

# Efek Domino Untuk Memvisualisasikan Induksi Matematika

Nu Fadhillah Erlambang (13509091)

Program Studi Teknik Informatika

Sekolah Teknik Elektro dan Informatika

Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia

ifadhillah.mbenk@students.itb.ac.id

**Absrak**—Induksi matematika merupakan cara yang ampuh dalam membuktikan pernyataan yang hanya menyangkut bilangan bulat. Induksi matematika juga merupakan sesuatu yang bersifat abstrak karena tidak ada pemodelan yang serupa dengan induksi matematika. Akan tetapi, sekarang sudah ada permainan yang dapat memodelkan induksi matematika sehingga para mahasiswa menjadi lebih mudah memahami konsep induksi matematika tersebut karena sudah ada bentuk konkretnya. Permainan itu disebut efek domino. Permainan domino cukup menarik untuk dimainkan oleh semua kalangan. Atas dasar itu penulis tertarik untuk membuat makalah yang berkaitan dengan domino. Dalam makalah ini penulis ingin menjelaskan efek domino dari sudut pandang matematika. Prinsip efek domino adalah jika batu domino pertama jatuh, batu selanjutnya akan jatuh juga karena mendapat dorongan dari batu pertama. Hal ini berlangsung terus menerus sampai batu terakhir jatuh. Fenomena ini sesuai dengan prinsip induksi matematika yang berbunyi “jika  $p(n)$  benar,  $p(n+1)$  juga benar dimana  $n$  adalah bilangan bulat positif”

**Kata Kunci** : Induksi matematika, domino, pembuktian, visualisasi.

## 1. PENDAHULUAN

Domino adalah semacam permainan kartu generik. Di Indonesia biasanya berbentuk kartu kecil berukuran 3x5 cm, berwarna dasar kuning terdapat endol-endol yang berfungsi atau pengganti angka. Bentuk domino ada yang berupa kartu (disebut juga kartu gaple) dan ada juga yang berbentuk batu berbahan acrylic. Domino mempunyai sifat dapat merubuhkan domino lain jika diletakkan secara berdekatan. Sifat ini dinamakan efek domino.

Untuk mendemonstariskan domino kita memerlukan domino berbentuk batu. Cara membuat efek domino adalah batu - batu domino disusun berjajar kemudian batu pertama dijatuhkan mengenai batu kedua. Secara otomatis batu kedua akan mengenai batu ketiga sampai jatuh dan begitu seterusnya sampai batu terakhir jatuh.

Efek domino merupakan bentuk visualisasi yang konkret dari induksi matematika. Pada induksi matematika, kita hanya membuktikan apakah suatu pernyataan matematika itu benar atau salah dengan membandingkan kebenaran suku pertama dengan suku berikutnya. Jika pernyataan suku pertama itu benar, suku

berikutnya pasti akan bernilai benar. Hal ini sejalan dengan efek domino. Pada efek domino jika batu pertama jatuh mengenai batu kedua, batu kedua akan ikut jatuh mengenai batu berikutnya. Hal ini berlangsung terus sampai batu domino yang terakhir.

Efek domino sangat menarik untuk dibahas karena dapat memeragakan konsep induksi matematika yang terkesan statis. Selain itu efek domino juga banyak digemari oleh berbagai kalangan dan merupakan pertunjukkan yang menarik. Hal yang membuat menarik adalah terdapat variasi dalam penyusunan batu domino. Jika batu domino hanya disusun lurus dan dijatuhkan, tentulah tidak menarik dan semua orang dapat melakukannya. Akan tetapi bagaimana jika batu domino disusun melingkar seperti obat nyamuk bakar. Tentu hal ini terlihat menarik dan banyak orang yang berdecak kagum bila ada orang yang dapat menjatuhkan semua batu domino dengan mulus. Jadi dengan efek domino kita dapat belajar konsep induksi matematika dan kita bisa merilekskan diri dengan permainan ini.

### 1.1. Sekilas Permainan Domino

Permainan domino menggunakan satu set kartu atau batu berbahan *acrylic* yang berjumlah 28. Kartu, berisi angka-angka yang berpasangan, dari pasangan angka terkecil 0-0 hingga yang terbesar 6-6. Ke-28 kartu dibagi habis secara merata ke empat orang pemain, sehingga masing-masing pemain mendapatkan 7 lembar kartu.



Gambar 1. Domino Berbentuk Kartu



**Gambar 2. Domino Berbahan Acrylic**

Permainan domino mengandalkan kemampuan rasa dan periksa. Disinilah menariknya permainan domino. Para pemain tidak hanya dituntut untuk mampu menghitung (memeriksa) kartu yang sudah di bawah, namun juga harus mampu merasa kartu apa saja yang masih ada di tangan lawan, dan di pihak mana kartu itu berada. Merasakan keberadaan kartu sangat diperlukan, terlebih lagi jika permainan sudah memasuki fase akhir. Sebenarnya tak terlalu sulit menebak kartu yang dipegang lawan, jika si pemain betul-betul menyimak permainan dan memperhatikan kartu apa saja yang telah diturunkan lawan. Selain itu membaca kartu yang tidak dimiliki lawan, juga tak kalah pentingnya. Dengan menawarkan angka yang tidak dipunyai lawan secara berulang, tentu akan menghalangi laju langkah lawan.

Dalam aturan umum permainan domino, pemain yang bisa menghabiskan kartunya terlebih dahulu, dianggap sebagai pemenang. Sedangkan pemain kedua, ketiga, dan keempat, akan dihitung sisa angka yang masih dipegang. Pemain yang memegang sisa angka terbesar dianggap sebagai pihak yang kalah. Saat kartu hasil kocokan dibuka, penentuan nasib segera dimulai. Pemain yang banyak mendapat kartu berpasangan sama (balak), boleh dikata kurang beruntung. Apalagi kalau balak yang didapat berjumlah besar, seperti 6-6 (12) atau 5-5 (10). Kartu balak bisa menjadi kartu mati, jika lawan selalu menutup keenam kartu lainnya. Semisal, balak 6 akan menjadi kartu mati, jika setiap turunnya kartu 1-6, 2-6, 3-6, 4-6, dan 5-6, selalu ditutup oleh pihak lawan. Hal inilah yang menyebabkan setiap pemain akan secepat mungkin menurunkan kartu balak dari tangannya. Walaupun begitu, mendapatkan kartu yang berangka kecil-pun, belum tentu kemenangan akan mudah diraih. Biasanya pemain akan lebih senang mendapatkan kartu dengan angka-angka yang terdistribusi merata, karena dengan ini si pemain dapat menjawab setiap angka yang ditawarkan lawan.

Pemain yang mendapatkan empat atau lima kartu berseri, menjadi pihak yang paling beruntung. Kemungkinan besar dia akan menguasai jalannya permainan, hingga akhirnya meraih kemenangan. Semisal, seorang pemain mendapatkan lima kartu berseri 1 : 1-0, 1-1, 1-3, 1-5, dan 1-6, maka angka 1 itu akan

menjadi kunci untuk meraih kemenangan. Keberuntungan tidak sebatas itu saja. Pemain yang mendapatkan model kartu semacam ini, dapat pula mendikte permainan lawan, dengan memberikan kesempatan atau menutup laju lawan yang ia kehendaki.

Teknik lain memenangkan permainan ialah dengan cara mengadu kartu. Yaitu teknik menghentikan permainan dengan membuat angka kembar di kedua belah sisi. Teknik ini memang mengandung resiko, karena pemain yang mengadu kartu (pihak penantang) harus memiliki sisa angka paling kecil di antara pemain-pemain lainnya. Jika kondisi ini tak terpenuhi, maka pihak penantang akan menjadi pihak yang kalah.

Banyak pelajaran yang bisa didapat dari permainan domino. Seperti halnya di kehidupan sehari-hari, dalam permainan ini kita dilatih untuk bersungguh-sungguh, berkonsentrasi tinggi, serta berani mengambil keputusan. Selain itu kita juga diajarkan bagaimana caranya berhitung, *manage* nasib, dan meminimalisir sebuah kegagalan. Dari permainan ini pula, kita bisa mengetahui karakter para pemain. Apakah ia tipikal yang agresif, konservatif, atau seorang yang baik hati.

## 2. METODE PENULISAN

Metode penulisan makalah yang digunakan adalah metode studi pustaka, analisis kasus dan hipotesis. Penulis memperoleh data melalui buku struktur diskrit dan beberapa artikel dari internet. Setelah penulis membaca referensi dari internet penulis mencoba untuk membuktikan permainan efek domino yang sangat erat kaitannya dengan prinsip induksi matematika.

## 3. DASAR TEORI

### 3.1. Definisi Induksi Matematika

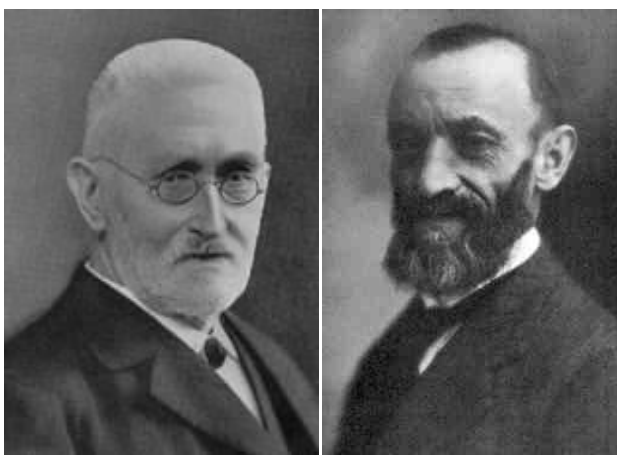
Induksi matematika merupakan suatu teknik untuk membuktikan suatu pernyataan matematika apakah benar atau salah. Seringkali kita hanya menerima saja pernyataan atau argumen matematika, tanpa mengetahui kebenaran pernyataan tersebut. Oleh karena itu kita membutuhkan suatu metode untuk membuktikan kebenaran pernyataan matematika yang disebut induksi matematika. Melalui induksi matematika kita dapat mengurangi langkah-langkah pembuktian bahwa semua bilangan bulat termasuk ke dalam suatu himpunan kebenaran dengan hanya sejumlah langkah terbatas.

### 3.2 Sejarah Induksi Matematika

Sebuah bukti implisit dengan induksi matematika untuk urutan aritmatika diperkenalkan dalam al-Fakhri yang ditulis oleh al-Karaji sekitar 1000 Masehi, yang menggunakannya untuk membuktikan teorema binomial dan sifat segitiga Pascal. Selain al-Fakhri terdapat juga ilmuwan Yunani kuno yang membuktikan induksi matematika untuk menyatakan bahwa sifat bilangan prima yang tidak terbatas.

Tidak satupun ahli matematika kuno yang dapat membuktikan induksi matematika secara eksplisit. Barulah pada tahun 1665 ilmuwan Prancis yang bernama Blaise Pascal dapat membuktikannya secara eksplisit. Bukti induksi secara eksplisit dia tuliskan dalam bukunya yang berjudul *arithmétique segitiga du Trait e*.

Pada akhir abad ke-19 ilmu induksi matematika diperbarui kembali oleh dua orang matematikawan yang bernama R. Dedekind dan G. Peano. Dedekind mengembangkan sekumpulan aksioma yang menggambarkan bilangan bulat positif. Peano memperbaiki aksioma tersebut dan memberikan interpretasi logis. Keseluruhan aksioma tersebut dinamakan Postulat Peano.



Gambar 3. Richard Dedekind dan Giuseppe Peano

### 3.3. Bentuk Induksi Umum

Penggunaan induksi matematika tidak hanya untuk membuktikan pernyataan matematika yang menyangkut bilangan saja, tapi dalam kasus sehari-hari kita juga dapat membuktikan segala hal yang menyangkut himpunan objek yang umum. Syaratnya himpunan objek tersebut harus mempunyai keterurutan dan mempunyai elemen terkecil. Sebagai contoh pada kasus ATM. Kita diminta untuk membuktikan kelipatan uang berapa saja yang dapat dikeluarkan oleh ATM tersebut. Hanya dengan mengetahui pecahan uang terkecil yang disediakan oleh ATM tersebut kita dapat menentukan kelipatannya dengan induksi matematika.

Secara umum bentuk induksi dapat dituliskan sebagai berikut:

Misalkan  $X$  terurut dengan baik oleh " $<$ ", dan  $p(x)$  adalah pernyataan perihal elemen  $x$  dari  $X$ . Kita ingin membuktikan bahwa  $p(x)$  benar untuk semua  $x \in X$ . Untuk membuktikan ini, kita hanya perlu menunjukkan bahwa:

1.  $p(x_0)$  benar, yang dalam hal ini  $x_0$  adalah elemen terkecil di dalam  $X$
2. Untuk semua  $x > x_0$  di dalam  $X$ , jika  $p(y)$  benar untuk semua  $y < x$ , maka  $p(x)$  juga benar

### 3.4. Pembuktian dengan Induksi Matematika

Bentuk paling sederhana dan paling umum dari induksi matematika adalah pernyataan yang melibatkan  $n$  bilangan bulat berlaku untuk semua nilai  $n$ . Buktinya terdiri dari dua langkah:

#### 1. Basis Induksi

Basis induksi menunjukkan bahwa pernyataan tersebut berlaku ketika  $n$  adalah sama dengan nilai terendah yang  $n$  diberikan dalam pertanyaan. Biasanya,  $n = 0$  atau  $n = 1$ .

#### 2. Langkah induksi

Langkah induksi menunjukkan bahwa jika pernyataan tersebut berlaku untuk  $n$  tertentu, maka pernyataan tersebut juga berlaku bila  $n + 1$  digantikan dengan  $n$ . Asumsi dalam langkah induksi adalah pernyataan tersebut berlaku untuk beberapa nilai  $n$  disebut hipotesis induksi

#### 3. Kesimpulan

Kesimpulan berupa hasil pembuktian dari induksi matematika apakah pernyataan matematika itu bernilai benar atau bernilai salah

Pilihan antara  $n = 0$  dan  $n = 1$  dalam basis induksi adalah jika 0 adalah dianggap sebagai bilangan asli, seperti yang umum di bidang kombinatorik dan logika matematika, maka  $n = 0$ . Di sisi lain, 1 diambil sebagai bilangan asli pertama, maka kasus dasar diberikan oleh  $n = 1$ .

### 3.5. Macam-macam Prinsip Induksi Matematika

#### 1. Prinsip Induksi Sederhana

Misalkan  $p(n)$  adalah pernyataan perihal bilangan bulat positif dan kita ingin membuktikan bahwa  $p(n)$  benar untuk semua bilangan bulat positif  $n$ . Untuk membuktikan pernyataan ini, kita hanya perlu menunjukkan bahwa:

1.  $p(1)$  benar
2. Untuk semua bilangan bulat positif  $n \geq 1$ , jika  $p(n)$  benar,  $p(n+1)$  juga benar

#### 2. Prinsip Induksi yang Dirampatkan

Misalkan  $p(n)$  adalah pernyataan perihal bilangan bulat dan kita ingin membuktikan bahwa  $p(n)$  benar untuk semua bilangan bulat  $n \geq n_0$ . Untuk membuktikan ini kita hanya perlu menunjukkan bahwa :

1.  $p(n_0)$  benar
2. Untuk semua bilangan bulat  $n \geq n_0$ , jika  $p(n)$  benar maka  $p(n+1)$  juga benar

Perbedaan prinsip induksi sederhana dengan prinsip induksi yang dirampatkan adalah pada induksi sederhana kita selalu memakai basis induksi untuk  $n = 1$ , tapi pada prinsip induksi yang dirampatkan, basis induksi tidak

selalu dimulai dengan  $n = 1$ . Nilai  $n$  bisa berapa saja asalkan  $n$  merupakan anggota bilangan asli

### 3. Prinsip Induksi Kuat

Misalkan  $p(n)$  adalah pernyataan perihal bilangan bulat dan kita ingin membuktikan bahwa  $p(n)$  benar untuk semua bilangan bulat  $n \geq n_0$ , jika  $p(n_0), p(n_0+1), \dots, p(n)$  benar maka  $p(n+1)$  juga benar

Versi induksi kuat ini mirip dengan induksi sederhana, kecuali pada langkah 2 kita mengambil hipotesis induksi yang lebih kuat pada semua pernyataan  $p(1), p(2), \dots, p(n)$  adalah benar dari hipotesis yang menyatakan bahwa  $p(n)$  benar

### 4. Efek Domino pada Induksi Matematika

Misalkan  $n$  adalah bilangan bulat tak negatif

$$N = \{1, 2, 3, \dots\}$$

Kita ingin membuktikan beberapa pernyataan matematis tentang setiap anggota  $N$ , misalnya pada masalah berikut Tunjukkan bahwa

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2} \quad (1)$$

untuk setiap  $n \geq 1$

Dalam arti pernyataan di atas merupakan pernyataan yang berbeda tak terbatas karena setiap  $n$  anda mendapat persamaan yang berbeda.

$$n = 1 \rightarrow 1 = 1(2)/2 = 1$$

$$n = 2 \rightarrow 1 + 2 = 2(3)/2 = 3$$

$$n = 3 \rightarrow 1 + 2 + 3 = 3(4)/2 = 6$$

dan begitu seterusnya

Rumus di atas sangat mudah dibuktikan, hanya dengan mengganti nilai  $n$  dengan sebuah bilangan bulat di kiri dan mengkalkulasikannya di kanan dan pastikan bahwa jawaban telah sama. Tapi yang jadi permasalahan adalah bagaimana cara untuk membuktikan bahwa pernyataan benar untuk setiap  $n$ . Di sinilah konsep induksi matematika berperan.

Langkah awal adalah kita harus membayangkan bahwa pernyataan ini sama dengan efek domino. Bayangkan bahwa setiap pernyataan yang berhubungan dengan nilai yang berbeda dari  $n$  adalah serupa dengan batu domino yang disusun berjajar. Bayangkan juga bahwa ketika sebuah pernyataan untuk nilai  $n$  pertama benar, maka pernyataan untuk  $n$  berikutnya juga terbukti benar. Hal ini sama dengan efek domino.

Dapat kita buktikan pernyataan untuk setiap  $n$  jika kita menunjukkan setiap domino bisa menjatuhkan semua domino. Jika domino disusun berjajaran, tentu kita akan gagal dalam memeragakannya. Akan tetapi bila domino disusun dalam sebuah baris secara urut dan berdekatan, kita dapat melihat bila domino bernomor  $k$  jatuh, domino bernomor  $k+1$  juga akan jatuh untuk setiap nilai  $k$ .

Dengan kata lain jika kita menjatuhkan batu domino pertama, batu domino pertama akan menjatuhkan batu domino kedua, batu domino kedua menjatuhkan batu domino ketiga. Kejadian ini berlangsung terus menerus hingga batu domino ke- $k$  rubuh.

Jadi, untuk melengkapi bukti bahwa pernyataan benar untuk setiap nilai  $n$  dapat kita gunakan pembuktian dengan induksi matematika seperti yang telah dijelaskann pada subbab 3.4. Langkah-langkah pembuktiannya adalah sebagai berikut:

#### 1. Tentukan basis induksi

Misalkan pernyataan benar untuk suatu nilai  $n$  tertentu, misalnya  $n = k$ . Kemudian kita memiliki

$$1 + 2 + 3 + \dots + k = \frac{k(k+1)}{2} \quad (2)$$

Kita ambil  $n = 1$  sebagai nilai pertama. Kita peroleh  $1 = 1(1+1)/2$ . Ini jelas benar sebab

$$\begin{aligned} 1 &= 1(1+1)/2 \\ &= 1(2)/2 \\ &= 2/2 \\ &= 1 \end{aligned}$$

#### 2. Langkah induksi

Jika  $n$  pertama benar akan kita buktikan kebenaran untuk nilai berikutnya yaitu  $n = k + 1$ . Masukkan  $k + 1$  ke dalam persamaan menjadi

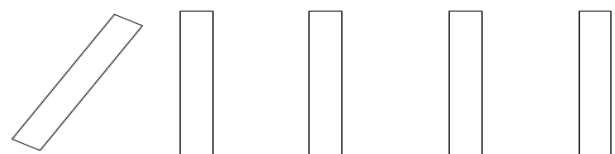
$$1 + 2 + 3 + \dots + k + k + 1 = \frac{(k+1)(k+2)}{2} \quad (3)$$

Dapat kita lihat persamaan (3) sama dengan persamaan (2) dengan penambahan  $k+1$  pada persamaan (2). Jadi jika persamaan (2) benar kita dapatkan

$$\begin{aligned} 1 + 2 + 3 + \dots + k + (k+1) &= \frac{k(k+1)}{2} + (k+1) \\ &= \frac{k(k+1) + 2(k+1)}{2} \\ &= \frac{(k+1) + (k+2)}{2} \end{aligned}$$

Jika kita melakukan sedikit trik aljabar pada persamaan di atas kita dapat melihat hasilnya sama dengan persamaan (3). Kita dapat menunjukkan jika domino ke- $k$  jatuh, maka domino ke- $k+1$  juga akan jatuh.

Untuk melengkapi bukti kita harus jatuhkan domino pertama yaitu domino nomor 1. Untuk menerapkannya kita coba dengan  $n = 1$  ke persamaan aslinya yaitu persamaan (1). Kita dapatkan  $1(1+1)/2$  hasilnya sama dengan 1.



Gambar 4. Efek Domino pada Induksi Matematika

Kasus induksi matematika tidak hanya dapat membuktikan pernyataan matematika saja tetapi juga dapat diterapkan untuk menguji kebenaran program. Jadi sebaiknya cek terlebih dulu program yang telah kita buat dengan induksi matematika seperti kasus berikut

Buktikan bahwa setiap kali eksekusi mencapai awal kalang while-do, kita menemukan bahwa  $J = I \cdot N$  pada cuplika algoritma di bawah ini

```

I ← 0
J ← 0
while I ≠ M do
    J ← J + N
    I ← I + 1
endwhile
{ I = M, J = M . N }

```

**Solusi**

Untuk memudahkan dalam membuktikannya terlebih dulu kita lihat hasil eksekusi programnya dalam bentuk tabel

Tabel 1. Hasil Eksekusi Program  $J = I \cdot N$

Tiap kali (n) eksekusi mencapai awal kalang while-do	Nilai I	Nilai J
1	0	0
2	1	1 . N
3	2	2 . N
4	3	3 . N
.....	.....	.....
M+1	M	M . N

Dari tabel di atas kita menarik kesimpulan bahwa setiap kali eksekusi algoritma mencapai awal kalang while-do, nilai  $J = I \cdot N$ . Kemudian kita gunakan induksi matematika sebagai berikut

**1. Basis Induksi**

Pertama kali (untuk  $n = 1$ ) eksekusi mencapai awal kalang while-do,  $I = 0$  dan  $J = 0$ . Hal ini menunjukkan  $J = I \cdot N$  bernilai 0

**2. Langkah Induksi**

Misalkan  $J = I \cdot N$  benar pada saat eksekusi mencapai awal kalang while-do untuk ke-n kalinya. Kita harus menunjukkan bahwa pada saat eksekusi mencapai awal kalang while-do untuk yang ke-(n+1) kalinya, maka  $J = I \cdot N$  juga benar.

Misalkan nilai I dan J pada eksekusi ke-n dinyatakan sebagai  $I_n$  dan  $J_n$ . Hipotesis dapat ditulis menjadi  $J_n = I_n \cdot N$  dan kita harus menunjukkan pada eksekusi ke-(n+1) bahwa nilai  $J_{n+1} = I_{n+1} \cdot N$ .

Dapat kita lihat bahwa nilai I yang baru bertambah besar 1 dari nilai I yang lama dan nilai J yang baru bertambah sebesar N dari nilai J yang lama. Jadi,

$$I_{n+1} = I_n + 1$$

dan

$$\begin{aligned}
 J_{n+1} &= J_n + N \\
 &= (I_n \cdot N) + N
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= (I_n + 1) \cdot N \\
 &= I_{n+1} \cdot N
 \end{aligned}$$

**Kesimpulan**

Karena langkah 1 dan 2 keduanya sudah diperlihatkan benar, maka terbukti setiap kali eksekusi algoritma mencapai awal kalang while-do nilai  $J = I \cdot N$

Prinsip induksi matematika untuk menguji kebenaran program juga berkaitan dengan efek domino. Pada kasus di atas kasus awal adalah dimana  $n = 1$ . Ini berkaitan dengan batu domino pertama yang akan kita jatuhkan. Kemudian pada langkah induksi kita mengecek apakah nilai  $n + 1$  sesuai jika kita substitusi nilai  $n$  dari  $J_n = I_n \cdot N$  menjadi  $J_{n+1} = I_{n+1} \cdot N$ . Jika benar persamaan ini merepresentasikan batu domino berikutnya yang jatuh akibat dorongan dari batu domino pertama. Hal ini berlangsung terus sampai batu domino terakhir jatuh

**5. KESIMPULAN**

- ✓ Kita dapat membuktikan suatu pernyataan matematika berupa bilangan bulat dengan memakai konsep induksi matematika
- ✓ Pembuktian menggunakan induksi matematika dapat kita ilustrasikan dengan fenomena yang disebut efek domino yaitu jatuhnya batu domino secara berurutan mulai dari batu pertam sampai dengan batu terakhir
- ✓ Selain membuktikan pernyataan matematika, induksi matematika bisa juga digunakan untuk menguji kebenaran program dan masalah kehidupan sehari-hari

**6. REFERENSI**

[1] Munir, Rinaldi. "Diktat Kuliah IF2091 Struktur Diskrit". Program Studi Teknik Informatika ITB. 2004.  
[2] <http://www.lintasberita.com/go/1129377>  
Waktu akses : 13 Desember 2010 Pukul 21.00  
[3] <http://id.wikipedia.org/wiki/Domino2010>  
Waktu akses : 13 Desember2010 Pukul 21.30  
[4] <http://afandri81.wordpress.com/2010/04/20/697/>  
Waktu akses : 14 Desember2010 Pukul 09.00