Aplikasi Kombinatorial dan Peluang dalam Permainan Four Card Draw

Hanifah Azhar 13509016
Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia
hanifah.azhar@yahoo.com

Abstract**—** *Makalah ini membahas tentang penggunaan teori kombinatorial dan peluang dalam permainan kartu Four Card Draw. Para pemain Four Card Draw bertujuan untuk mengumpulkan poin sebanyak-banyaknya agar dapat memenangkan permainannya. Semakin sering pemain mendapat kartu kombinasi yang didapat semakin besar pula poin yang didapat.*

Permainan selesai ketika ada salah satu pemain yang mencapai poin sejumlah 100. Pemain pertama yang mencapai poin 100 ditentukan sebagai pemenangnya.

Kombinatorial adalah cabang matematika mengenai studi tenta ng struktur diskrit, terbatas atau dapat dihitung. Dengan menggunakan teori kombinatorial yang akan dibahas lebih lanjut dalam makalah ini, akan dijelaskan cara melakukan perhitungan untuk mengetahui kemungkinan mendapatkan suatu kombinasi kartu.

Kata Kunci : *Kombinatorial, peluang, kartu*

I. PENDAHULUAN

Awal mula teori kombinatorial lahir sejak abad ke-6 SM, dan pada Abad Pertengahan, kombinatorial terus dipelajari, pertumbuhan didorong oleh koneksi baru dan aplikasi ke bidang lain, mulai dari aljabar untuk probabilitas, dari analisis fungsional untuk teori bilangan, dan sebagainya. Koneksi batas-batas antara kombinatorial dan bagian dari matematika dan ilmu komputer teoritis. Sehingga, kini kombinatorial dapat digunakan dalam berbagai macam ilmu dan memiliki beragam jenis kegunaan, salah satunya adalah untuk membuat permainan.

Bagian dari teori kombinatorial yang digunakan untuk membuat permainan disebut Combinatorial Game Theory (CGT). CGT adalah teori matematika yang mempelajari permainan antara dua pemain yang memiliki posisi dimana kedua pemain bergiliran melakukan gerakan dengan cara-cara yang dapat di identifikasi atau bergerak untuk mencapai kondisi menang yang dapat di identifikasi dengan pasti.

Teori kombinatorial dan teori peluang sangat terkait erat Konsep-konsep yang terdapat dalam teori kombinatorial banyak sekali digunakan dalam teori peluang. Seperti teori-teori lain, teori probabilitas merupakan representasi dari konsep probabilistik dalam istilah formal. Istilah-istilah formal dimanipulasi oleh aturan matematika dan logika, dan setiap hasil kemudian diinterpretasikan atau diterjemahkan kembali ke dalam domain permasalahan.

Teori peluang adalah cabang matematika yang bersangkutan dengan analisis kejadian acak. Objek utama dari teori peluang adalah variabel acak. Seorang individu yang melemparkan koin, kasus pelemparan koin tersebut merupakan sebuah peristiwa acak, namun, jika berkali-kali mengulangi kejadian acak tersebut, lama-kelamaa akan menunjukkan pola-pola statistik tertentu, yang dapat dipelajari dan diprediksi.

Dengan semakin berkembangnya ilmu pengetahuan dan keinginan manusia untuk mencari hiburan yang baru. maka, semakin berkembangnya pula teori-teori yang digunakan untuk menciptakan permainan sehingga sekarang permainan bentuknya sudah sangat beragam dari yang primitive sampai yang sangat canggih.

II. TEORI KOMBINATORIAL DAN PELUANG

TEORI KOMBINATORIAL

2.1 Kaidah Dasar

Secara umum, terdapat dua kaidah utama dalam teori kombinatrial, yaitu :

1. Kadiah perkalian
   Jika sebuah kejadian P dan Q dimana P dan Q dilakukan bersamaan (dalam satu kondisi yang sama), maka banyaknya kejadian yang mungkin sama dengan P x Q.

2. Kaidah Penjumlahan
   Jika sebuah kejadian P dan Q dimana P dan Q dilakukan tidak bersamaan (salam kondisi yang berbeda), maka banyaknya kejadian yang mungkin sama dengan P + Q.

Contoh perbedaan kaidah perkalian dan penjumlahan pada kasus brute force password adalah sebagai berikut:

1. Dalam tiap karakter, terdapat 26 kemungkinan

penggunaan huruf dan 10 kemungkinan penggunaan angka. Dalam hal ini, maka banyaknya ttal kejadian adalah 26 + 10. Hali ini karena tidak mungkin penggunaan huruf sekaligus angka secara bersamaan, karena karakter itu pastilah sebuah huruf atau angka.Maka yang digunakan adalah kaidah penjumlahan.

2. Terdapat 26 kemungkinan untuk setiap karakter. Setiap karakter boleh berulang, dan terdapat 8 digit, makan banyaknya kemungkinan adalah 36 x 36 x 36 x 36 x 36 x 36 x 36 x 36 = 36^8. Dalam kejadian ini yang digunakan adalah kaidah perkalian, karena kejadian antar tiap digit meruoakan satu kondisi yang sama dan berlangsung bersamaan.

2.2 Permutasi

Dalam penggunaan kaidah perkalian, terdapat metode perhitungan yang lebih cepat dibandungkan dengan cara manual seperti diatas, yaitu dengan menggunakan permutasi dan kombinasi.

Permutasi adalah banyaknya urutan cara penempatan suatu objek. Contohnya, banyaknya cara mengurutkan huruf A, B, dan C. Kalau kita mengenumerasi, maka didapat hasilnya adalah ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA. Yaitu terdapat 6 cara mengurutkan. Lalu, bagaimana jika kita ingin mengurutkan 3 huruf yang dapat dipilih dari huruf A, B, C, D, E. Kita dapat menjabarkannya sebagai berikut, Untuk huruf pertama terdapat 5 kejadian yang mungkin (yaitu A, B, C, D, E). Lalu, terdapat 4 kejadian yang mungkin untuk huruf kedua (karena salah satu huruf telah dipakai pada kejadian pertama dan tak boleh dipakai lagi). Dan untuk huruf terakhir terdapat 3 kejadian yang mungkin. Maka, berdasarkan kaidah perkalian, terdapat 5 x 4 x 3 = 60 kerjadian yang mungkin.
Cara yang sama dapat dilakukan untuk kasus serupa.
Dari sini kita dapat menemukan suatu pola.

Misalkan jumlah objek adalah n, maka:
Urutan pertama dipilih dari n objek,
Urutan kedua dipilih dari n-1 objek,
Urutan ketiga dipilih dari n-2 objek,
.
.
.
Urutan ke-r dipilih dari n-r+1 objek yang tersisa.

Maka permutasi dari n buah objek yang diambil sebanyak r dinyatakan dengan P(n,r)

$$P(n,r) = n\,(n-1)\,(n-2)\,\ldots\,(n-r+1)$$

Kita dapat mengalikan kedua sisi dengan (n-r)!, sehingga
$P(n,r)\,(n-r)! = n!$

$$P(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

2.3 Kombinasi

Kombinasi adalah sebuah permutasi yang tidak memperdulikan urutan. Hal ini berati ABC, CAB, dan BCA adalah sebuah kombinasi yang sama, sehingga dihitung sebagai 1 keajidan bukan 3.

Rumus Kombinasi sama seperti permutasi, tetapi karena tidak memperdulikan urutan, makasemua kejadian dengan anggota yang sama dan urutan yang berbeda dianggap sebagai kejadian yang sama.

Secara matematis, jika terdapat n objek dan diambil sebanyak r objek, maka terdapat r! kejadian dimana elemen pembentuk kejadian adalah sama, tetapi beda urutan. Sehingga rumus kombinasi adalah rumus permutasi dibagi dengan r!

$$C(n,r) = \frac{n!}{r!\,(n-r)!}$$

<u>Kombinasi pengulangan</u>

Jumlah kombinasi yang memperbolehkan adanya pengulangan elemen, yaitu dari n buah objek kita akan mengambil r buah objek, dengan pengulangan diperbolehkan. Pembuktian rumus kombinasi dengan pengulangan tidak disertakan disini

$$C(n + r - 1, r) = C(n + r - 1, n - 1)$$

<u>TEORI PELUANG</u>

Teori peluang akan banyak digunakan dalam makalah ini, maka akan dijabarkan beberapa terminoloagi dasar penting mengenai teori peluang.

a. Sample Space
Sample space atau ruang contoh dari suatu percobaan adalah himpunan semua kemungkinan hasil percobaan yang bersangkutan.
b. Sample Point
Sample point atau titik contoh adalah setiap hasil percobaan didalam ruang cotoh.
c. Discrete Sample Space
Ruang contoh diskrit adalah ruang contoh yang jumlah anggotanya terbatas.
Misalkan ruang contoh dilambangkan dengan S dan titik-titik contohnya dilambangkan dengan X1,X2,...., maka
S = (X1, X2, ..., Xi...)
Menyatakan ruang contoh S yang terdiri atas titik-titik contoh X1, X2, ..., Xi... dan seterusnya.
d. Peluang Diskrit

Peluang diskrit adalah peluang terjadinya sebuah titik contoh dan disimbolkan dengan p(xi).

e. Event

Event atau kejadian disimbolkan dengan E. Kejadian adalah himpunan bagian dari runag contoh.

Misalnya pada percobaan melempar dadu kejadian munculnya angka ganjil adalah E = {1,3,5} kejadian munculnya angka 1 adalah E = {1}

Kejadian yang hanya mengandung satu titik contoh disebut kejadian sederhana (*simple event*), sedangkan kejadian yang mengandung lebih dari satu titik contoh disebut kejadian majemuk (*compound event*).

f. Peluang Kejadian

Peluang kejadian E didalam ruang contoh S dapat diartinya sebagai jumlah peluang semua titik contoh didalam E.

III. PERMAINAN FOUR CARD DRAW

3.1 Penggunaan Teori Kombinatorial dan Peluang

Teori kombinatorial dan peluang digunakan dalam permainan ini untuk menghitung besarnya kecenderungan seseorang untuk mendapatkan kombinasi-kombinasi yang memperbesar kemungkinan pemain untuk mendapatkan poin yang akan membantu pemain untuk memenangkan permainan.

3.2 Penjelasan Singkat tentang Four Card Draw

Permainan Four Card Draw ini diciptakan oleh seseorang bernama Mike Clendenen. Tujuan permainan ini adalah untuk menghibur para pemain, namun kadang juga digunakan untuk berjudi. Permainan ini diperuntukkan bagi dua orang atau lebih.

3.3 Cara Bermain Four Card Draw

Salah satu pemain membagi empat kartu kepada masing-masing pemain. Semua kartu yang dibagikan dalam keadaan terbuka (nilai kartu menghadap keatas sehingga dapat dilihat oleh semua pemain).

Pembagian kartu secara acak. Setelah kartu dibagikan, dilihat kombinasi-kombinasi kartu yang keluar untuk menghitung poinnya. Setelah poin masing-masing pemain dihitung kartu dikembalikan ketumpukan, diacak, dan dibagikan kembali. Proses ini terus berlangsung sampai salah satu pemain mengumpulkan 100 poin.

Para pemain bertujuan untuk mengumpulkan poin sebanyak-banyaknya. Semakin sering kartu kombinasi didapat, dan semakin sulit jenis kombinasi yang didapat, semakin banyak poin yang didapat pula. Masing-masing kombinasi memiliki poin yang berbeda-beda.

3.4 Kemunculan Kombinasi Kartu

Kombinasi-kombinasi kartu yang ada dalam permainan Four Card Draw, yaitu:

a. 2 Rank : Dua kartu dengan nilai sama
Contoh : 10, 10, 7, 8
Poin : 1

b. 3 Rank : Tiga kartu dengan nilai sama
Contoh : 10, 10, 10, 8
Poin : 2

c. 4 Rank : Empat kartu dengan nilai sama
Contoh : 10, 10, 10, 10
Poin : 3

d. 3 Suit : Tiga kartu dengan lambang sama
Contoh : ♥, ♥, ♥, ♣
Poin : 2

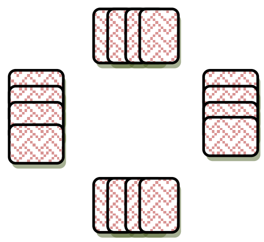
e. 4 Suit : Empat kartu dengan lambang sama
Contoh : ♠, ♠, ♠ , ♠
Poin : 3

f. Consecutive: Empat kartu berurutan
Contoh : 9, 10, J, Q
Poin : 2

g. Other : Segala kombinasi selain yang telah disebut diatas
Contoh : 2, 4, 5, 7 atau ♥, ♠, ♣, ♣
Poin : 0

3.5 Peraturan Permainan Four Card Draw

a. Pemain yang mendapat poin 100 paling pertama adalah pemenang.
b. Poin selalu dihitung setiap habis membagi kartu
c. Setelah kartu dibagi, dimasukkan lagi kedalam dek, lalu diacak dan dibagi kembali sampai salah satu pemain mencapai poin 100.



← misalkan untuk 4 pemain

3.6 Peluang Setiap Kombinasi dalam Four Card Draw

Sebelum menghitung peluang masing-masing kombinasi, kita akan menghitung jumlah kemungkinan kombinasi yang muncul bila kita dibagikan empat kartu Remi secara acak.

Ditinjau dari nilai pada kartu.

Terdapat 13 jenis nilai, yaitu:
A 2 3 4 5 6 7 8 9 10 J Q K

Bila dibagikan 4 kartu secara acak (kartu tidak memperdulikan urutan) sehingga banyaknya kejadian yang ada adalah

C(52, 4) = 270.725

3.6.1 2 Rank

Peluang muncul 2 kartu dengan nilai sama dan 2 kartu lagi dengan nilai sembarang, yaitu dengan cara:

Jumlah cara mengambil satu jenis kartu dari 13 jenis yang ada : C(13,1) = 13

Jumlah cara mengambil 2 kartu yang sama dari 4 kartu yang sejenis: C(4,2)=6

Jumlah cara mengambil 2 kartu sembarang dari 50 kartu yang tersisa: C(50, 2)= 1225

Sehingga, peluang dari 4 kartu tersebut mengandung 2 kartu sejenis=

$$= \frac{C(13,1) \times C(4,2) \times C(50,2)}{C(52,4)}$$

=35,294%

3.6.2 3 Rank

Peluang muncul 3 kartu dengan nilai sama dan 1 kartu sembarang, yaitu dengan cara:

Cara mengambil satu jenis kartu dari 13 jenis yang ada : C(13,1) = 13

Jumlah cara mengambil 3 kartu yang sama dari 4 kartu yang sejenis: C(4,3)=4

Jumlah cara mengambil 1 kartu sembarang dari 49 kartu yang tersisa: C(49, 1)= 49

Sehingga, peluang dari 4 kartu tersebut mengandung 2 kartu sejenis=

$$= \frac{C(13,1) \times C(4,3) \times C(49,1)}{C(52,4)}$$

=0,941%

3.6.3 4 Rank

Peluang muncul 4 kartu dengan nilai sama yaitu dengan cara:

Cara mengambil satu jenis kartu dari 13 jenis yang ada : C(13,1) = 13

Jumlah cara mengambil 3 kartu yang sama dari 4 kartu yang sejenis: C(4,4)=1

Sehingga, peluang dari 4 kartu tersebut mengandung 2 kartu sejenis=

$$= \frac{C(13,1) \times C(4,4)}{C(52,4)}$$

=0,004%

3.6.4 3 Suit

Peluang muncul 3 kartu dengan lambang sama yaitu dengan cara:

Cara mengambil satu jenis kartu dari 4 jenis yang ada : C(4,1) = 4

Jumlah cara mengambil 3 kartu yang sama dari 13 kartu yang sejenis: C(13,3)= 286

Jumlah cara mengambil 1 kartu sembarang dari 49 kartu yang tersisa= C(49, 1)= 49

Sehingga, peluang dari 4 kartu tersebut mengandung 2 kartu sejenis=

$$= \frac{C(4,1) \times C(13,3) \times C(49,1)}{C(52,4)}$$

=20,71%

3.6.5 4 Suit

Peluang muncul 4 kartu dengan lambang sama yaitu dengan cara:

Cara mengambil satu jenis kartu dari 4 jenis yang ada : C(4,1) = 4

Jumlah cara mengambil 4 kartu yang sama dari 13 kartu yang sejenis: C(13,4)= 715

Sehingga, peluang dari 4 kartu tersebut mengandung 2 kartu sejenis=

$$= \frac{C(4,1) \times C(13,4)}{C(52,4)}$$

=1,06%

3.6.6 Consecutive

Peluang muncul 4 kartu dengan nilai berurutan yaitu:
Ada sepuluh kemungkinan
(dimulai dari A-2-3-4 hingga 10-J-Q-K)

Peluangnya adalah $= \frac{10 \times (4)^4}{C(52,4)}$

= 0,946%

3.6.7 Other

Keempat kartu yang didapatkan oleh pemain tidak membentuk satupun kombinasi diatas.

Peluang :

= 1- P(2 Rank) - P(3 Rank) - P(4 Rank) - P(3 Suit) - P(4 Suit) – P(Consecutive)

= 1 - 35,29% - 0,941% - 0,004% - 20,71% - 1,06% - 0,946%

= 41,049%

3.7 Tabel Peluang

Jika kombinasi-kombinasi kartu dalam permainan ini diurutkan dan dimasukkan dalam sebuah tabel, akan terbentuk tabel seperti yang tertera dibawah ini:

No.	Nama Kombinasi	Peluang	Nilai Poin
1	4 Rank	0,004%	3
2	3 Rank	0,941%	2
3	Consecutive	0,946%	2
4	4 Suit	1,06%	3
5	3 Suit	20,71%	2
6	2 Rank	35,29%	1
7	Other	41,049%	0
	TOTAL	100%	

Dari tabel diatas, ditinjau dari perbandingan nilai peluang dengan nilai poin, dapat disimpulkan bahwa dalam permainan ini sebenarnya tidak konsisten pembagian poinnya.

Semestinya semakin tinggi tingkat kesulitan mendapatkan suatu kombinasi (semakin kecil peluangnya) semakin besar poin yang didapat. Namun, terdapat kejanggalan pada kombinasi 4 Suit.

IV. HASIL DAN ANALISIS

Penulis melakukan simulasi permainan Four Card Draw untuk menguji kebenaran dari teori yang digunakan dalam makalah ini.

Cara melakukan simulasi adalah dengan mengambil empat kartu secara acak dari satu dek kartu Remi (berisi

52 kartu) lalu keempat kartu dikembalikan dalam dek lagi, sampai 70 kali. Hasil dari simulasi yang didapat adalah:

	Nama Kombinasi	Jumlah Kemunculan
A	2 Rank	26
B	3 Rank	0
C	4 Rank	0
D	3 Suit	11
E	4 Suit	3
F	Consecutive	2
G	Other	28

Perbandingan hasil yang didapat dari simulasi dengan hasil yang didapat pada perhitungan adalah sebagai berikut:

a. 2 Rank
Peluang Hasil Simulasi : 37,14%
Peluang Hasil Perhitungan : 35,29%

b. 3 Rank
Peluang Hasil Simulasi : 0%
Peluang Hasil Perhitungan : 0,941%

c. 4 Rank
Peluang Hasil Simulasi : 0%
Peluang Hasil Perhitungan : 0,004%

d. 3 Suit
Peluang Hasil Simulasi : 15,71%
Peluang Hasil Perhitungan : 20,71%

e. 4 Suit
Peluang Hasil Simulasi : 4,28%
Peluang Hasil Perhitungan : 1,06%

f. Consecutive
Peluang Hasil Simulasi : 2,85%
Peluang Hasil Perhitungan : 0,946%

g. Other
Peluang Hasil Simulasi : 40%
Peluang Hasil Perhitungan : 41,049%

Perbedaan presentase yang didapat dari hasil simulasi dengan yang diperoleh dari hasil perhitungan tidak terlalu besar, sehingga masih bisa disimpulkan bahwa teori perhitungan kombinatorial ini benar.

Perbedaan yang muncul disebabkan karena sedikitnya simulasi yang dilakukan. Semakin banyak simulasi yang dilakukan, hasil simulasi akan semakin mendekati hasil perhitungan yang sebenarnya.

Chart Hasil Data Simulasi:

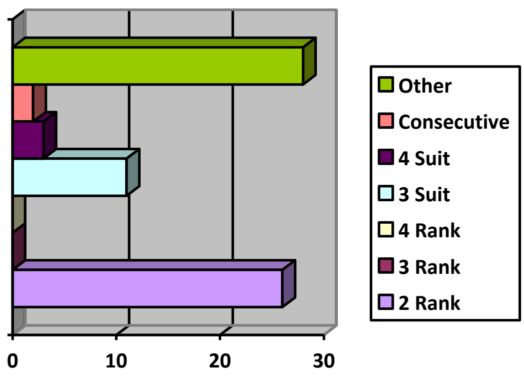
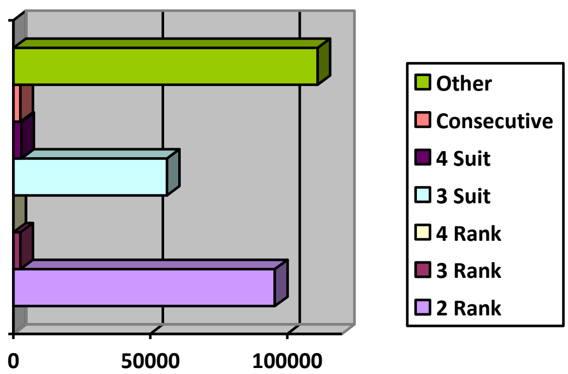


Chart Hasil Data Perhitungan:



V. Kesimpulan

Beberapa kesimpulan yang didapat dari makalah ini adalah:

a. Aplikasi teori kombinatorial dan peluang sangat banyak dan dapat digunakan untuk memecahkan permasalahan-permasalahan diberbagai bidang, salah satu bidang adalah untuk menghitung peluang kemunculan kombinaasi-kombinasi dalam suatu permainan kartu.
b. Hasil dari simulasi tidak sesuai sepenuhnya dengan apa yang telah diperhitungkan, yaitu poin tertinggi akan terdapat pada kemungkinan-kemungkinan dengan peluang terkecil. Namun, dalam permainan ini ada kejanggalan yaitu pada kombinasi 4 Suit. Walaupun peluang 4 Suit lebih besar daripada Consecutive, poin yang didapat dari 4 Suit lebih besar.

DAFTAR REFERENSI

[1] Munir, Rinaldi, Buku Teks Ilmu Komputer Matematika Diskrit, Edisi Ketiga, Informatika Bandung, 2005.

[2] Pagat
http://www.pagat.com/invented/4carddraw.html
Tanggal akses: 16 Desember 2010, pukul 18.00

[3] Wikipedia
http://en.wikipedia.org/wiki/Combinatorial_game_theory#Examples
Tanggal akses: 16 Desember 2010, pukul 20.00

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 17 Desember 2010

ttd

Hanifah Azhar 13509016