

# Logika Permainan Sudoku

Aminah Nuraini (13509055)  
Program Studi Teknik Informatika  
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika  
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia  
aminah.nuraini@students.itb.ac.id

## Abstrak

Pada makalah ini akan dibahas aplikasi ilmu dari mata kuliah Struktur Diskrit pada permainan Sudoku. Sudoku merupakan permainan angka pada kotak 9x9 yang berasal dari Jepang. Permainan merupakan permainan terkenal di dunia dan terkenal manfaatnya untuk mengasah kemampuan otak. Makalah ini akan membahas cara untuk menyelesaikan permainan Sudoku sesusah apapun dengan logika yang valid, bukan trial and error. Kita juga mengaplikasikan himpunan.

**Kata kunci :** Sudoku, Logika, Himpunan

## I. PENDAHULUAN

### I.I. PERMAINAN SUDOKU

Sudoku merupakan permainan angka yang berasal dari Jepang. Permainan ini menggunakan kotak 9x9 yang di dalamnya sudah terdapat beberapa angka petunjuk, dan kita diminta untuk melengkapi angka-angka tersebut dengan aturan, tidak ada angka yang sama pada satu baris, satu kolom, atau satu kotak bagian 3x3 yang ditandai garis tebal. Karena semua aturan itu, dalam permainan Sudoku pasti kemunculan setiap angka tepat 9 kali, dari angka yang sudah ada dari awal permainan ditambah dengan angka yang dimasukkan pemain. Permainan ini dapat dilakukan sendirian ataupun bekerja sama dengan orang lain.

5	3			7				
6			1	9	5			
	9	8					6	
8				6				3
4			8		3			1
7				2				6
	6					2	8	
			4	1	9			5
				8			7	9

Permainan ini tergolong mudah untuk dimengerti

semua umur. Semakin cepat anda dapat menyelesaikan suatu permainan Sudoku tanpa *trial and error*, berarti semakin baik kemampuan logika anda. Tentunya itu juga tergantung tingkat kesulitan permainan Sudoku yang dimainkan, karena kombinasi dari angka pada soal Sudoku menimbulkan kombinasi penyelesaian tersendiri.

Dalam makalah ini logika untuk bermain Sudoku akan dibahas. Walaupun ada banyak cara yang dibahas di makalah ini, bukan berarti metode penyelesaian Sudoku hanya itu. Penyelesaian Sudoku masih sangat bisa dikembangkan.

### I.II. LOGIKA

Logika merupakan dasar dari semua proses penalaran. Dengan logika, kita tahu apa yang benar, apa yang salah, dan apa yang masih tergantung pada variabel lain. Tanpa logika, kita tidak dapat melakukan proses *problem solving*, oleh karena itu logika merupakan kemampuan yang sangat dasar dalam kehidupan terutama bagi para saintis dan insinyur yang memerlukan proses berpikir sistematis.

Sudoku sebagai permainan yang memerlukan pemikiran sistematis tentunya membutuhkan logika. Oleh karena itu, pada makalah ini akan dibahas logika bermain Sudoku yang sering kali tidak terpikirkan orang banyak.

## II. METODE

### II.I. NOTASI

Untuk mempermudah penjelasan pada makalah ini, kita membutuhkan notasi dan catatan kecil. Catatan kecil yang dimaksudkan adalah penulisan kemungkinan angka pada suatu kotak. Oleh karena itu, kita akan melihat terkadang terdapat lebih dari satu angka pada suatu kotak di gambar contoh. Itu akan mempermudah kita untuk memperkirakan apa isi suatu kotak.

Untuk notasi, kita menggunakan notasi seperti berikut.

- U : himpunan *universe*, {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}.
- $K_{ij}$  : menunjukkan kotak pada baris i, kolom j.
- $P_{ij}$  : menunjukkan himpunan kemungkinan angka pada baris i, kolom j.
- $B_i$  : menunjukkan himpunan angka yang telah muncul pada baris i.
- $B_iX$  : menunjukkan himpunan kotak pada baris i yang mungkin diisi oleh angka X.

- $Kl_j$  : menunjukkan himpunan angka yang telah muncul pada kolom  $j$ .
- $Kl_jX$  : menunjukkan himpunan kotak pada kolom  $j$  yang mungkin diisi oleh angka  $X$ .
- $Kt_x$  : menunjukkan himpunan angka yang telah muncul pada kotak  $x$ . Nama dari setiap kotak adalah sebagai berikut.

	A		B		C		
	D		E		F		
	G		H		I		

$Kt_xX$  : menunjukkan himpunan kotak pada kotak  $x$  yang mungkin diisi oleh angka  $X$ .

## II.II. CARA MENYELESAIKAN SUDOKU

### II.II.I. HIMPUNAN KEMUNGKINAN ANGKA BERANGGOTA TUNGGAL

Dalam Sudoku, setiap satu kotak kecil hanya dapat diisi oleh satu angka. Kemungkinan angka yang dapat ditetapkan pada satu kotak ditentukan oleh angka-angka yang sudah muncul dari sebelumnya pada satu baris yang sama, kolom yang sama, dan subkotak yang sama. Semakin variatif angka di sekitarnya, semakin sedikit kemungkinan angka pada kotak tersebut. Penentuan itu dilakukan dengan mencari selisih himpunan kemungkinan angka pada satu kotak dengan himpunan angka-angka yang sudah muncul pada satu baris yang sama, kolom yang sama, dan subkotak yang sama.

Karena pada setiap kotak kecil hanya boleh ada tepat satu angka, maka dapat dipastikan jika kemungkinan angka pada kotak tersebut hanya satu, maka angka satu-satunya anggota himpunan itu lah yang tepat untuk diisikan pada kotak tersebut.

Contoh :

7	1	3	2		
		6	8		
	8		1	9	
	7		9	1	
9	3			5	4
6		4		9	
3	8		4		
	4	3			
1			5		3

$$P_{16} = U - B_1 - Kl_6 - Kt_8$$

$$P_{16} = U - \{1, 2, 7\} - \{4, 5, 6, 9\} - \{1, 6, 8\}$$

$$P_{16} = \{3\}$$

Karena  $P_{16} = \{3\}$  dan merupakan himpunan beranggota tunggal, maka  $16$  pasti berisi angka 3.

### II.II.I. DUA HIMPUNAN BERANGGOTA SAMA

Untuk menjelaskan masalah himpunan-himpunan beranggota sama dengan mudah, pertama-tama kita akan membahas kasus dengan hanya dua himpunan.

7	8	1	3	2	
	1		6	8	4
	3	8		1	9
4	7		9	23	1
	9	3		5	4
	6	1	4	9	23
3	8		4		
	4	3			
1			5	4	3

Jika kita lihat pada gambar di atas, sesuai catatan kecil berwarna biru kita dapat mengetahui bahwa  $P_{47}$  dan  $P_{68}$  sama-sama  $\{2, 3\}$ , sama-sama hanya berisi dua kemungkinan (perhitungannya akan dijelaskan pada bagian kemungkinan-kemungkinan tersembunyi). Istimewanya kesamaan himpunan ini adalah, jika  $P_{47}$  dimasukkan angka 2 atau 3, maka  $P_{68}$  menjadi himpunan beranggota tunggal sehingga bisa langsung diisi. Begitu juga jika  $P_{68}$  diisi, maka  $P_{47}$  menjadi himpunan beranggota tunggal. Dengan ini, walau kita tidak dapat langsung menentukan isi dari  $P_{47}$  dan  $P_{68}$ , kita dapat menyimpulkan bahwa angka 2 dan 3 tidak mungkin ditempatkan di kotak lain pada  $Kt_A$ .

Perlu diperhatikan, karena kita hanya memperkirakan angka-angka apa saja yang mengisi dua buah kotak, maka teorema ini hanya berlaku untuk dua kemungkinan angka.

Jika ada dua kotak yang memiliki kemungkinan angka sama tapi lebih dari dua kemungkinan angka, teorema ini tidak dapat digunakan.

Selain itu, kedua kotak berhimpunan sama itu harus terletak pada subkotak, baris, atau kolom yang sama.

### II.II.II. HIMPUNAN KEMUNGKINAN YANG TERKUNCI

Mengembangkan materi dari bagian dua himpunan yang sama, sebenarnya terdapat teorema yang lebih luas dari teorema yang dinyatakan sebelumnya. Jika terdapat beberapa kotak pada subkotak, baris, atau kolom yang sama yang memiliki kemungkinan angka yang ketika digabung jumlah kemungkinannya sama dengan jumlah kotak yang dibicarakan maka angka-angka tersebut pasti ada pada kotak tersebut. Jika jumlah kemungkinan angka hasil penggabungan kurang dari jumlah kotak yang dibicarakan, maka pasti terjadi kesalahan dalam pengisian Sudoku.

Hal ini mempermudah penentuan isi dari kotak yang lain walau kita tidak bisa langsung mengisi kotak-kotak tersebut. Jika kotak-kotak itu muncul pada subkotak yang sama, maka hal ini mempermudah penentuan isi kotak kosong lain pada subkotak tersebut. Jika kotak-kotak itu muncul pada baris yang sama, maka hal ini mempermudah penentuan isi kotak kosong lain pada baris tersebut. Begitu juga jika kotak-kotak itu muncul pada kolom yang sama, maka hal ini mempermudah penentuan isi kotak kosong lain pada kolom tersebut.

Untuk ilustrasi kita dapat melihat contoh berikut.

7	8	1	3	2
1		6	8	4
3	8		1	9
4	7		9	23 1 68
9	3		5	4 678
6	1	4	9	23 78
3	8		4	
4		3		
1		5	4	3

Kita dapat melihat catatan kecil berwarna biru pada  $K_{49}$ ,  $K_{59}$ , dan  $K_{69}$  yang semua kotak itu terdapat pada subkotak yang sama dan kolom yang sama.

$$P_{49} \cup P_{59} \cup P_{69} = \{6, 8\} \cup \{6, 7, 8\} \cup \{7, 8\} = \{6, 7, 8\}$$

Karena gabungan dari  $P_{49}$ ,  $P_{59}$ , dan  $P_{69}$  menghasilkan himpunan kemungkinan angka yang jumlahnya sama dengan jumlah kotak yang dibicarakan, maka angka 6, 7, dan 8 pada kolom 9 dan subkotak F hanya dapat mengisi. Ini mempermudah penentuan di subkotak F dan kolom 9 sekaligus.

Teorema ini sangat berguna dalam memainkan Sudoku

dengan level kesulitan tinggi. Walaupun begitu, teorema ini hanya efektif untuk dua dan tiga kotak. Selebihnya jarang muncul.

### II.II.III. HIMPUNAN POSISI BERANGGOTA TUNGGAL

Yang akan kita bicarakan mirip dengan yang dinyatakan di bagian himpunan beranggota tunggal. Bedanya, di bagian ini himpunan yang beranggota tunggal adalah himpunan posisi. Misal pada subkotak belum terdapat angka 9 dan hanya ada satu kotak yang mungkin diisi angka 9. Kotak tersebut otomatis harus diisi angka 9 karena subkotak tersebut harus memiliki angka 9 di dalamnya. Contoh :

7		1	3		2
			6		8 4
	8			1	9
4	7		9		1
	9 3				5 4
	6 1	4			9
3	8		4		
	4	3			
1			5	4	3

Sebelumnya pada  $K_{D1}$  tidak terdapat angka 1.

$$K_{D1} = \{K_{41}, K_{42}, K_{31}, K_{61}, K_{91}\}$$

Karena kita melihat pada  $K_{91}$  dan  $K_{48}$  terdapat angka 1, maka tentu saja  $K_{D1}$  menjadi tereduksi.

$$K_{D1} = \{K_{41}, K_{42}, K_{31}, K_{61}, K_{91}\} - \{K_{41}, K_{42}\} - \{K_{41}, K_{31}, K_{61}\}$$

$$K_{D1} = \{K_{91}\}$$

Karena sekarang  $K_{D1}$  hanya berisi  $K$ , maka angka 1 sudah pasti harus ditempatkan di  $K$ .

Hal ini tidak selalu jelas terlihat pada Sudoku dengan level sangat tinggi. Terkadang kita perlu menguraikan satu per satu kemungkinan angka pada suatu baris, kolom, atau subkotak untuk menemukannya.

### II.II.IV. KEMUNGKINAN –KEMUNGKINAN TERSEMBUNYI

Inti dari bagian ini seperti pada bagian himpunan posisi beranggota tunggal. Bedanya, di bagian ini kita membicarakan lebih dari satu himpunan, himpunannya berisi lebih dari satu dengan jumlah yang tepat sama dengan jumlah himpunan yang dibicarakan, dan isi himpunannya sama. Tentu saja himpunan-himpunan tersebut harus terletak di baris, kolom, atau subkotak yang sama.

7		1	3		2
			6		8 4
		8		1	9
4	7		9	2368	1 68
	9 3			5 4	678
	6	4		9	2379 78
3	8		4		
	4	3			
1			5 4		3

Pada gambar di atas kemungkinan angka pada tiap kotak di  $K_{tF}$  telah dihitung dan ditulis dengan catatan kecil biru. Jika diperhatikan  $K_{tF2}$  dan  $K_{tF3}$  sama dengan  $\{K_{47}, K_{68}\}$ . Oleh karena itu,  $P_{47}$  dan  $P_{68}$  dapat disederhanakan menjadi  $\{2, 3\}$ .

Untuk perhitungan yang lebih sederhana, kita dapat melihat sekilas bahwa angka 2 dan 3 pada kolom 9 menyebabkan kolom 9 di subkotak F tidak bisa diisi dengan angka 2 dan 3. Sisa kotak yang dapat diisi oleh 2 dan 3 di subkotak F ada 2. Otomatis kotak-kotak tersebut hanya bisa diisi angka 3 dan 2 karena kedua angka tersebut harus mendapatkan tempat. Berikut ini persamaannya.

$$K_{tF2} = \{K_{47}, K_{68}, K_{49}, K_{39}, K_{67}\} - \{K_{49}, K_{39}, K_{67}\} = \{K_{47}, K_{68}\}$$

$$K_{tF3} = \{K_{47}, K_{68}, K_{49}, K_{39}, K_{67}\} - \{K_{49}, K_{39}, K_{67}\} = \{K_{47}, K_{68}\}$$

$$K_{tF3} = K_{tF2} = \{K_{47}, K_{68}\}$$

### II.II.V. BARIS SISA

7	8	1	3	2
	1		6	8 4
	3	8		1 9
4	7		9	23 1 68
8	9 3		5 4	678
8	6 1	4	9	23 78
3	8		4	
	4	3		8
1		8	5 4	3

Perhatikan gambar di atas. Pada  $K_{tD}$  dan  $K_{tE}$  telah dibuat catatan tempat yang mungkin diisi dengan angka 8. Tempat-tempat tersebut memiliki satu kesamaan penting, yaitu, sama-sama hanya terletak di baris ke-5 dan ke-6, berbeda dengan  $K_{tF}$  yang memberikan kemungkinan penempatan angka 8 di baris 4, 5, dan 6.

Logika untuk bagian ini, jika pada  $K_{tD}$  angka 8

diletakkan pada baris ke-6, maka pada  $K_{tE}$  angka 8 harus ditempatkan di baris ke-5. Karena baris ke-6 dan ke-5 sudah memiliki angka 8, maka pada  $K_{tF}$  harus menempatkan angka 8 di baris ke-4.

Jika pada  $K_{tD}$  angka 8 diletakkan pada baris ke-5, maka pada  $K_{tE}$  angka 8 harus ditempatkan di baris ke-6. Karena baris ke-6 dan ke-5 sudah memiliki angka 8, maka pada  $K_{tF}$  harus menempatkan angka 8 di baris ke-4.

Pada logika yang berbeda yang dibahas di atas, kita mendapat hasil yang sama, yaitu pada  $K_{tF}$  angka 8 harus ditempatkan di baris ke-4, sehingga satu-satunya kotak yang dapat diisi oleh angka 8 adalah  $K_{49}$ .

### II.II.VI. PENGIRIS TRANSPARAN

Untuk dapat menyelesaikan Sudoku dengan baik, kita harus dapat melihat pengaruh sesuatu yang baru kemungkinan dengan baik. Kesalahan kebanyakan orang dalam mengerjakan Sudoku biasanya adalah hanya memanfaatkan pengaruh dari data yang terlihat.

Prinsip dari pengiris transparan adalah jika  $K_{tX}$  hanya terdapat pada satu kolom atau baris yang sama, maka X pada kolom atau baris tersebut hanya boleh ada pada subkotak x.

7		1	3	1	2
			6		8 4
		8		1	9
4	7		9	1	
	9 3			5 4	
	6	4		9	
3	8		4		
	4	3			
1			5 4		3

Dari gambar di atas dapat dilihat angka 5 di subkotak F mengiris tempat-tempat yang mungkin diisi angka 5 di subkotak C. Dari situ ternyata tinggal dua tempat yang dapat diisi, ditandai dengan catatan kecil biru, dan itu sekolom. Karena subkotak C harus memiliki angka 5 dan mau tidak mau angka 5 tersebut harus ditempatkan di kolom 8, maka di baris 8 di subkotak I tidak dapat diisi angka 5.

### III. KESIMPULAN

Sudoku merupakan permainan angka dari Jepang yang baik untuk mengasah logika untuk segala umur. Pada sudoku terdapat banyak kombinasi logika yang dapat digunakan untuk menyelesaikannya secara efektif tanpa *trial and error* dan masih bisa dikembangkan.

Pelajaran logika yang dapat diambil dari Sudoku adalah, kemungkinan-kemungkinan jika diolah dan diperhatikan dengan baik dapat menjadi suatu alat untuk memperkirakan kepastian. Hal ini penting jika kita

menghadapi suatu masalah dan untuk memecahkannya kita tidak punya kepastian, hanya kemungkinan. Kita juga mempelajari cara untuk mengombinasikan logika-logika yang telah disimpulkan sebelumnya untuk membuat logika yang lebih tinggi sehingga bisa memecahkan permasalahan yang lebih tinggi.

Selain itu, dengan Sudoku kita mendapatkan contoh bagaimana ilmu-ilmu matematika diskrit seperti himpunan dan logika berperan dalam memecahkan persoalan di kehidupan kita.

#### REFERENCES

Rinaldi Munir, "Matematika Diskrit", Penerbit Informatika, 2005

<http://www.informatika.org/~rinaldi/Matdis/2009-2010/Makalah0910/MakalahStrukdis0910-018.pdf>  
diakses pada tanggal 14 Desember 2010.

<http://theory.tifr.res.in/~sgupta/sudoku/algo.html> diakses pada tanggal 14 Desember 2010.

[http://www.sudokuessentials.com/sudoku\\_tips.html](http://www.sudokuessentials.com/sudoku_tips.html)  
diakses pada tanggal 14 Desember 2010.

<http://en.wikipedia.org/wiki/Sudoku> diakses pada tanggal 14 Desember 2010.

#### PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 29 April 2010

ttd

Aminah Nuraini dan 13509055