

PENERAPANAN PEWARNAAN GRAF DALAM PENGGUNAAN FREKUENSI RADIO

Restu Arif Priyono / 13509020
Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia
priyono.arif@gmail.com

Abstract – pewarnaan graf banyak digunakan untuk menyelesaikan masalah-masalah yang bisa dimodelkan oleh graf. Salah satu masalah yang bisa diselesaikan dengan metode pewarnaan graf adalah penggunaan frekuensi radio. Pewarnaan graf dapat mengatur pengguna suatu frekuensi yang sama tanpa adanya gangguan frekuensi akibat konflik frekuensi antarpengguna. Sehingga didapatkan penggunaan kanal frekuensi sesedikit mungkin tanpa adanya konflik frekuensi.

kata kunci – pewarnaan graf, frekuensi, bilangan kromatik

I. PENDAHULUAN

Banyak orang menggunakan radio untuk berbagai keperluan sehari-hari. Mulai dari penyampaian informasi, media komunikasi, hingga hiburan. Radio penerima yang sekarang lebih mudah didapatkan dengan harga terjangkau juga menjadi salah satu faktor yang menyebabkan radio penerima dan pemancar banyak digunakan sekarang ini.

Mungkin beberapa dari kita bertanya, mengapa dengan kanal radio yang sama di tempat yang berbeda akan menghasilkan siaran yang berbeda? Makalah ini akan memaparkan beberapa hal yang akan menjawab pertanyaan ini.

Di bumi ini terdapat berbagai gelombang elektromagnetik yang bisa digunakan untuk berbagai keperluan komunikasi. Jika setiap orang bisa menggunakannya tanpa aturan, maka akan terjadi kekacauan antara pengguna frekuensi yang satu dan pengguna yang lain. Jika suatu kanal frekuensi radio tertentu digunakan oleh beberapa pengguna sekaligus dalam jarak yang dekat, akan terjadi interferensi gelombang yang akan mengganggu komunikasi melalui frekuensi tersebut. Oleh karena itu, terdapat sebuah organisasi yang bertugas untuk mengatur penggunaan frekuensi ini, yang disebut International Telecommunication Union (ITU). ITU setiap Negara inilah yang mengatur penggunaan frekuensi setiap pemancar. Peraturan yang biasa dibuat adalah penggunaan alokasi frekuensi radio sesedikit mungkin dengan pemancar sebanyak mungkin.

Makalah ini dibuat untuk memperlihatkan keizinan

sebuah pemancar untuk menggunakan suatu frekuensi radio tertentu. Keizinan penggunaan frekuensi suatu radio dapat dimodelkan dengan pewarnaan graf. Dalam makalah ini, pewarnaan graf yang akan menggunakan cara heuristic atau algoritma Powell-Welch.

II. DASAR TEORI

Penerapan graf banyak digunakan dalam memodelkan suatu masalah yang banyak berkaitan dengan hubungan antara suatu objek dengan objek yang lain. Salah satu penerapan yang akan dibahas di dalam makalah ini adalah penerapan pewarnaan graf dalam mengatur penggunaan frekuensi radio. Agar lebih mudah memahami masalah dan solusi yang ada dalam makalah ini, terdapat beberapa istilah dan teori yang digunakan.

2.1 Teori Graf dan Pewarnaan Graf

2.1.1. Pengertian Graf

Secara matematis, graf didefinisikan sebagai [1]:

pasangan himpunan (V,E) , yang dalam hal ini:

V = himpunan tidak-kosong dari simpul-simpul (*vertices* atau *nodes*) = $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$, dan

E = himpunan sisi (*edge* atau *arc*) yang menghubungkan sepasang simpul = $\{e_1, e_2, \dots, e_n\}$, atau dapat ditulis singkat dengan notasi $G = (V,E)$.

2.1.4. Terminologi Dasar

Dalam masalah yang dibahas di dalam makalah ini, digunakan graf tidak berarah, karena penerapan yang akan dibahas menggunakan graf tidak berarah. Istilah-istilah berikut akan digunakan dalam pembahasan penerapan graf dalam makalah ini.

2.1.4.1. Bertetangga (Adjacent)

Dua buah simpul pada graf tak-berarah G dikatakan bertetangga bila keduanya terhubung langsung dengan sebuah sisi. Dengan kata lain, v_i bertetangga dengan v_k jika (v_i, v_k) adalah sebuah sisi pada graf G .

2.1.4.2. Bersisian (Incident)

Untuk sembarang sisi $e = (v_i, v_k)$, sisi e dikatakan bersisian dengan simpul v_i dan simpul v_k .

2.1.4.3. Simpul Terpencil (Isolated Vertex)

Simpul terpencil adalah simpul yang tidak mempunyai sisi yang bersisian dengannya. Atau dapat juga dinyatakan bahwa simpul terpencil adalah simpul yang tidak satupun bertetangga dengan simpul-simpul lainnya.

2.1.4.4. Graf Kosong (Empty Graph atau Null Graph)

Graf yang himpunan sisinya merupakan himpunan kosong disebut graf kosong dan ditulis sebagai N_n , yang dalam hal ini n adalah jumlah simpul.

2.1.4.5. Derajat (Degree)

Derajat suatu simpul pada graf tak-berarah adalah jumlah sisi yang bersisian dengan simpul tersebut.

2.1.3. Pengertian Pewarnaan Graf (*Graph Coloring*)

Pewarnaan simpul graf adalah memberi warna pada simpul-simpul suatu graf sedemikian sehingga tidak ada dua simpul bertetangga mempunyai warna yang sama [1].

2.2 Bilangan Kromatik

Bilangan kromatik adalah jumlah minimum warna yang dibutuhkan untuk memberi warna pada graf [2] yang biasa dilambangkan dengan χ ("G"). bilangan kromatik ini memiliki beberapa sifat, yaitu [2]:

1. χ ("G") = 1 jika dan hanya jika "G" tidak terhubung
2. χ ("G") \geq 3 jika dan hanya jika "G" tidak bipartite
3. χ ("G") \geq ω ("G")
4. χ ("G") \leq Δ ("G")+1
5. χ ("G") \leq Δ ("G") jika "G" terhubung, kecuali "G" adalah sebuah graf lengkap atau siklus ganjil
 χ ("G") \leq 4 untuk setiap graf planar "G"

dimana Δ ("G") adalah derajat maksimum, dan ω ("G") adalah jumlah terkecil.

2.3 Macam-macam Pewarnaan Graf

Sebenarnya terdapat beberapa macam pewarnaan graf, yaitu [2]:

1. pewarnaan simpul (node coloring)
yaitu yang diwarnai adalah setiap simpulnya.
2. pewarnaan sisi (edge coloring)
yaitu yang diwarnai adalah setiap sisinya.

3. pewarnaan daftar (list coloring)
yaitu mewarnai simpul yang warnanya dipilih dari daftar warna yang disediakan.
4. daftar pewarnaan-sisi (list edge-coloring)
yaitu mewarnai sisi yang warnanya dipilih dari daftar warna yang disediakan.
5. pewarnaan keseluruhan (total coloring)
yaitu memberi warna pada sisi dan simpul.
6. pewarnaan harmoni (harmonious coloring)
yaitu setiap pasang warna berada pada paling banyak satu sisi.
7. Pewarnaan lengkap (complete coloring)
Yaitu setiap pasang warna berada pada setidaknya satu sisi.
8. pewarnaan eksak (exact coloring)
yaitu setiap pasang warna berada pada tepat satu sisi.
9. pewarnaan asiklis (acyclic coloring)
yaitu setiap dua upagraf kromatik adalah asiklis.
10. pewarnaan kuat (strong coloring)
setiap warna berada pada setiap bagian tepat sekali.
11. pewarnaan sisi kuat (strong edge coloring)
12. pewarnaan dalam jaringan (on-line coloring)
13. pewarnaan wajar (equitable coloring)
yaitu ukuran golongan warna berbeda paling banyak satu.
14. pewarnaan penjumlahan (sum-coloring)
yaitu ukuran dari minimilisasinya adalah jumlah warnanya.
15. pewarnaan T (T-coloring)
yaitu jarak antara dua warna dari dua simpul yang bertetangga tidak boleh membentuk "T".
16. pewarnaan peringkat (rank coloring)
17. selang pewarnaan sisi (interval edge-coloring)
yaitu sebuah pertemuan sisi berwarna yang berada dalam sebuah simpul harus berkelanjutan.
18. pewarnaan melingkar (circular coloring)
yaitu pewarnaan yang didorong dari system kerja yang prosesnya melingkar.
19. pewarnaan alur (path coloring)
yaitu memodelkan masalah rute dalam graf.
20. pewarnaan fraksional (fractional coloring)
yaitu simpul mungkin memiliki warna ganda, dan untuk setiap sisi, jumlah dari bagian warna setiap simpul lebih besar dari satu.
21. pewarnaan berorientasi (oriented coloring)
22. upapewarnaan (Subcoloring)

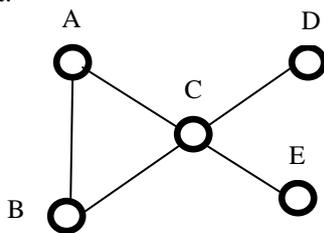
namun pada makalah ini, kita akan fokuskan pada pewarnaan simpul, karena pada dasarnya pewarnaan graf yang lain ini merupakan bentuk lain dari pewarnaan simpul. Pewarnaan simpul yang dimaksud adalah memberi warna pada simpul dalam graf. Tujuan dari pewarnaan ini adalah untuk memperoleh jumlah warna sesedikit mungkin (bilangan kromatik). Simpul-simpul yang bertetangga tidak boleh memiliki warna simpul yang sama.

2.3 Algoritma Powell-Welch

Algoritma Powell-Welch adalah suatu langkah yang digunakan dalam pewarnaan graf. Algoritma ini terdiri dari beberapa langkah, yaitu [2,3]:

1. Urutkan simpul terurut menurun berdasarkan derajatnya.
2. Pisahkan semua simpul yang belum memiliki warna
3. Warnai simpul dengan derajat terbesar
4. Warnai simpul lain yang tidak bertetangga dengan simpul pada nomor 3 yang belum diberi warna
5. Ulangi langkah-langkah ini hingga semua simpul diberi warna

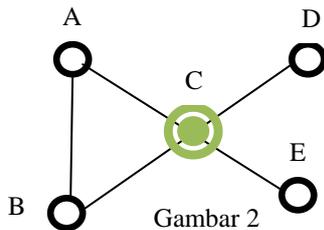
Contoh penerapan dari algoritma di atas adalah sebagai berikut:



Gambar 1

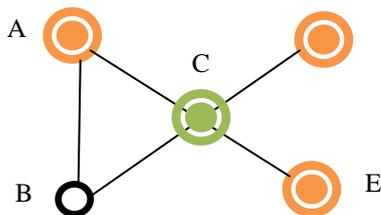
Urutan derajat simpul terurut menurun adalah:
C – A - B - D – E

Menggunakan algoritma Powel-Welch, diperoleh hasil sebagai berikut:



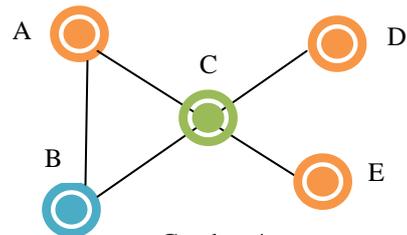
Gambar 2

Karena sisa simpul lain yang belum memiliki warna bertetangga dengan simpul C, maka kita lanjutkan dengan warna lain pada simpul berderajat terbesar selanjutnya dan belum diberi warna, juga pada simpul yang tidak bertetangga dengan simpul, tersebut. Diilustrasikan seperti gambar dibawah ini.



Gambar 3

Tersisa satu simpul yang bertetangga dengan simpul A yang belum diberi warna. Maka algoritma Powell-Welch ini berakhir setelah simpul B diberi warna.



Gambar 4

Jadi bilangan kromatik graf ini adalah 3.

2.4 Jarak Minimum Pemancar Radio agar Tidak Terjadi Interferensi

Frekuensi yang dipancarkan oleh suatu pemancar memiliki jangkauan tertentu agar masih bisa diterima oleh radio penerima. Jangkauan pancaran ini dipengaruhi oleh beberapa hal, di antaranya [2]:

- Daya pancar
Daya pancar yang dimaksud di sini adalah *Effective Radiated Power (ERP)*.
- Lebar pita frekuensi yang diizinkan
- Penggunaan frekuensi pada suatu lokasi
- Ketinggian antenna

Karakteristik dari bumi adalah kontur datarannya yang melengkung. Untuk dapat menjangkau jarak pancaran yang lebih jauh, maka antenna harus setinggi mungkin dari permukaan bumi. Untuk suatu pemancar dengan ketinggian antenna 30 meter dengan daya pancar 100 Watt (ERP), maka akan didapatkan jarak pancar sekitar 6 KM.

Jika kita ingin mengatur penggunaan frekuensi agar tidak pengguna frekuensi tidak saling mengganggu pengguna yang lainnya, maka hal-hal di atas adalah yang harus diperhatikan dan disesuaikan. Misalkan pada suatu kota terdapat dua radio local. Karena penggunaan jangkauan radio local ini tidak dibutuhkan terlalu luas, maka kita bisa mengatur kedua radio pemancar ini menggunakan frekuensi yang sama, dengan mengatur variable(-variable) yang disebutkan di atas, misalnya ketinggian antenna.

III. PENGGUNAAN FREKUENSI RADIO

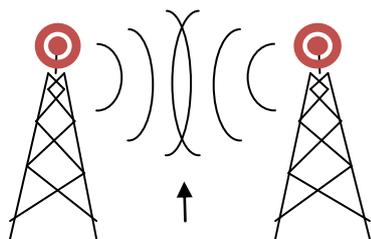
Seperti yang telah dijelaskan sebelumnya, bahwa pemerintah mengatur penggunaan frekuensi radio sebagai media komunikasi, penyampai informasi atau yang lainnya. Karena banyaknya pihak yang ingin memanfaatkan frekuensi radio untuk berbagai keperluan itulah, maka tidak berlebihan jika peraturan ini diberlakukan. Yang menjadi masalah sekarang adalah bagaimana caranya agar frekuensi radio yang terbatas ini bisa digunakan seoptimal mungkin. Artinya dengan

pengguna frekuensi sebanyak-banyaknya, dan jumlah pemakaian frekuensi sesedikit mungkin.

3.1 Tujuan Pengaturan Frekuensi Radio

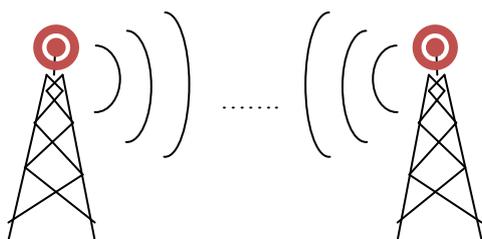
Bayangkan tidak ada pihak yang mengatur penggunaan frekuensi radio ini. Mungkin setiap orang memiliki pemancar masing-masing di rumahnya, dengan frekuensi yang dipasang sesuka hati. Bila ada tetangganya yang memasang pemancar juga dengan frekuensi yang sama, maka akan terjadi peristiwa *interferensi*, yaitu yang sering disebut “bocor”. Maksudnya adalah siaran yang ditangkap oleh radio penerima kadang-kadang berasal dari pemancar yang satu, namun di lain waktu menerima dari pemancar yang lain, atau keduanya pada waktu yang bersamaan. Hal ini terjadi karena pada suatu pemancar dengan frekuensi tertentu akan diterima oleh radio penerima dalam radius tertentu. Di dalam radius ini tidak boleh ada pemancar lain dengan frekuensi sama yang digunakan untuk menghindari *interferensi* tadi.

Namun, pemancar yang berada di luar dari radius jangkauan frekuensi tadi, sebaiknya memakai frekuensi yang telah dipakai dan tidak berinterferensi. Untuk lebih memahami hal ini, kita misalkan suatu pemancar dengan frekuensi 103.1 FM di kota A digunakan, frekuensi pemancar ini tidak menjangkau kota B, maka sebaiknya pemancar di kota B menggunakan frekuensi 103.1 FM pada pemancarnya. Hal ini bertujuan untuk mengakomodasi pengguna frekuensi radio sebanyak-banyaknya. Karena dengan demikian, alokasi frekuensi menjadi lebih optimal dan teratur.



Gambar 5

Terjadi interferensi ferkuensi pamancar



Gambar 6

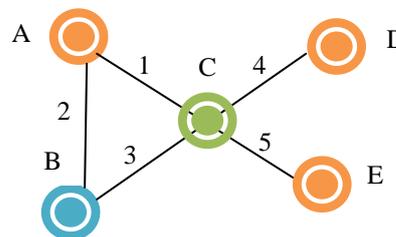
Tidak terjadi interferensi frekuensi

Pada pemancar yang berada pada jangkauan pemancar yang lain, beda frekuensi minimal yang dibutuhkan adalah

600 MHz [3] agar tidak mengganggu frekuensi di sekitarnya.

3.2 Pemanfaatan Pewarnaan Graf

Algoritma Powell-Welch yang digunakan dalam pewarnaan graf ternyata dapat diterapkan pada masalah penggunaan frekuensi radio ini. Misalkan pemancar dengan suatu frekuensi tertentu adalah suatu simpul. Pemancar yang memungkinkan akan berinterferensi dihubungkan dengan sisi, kita sebut kedua simpul yang dihubungkan sisi sebagai simpul yang bertetangga. Sesuai dengan algoritma Powell-Welch, simpul yang bertetangga akan memiliki warna yang berbeda. Warna di sini adalah gambaran dari ferkuensi yang dimiliki suatu pemancar. Artinya, jika warna pemancar (simpul) adalah sama, maka pemancar tersebut seharusnya memiliki frekuensi radio yang sama. Ilustrasinya dapat dilihat pada Gambar 4. Jika pengaturan penggunaan frekuensi seperti ini digunakan, maka akan tercapai tujuan semula kita, yaitu mengakomodasi pengguna frekuensi radio sebanyak-banyaknya dengan jumlah frekuensi yang digunakan sesedikit mungkin.



Gambar 7

Kita akan melihat contoh penerapan penggunaan frekuensi ini dari gambar 7. Pada graf tersebut terdapat lima buah simpul

$$V = \{A, B, C, D, E\}$$

dan lima buah sisi

$$E = \{(A, B), (A, C), (B, C), (C, D), (C, E)\} \\ = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

Sesuai dengan algoritma Powell-Welch yang sudah dibahas sebelumnya, maka ilustrasi warna pada graf tersebut dapat dilihat pada Gambar 7, dengan bilangan kromatik = 3. Terlihat bahwa simpul A, D, dan E memiliki warna yang sama, berbeda dengan B, begitu pula dengan C. Misalkan simpul menyatakan suatu pemancar radio dengan frekuensi tertentu, dan sisi menyatakan pemancar yang masih berada dalam jangkauan, dengan kata lain bertetangga. Pemancar A dengan frekuensi “orange” diharapkan akan memiliki frekuensi yang sama dengan pemancar D dan E, karena meskipun frekuensinya sama, tidak akan mengganggu siaran ketiga pemancar tersebut, karena ketiganya tidak bertetangga (tidak berada dalam jangkauan satu sama lain). Pemancar B memiliki frekuensi “biru”, dan pemancar C memiliki frekuensi “hijau”.

III. KESIMPULAN

Pewarnaan simpul graf adalah memberi warna pada

simpul-simpul suatu graf sedemikian sehingga tidak ada dua simpul bertetangga mempunyai warna yang sama.

Aplikasi dari pewarnaan graf ini salah satunya adalah untuk mengatur pemakaian frekuensi radio. Pewarnaan graf digunakan agar dapat mengakomodasi pengguna sebanyak-banyaknya, dengan jumlah frekuensi seoptimal mungkin. Salah satu algoritma yang digunakan untuk mewarnai simpul graf ini adalah algoritma Powell-Welch.

REFERENSI

- [1] Munir, Rinaldi. *Diktat Kuliah IF2091 Struktur Diskrit*. Hal.51-54. Sekolah Teknik Elektro dan Informatika, Bandung, 2008
- [2] <http://tripatlas.com/Graph%20coloring>
waktu akses : 10 Desember 2010, 10:27
- [3] <http://yd2kzr.blogspot.com/2010/08/mencoba-memahami-pengaturan-frekuensi.html>
waktu akses : 10 Desember 2010, 06:04

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 29 April 2010

ttd

Restu Arif Priyono / 13509020