan sebanyak  $n$  kali, maka persebaran peluangnya adalah  $(p+q)^n$ .

Persebaran peluang pada penanaman 5 pohon (menurut teorema binomial adalah :

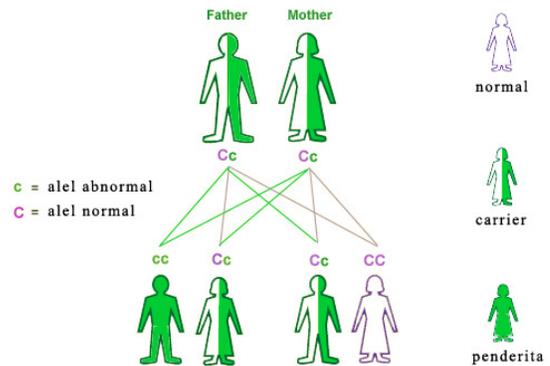
$$(p+q)^n = (p+q)^5 = p^5 + 5p^4q + 10p^3q^2 + 10p^2q^3 + 5pq^4 + q^5$$

Peluang semua tanaman tinggi adalah

$$p^5 = \left(\frac{3}{4}\right)^5 = \frac{243}{1024}$$

Perhitungan seperti contoh diatas sangat berguna untuk memperkirakan hasil yang ingin dicapai. Contoh yang sangat nyata dalam kehidupan adalah pada bidang kesehatan, misalnya perhitungan peluang seorang anak mewarisi gen penyakit dari orang tuanya.

Misalkan seorang pria carrier alel penyakit (Cc) menikah dengan seorang wanita yang juga carrier penyakit tersebut (Cc). Jika mereka menginginkan 3 orang anak, berapakah kemungkinan ketiga anaknya normal (bukan carrier)?



Gambar 4.5 Ilustrasi persilangan carrier dengan carrier

Persebaran peluang 3 anak :

$$(p+q)^n = (p+q)^3 = p^3 + 3p^2q + 3pq^2 + q^3$$

Dari Gambar 4.5, diketahui bahwa peluang anak normal (CC) adalah 0.25 dan peluang anak abnormal (penderita dan carrier) adalah  $1 - 0.25 = 0.75$ . Peluang semua anak yang lahir normal adalah :

$$p^3 = (0.25)^3 = 0.015625 = \frac{1}{64}$$

## KESIMPULAN

Matematika Diskrit adalah salah satu ilmu yang memiliki banyak kegunaan dalam berbagai bidang ilmu lainnya. Salah satu cabang dalam ilmu matematika diskrit, yaitu teori kombinatorial dapat diaplikasikan pada bidang lain, yaitu genetika, dalam hal ini adalah Hukum Pewarisan Mendel.

Teori kombinatorial dapat digunakan untuk menghitung banyaknya gamet pada gen suatu individu dan menghitung banyaknya genotipe yang dihasilkan dalam persilangan. Peluang kemunculan suatu genotipe poligen juga dapat dihitung dengan teori kombinatorial, yaitu dengan cara kombinasi.

## REFERENSI

- [1] <http://genmulia.edublogs.org/>  
waktu akses 14 Desember 2010 pukul 23.20
- [2] [http://id.wikipedia.org/wiki/Hukum\\_Pewarisan\\_Mendel](http://id.wikipedia.org/wiki/Hukum_Pewarisan_Mendel)  
waktu akses 9 Desember 2010 pukul 17.02
- [3] <http://www.scribd.com/doc/41672868/Makalah-Bio-Umum>  
waktu akses 14 Desember 2010 pukul 23.43
- [4] Munir, Rinaldi, Diktat Kuliah Struktur Diskrit, Departemen Teknik Informatika, Institut Teknologi Bandung

## PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 15 Desember 2010

Fransisca Cahyono / 13509011