

# PENERAPAN INDUKSI MATEMATIK DALAM ATM MULTI PECAHAN UANG

Ramasha Shella Gustia (13508046)

Teknik Informatika Institut Teknologi Bandung  
Jalan Ganesha 10, Bandung  
[if18046@students.if.itb.ac.id](mailto:if18046@students.if.itb.ac.id)

## ABSTRAK

ATM (Automated Teller Machine) ialah sebuah perangkat elektronik berbasis komputer yang sudah sangat tidak asing bagi kita. Mesin yang juga dikenal dengan nama Anjungan Tunai Mandiri ini dapat membantu kita bertransaksi tanpa harus mengantri di bank. Transaksi yang dapat dilakukan antara lain penarikan uang, transfer antar rekening, pembelian tiket, dan pembayaran tagihan. Semakin berkembangnya teknologi membuat ATM yang ada sekarang semakin canggih. Tengok saja beberapa ATM di luar negeri yang memfasilitasi pelanggan banknya untuk melakukan penarikan uang dalam dua jenis pecahan uang. Bagaimana hal itu bisa dilakukan? Sebenarnya prinsipnya sangat mudah. Dengan menerapkan prinsip Induksi Matematik yang diubah dahulu ke suatu bahasa pemrograman kemudian diimplementasikan ke hardware yang terdapat di dalam ATM tersebut. Hanya dengan menentukan pecahan yang dimasukkan ke dalam mesin ATM tersebut dan menentukan jumlah penarikan minimal penarikan uang, maka jumlah kelipatan penarikan uang juga dapat dihitung dan dibuktikan dengan Prinsip Induksi Matematik. Suatu pemikiran yang sederhana, namun pemanfaatannya sangat berguna.

**Kata kunci :** ATM, perkembangan ATM, multi pecahan uang, konsep berpikir Induksi Matematik, penerapan konsep Induksi dalam ATM

## 1. PENDAHULUAN

Dalam kehidupan sehari-hari, kita pasti sudah tidak asing lagi dengan kata ATM. Setiap kita melihat iklan perbankan di televisi, setiap kita melewati sebuah bank di jalan, bahkan saat berada di tempat-tempat umum seperti mall, bandara, dan kampus. Sebenarnya, apa yang dimaksud dengan ATM itu?

ATM (*Automated Teller Machine*) ialah sebuah mesin telekomunikasi berbasis komputer yang berfungsi untuk melayani nasabah bank melakukan transaksi perbankan terhadap rekening mereka tanpa harus pergi ke bank itu sendiri dan tanpa perlu dilayanin oleh seorang *teller* bank. Di Indonesia ATM sendiri lebih sering kita sebut Anjungan Tunai Mandiri. Di luar negeri, mesin yang seperti ini memiliki nama yang berbeda pula. Di Britania, mesin ini disebut *cashpoint*, sedang di Portugal

disebut *Multibanco* (karena produsen mesin ini didominasi oleh merk tersebut), di beberapa negara Eropa dan Rusia disebut *bancomat*, serta disebut *Any Time Money* di India<sup>1</sup>. Menarik bukan?

## SEJARAH

Mekanis pertama mesin yang menyimpan uang tunai ini dikembangkan dan dibangun oleh Luther George Simjian dan diinstal pada 1939 di New York City, Amerika Serikat oleh Bank Kota New York, tapi dihapus setelah 6 bulan karena kurangnya minat dan antusiasme pemakaian mesin oleh pelanggan. Pelanggan masih lebih memilih mengantri di dalam bank untuk dilayani seorang *teller* daripada melakukan transaksi melalui mesin yang belum mereka percaya kemampuannya.

Pada tahun 1968 dirintis jaringan ATM di Dallas, Texas, oleh Donald Wetzel yang merupakan seorang kepala departemen di penanganan bagasi otomatis pada sebuah perusahaan bernama Docutel. Pada tahun 1995 di Smithsonian Museum Nasional Sejarah Amerika, Wetzel Docutel diakui sebagai penemu dari jaringan ATM.

## PENGUNAAN ATM

Penggunaan ATM dewasa ini sudah menjadi suatu hal yang krusial. Kesibukan yang padat sehingga malas mengantri di bank merupakan salah satu alasan mengapa banyak orang lebih memilih untuk bertransaksi di ATM. Di luar negeri, ATM bahkan memiliki lebih banyak fungsi dibandingkan di Indonesia. Yang pertama adalah kemudahan mengambil uang cash walaupun tidak ada bank yang mengeluarkan kartu ATM di negara yang bersangkutan. Jika pada kartu terdapat logo Cirrus Maestro, maka pelanggan dapat melakukan penarikan di semua ATM bank manapun di seluruh dunia yang berlogo Cirrus Maestro. Sama halnya dengan kartu ATM yang berlogo Visa Mastercard<sup>2</sup>. Keuntungan lainnya ialah, ATM merupakan mesin valas yang paling baik. Mengapa? Jika kita pergi ke Money Changer, terdapat perbedaan yang cukup signifikan antara nilai jual dan nilai beli valuta asing. Jika kita menarik uang dari ATM (dengan *currency* negara manapun), maka yang digunakan ialah nilai valuta asing yang umum dan pasti

<sup>1</sup> [http://en.wikipedia.org/wiki/Automated\\_teller\\_machine](http://en.wikipedia.org/wiki/Automated_teller_machine)  
tanggal akses : 19 Desember 2009

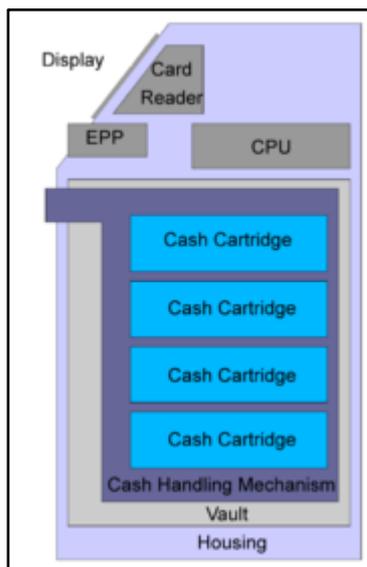
<sup>2</sup> <http://one.indoskripsi.com/judul-skripsi-makalah-tentang-pengenalan-atm-dan-cara-kerjanya> tanggal akses : 19 Desember 2009

tidak mengambil keuntungan besar. Para pelancong di luar negeri lebih senang memanfaatkan ATM untuk mengambil uang dalam *currency* yang mereka butuhkan daripada harus pergi ke sebuah Money Changer.

### PERANGKAT ATM

Sebenarnya, apa saja yang terdapat di dalam ATM?

- CPU (untuk mengatur peralatan interface dan transaksi, pemrosesan transaksi juga diatur di sini).
- Card Reader (untuk membaca kartu pelanggan).
- PIN Pad (mirip sebuah kalkulator, untuk memberikan masukan PIN dan jumlah nominal transaksi).
- Secure Cryptoprocessor.
- Display.
- Tombol Fungsi (biasanya berada tepat di samping kanan kiri layar, dapat pula berupa layar touch screen).
- Cash Cartridge (untuk menyimpan uang).
- Record Printer (untuk mencetak bukti transaksi).
- dan beberapa komponen lain untuk membantu berjalannya transaksi di ATM.



Gambar 1, Komponen Automated Teller Machine

### PERKEMBANGAN ATM

Saat pertama kali dibuat, ATM hanya memiliki sebuah fungsi, yakni untuk penarikan uang tunai. Uang tunai yang di ambil pun terbatas, hanya untuk satu mata uang saja. Seiring dengan perkembangan teknologi, ATM sekarang ini sudah dapat melakukan transaksi yang lebih beragam, antara lain : dapat melakukan transfer ke rekening bank yang sama maupun antarbank, dapat melakukan pembayaran tagihan listrik, telepon, *handphone*, maupun kartu kredit, dapat melakukan pengecekan saldo, dapat melakukan pembelian pulsa, tiket pesawat, dan lain-lain. Bahkan beberapa ATM juga dapat melakukan penyetoran uang tunai (seperti ATM

Setoran Tunai bank BCA) dan mencetak transaksi ke buku tabungan pelanggan.

Ada lagi satu kelebihan ATM yang sekarang. Beberapa ATM di luar negeri, memiliki lebih dari satu nominal uang dalam sebuah mesin. Jadi kita tidak perlu bingung jika membutuhkan uang sebesar Rp 50.00,- dan di rekening kita hanya terdapat saldo Rp 90.000,-, padahal di tempat tersebut hanya terdapat ATM yang mengeluarkan uang dengan pecahan Rp 100.000,-. Beberapa ATM di Taipei (milik Hua Nan Commercial Bank Ltd.), dapat mengeluarkan uang dalam dua nominal pecahan uang, yakni sebesar NT\$ 1000 dan NT\$ 500<sup>3</sup>. Tetapi, mengapa ATM di Indonesia belum menggunakan ATM yang seperti ini? Apa sebenarnya perbedaan konsep sistem perhitungan ATM dengan satu pecahan uang dan ATM dengan multi pecahan uang? Bagaimana caranya sebuah ATM dapat memilih uang mana yang harus dikeluarkan jika pelanggan ingin menarik sejumlah uang dari rekening mereka?

## 2. METODE

Pada makalah ini, tidak akan dibahas mengenai sistem atau cara kerja dari sebuah ATM, bagaimana mesin tersebut memproses transaksi yang diinginkan pelanggan. Di sini hanya akan dibahas konsep pemikiran dari perhitungan untuk ATM yang memiliki multi nominal uang.

### 2.2 Konsep ATM Secara Umum di Indonesia

ATM, pada umumnya, hanya memiliki satu jenis nominal uang. Logikanya ialah sebuah ATM hanya memiliki satu *cartridge* uang, yang hanya dapat diisi oleh sebuah nominal (entah itu Rp 20.000,-, Rp 50.000,-, maupun Rp 100.000,-). Nah, pengolahan berapa jumlah uang yang dikeluarkan tidak secara langsung dihitung dari jumlah nominal uang yang ditarik, tapi dikonversikan dahulu, pecahan uang yang tersedia pada *cartridge* harus dikeluarkan sebanyak berapa lembar agar uang yang ingin ditarik pelanggan tercukupi<sup>4</sup>. Misal pelanggan ingin menarik uang sebanyak Rp 200.000,-. Maka ada tiga kemungkinan :

- Jika ATM tersebut berisi uang pecahan Rp 20.000,-, maka *cartridge* penyimpanan uang akan diperintahkan menghitung dan mengeluarkan sebanyak 10 lembar.
- Jika ATM tersebut berisi uang pecahan Rp 50.000,-, maka *cartridge* penyimpanan uang akan diperintahkan menghitung dan mengeluarkan sebanyak 4 lembar.

<sup>3</sup> <http://jimmyauw.com/2008/03/03/narik-duit-gampang-di-luar-negeri/> tanggal akses : 19 Desember 2009

<sup>4</sup> <http://id.answers.yahoo.com/question/index?qid=2008112511421AAz7oIR> tanggal akses : 19 Desember 2009

- Jika ATM tersebut berisi uang pecahan Rp 100.000,-, maka *cartridge* penyimpanan uang akan diperintahkan untuk menghitung dan mengeluarkan uang sebanyak 2 lembar.

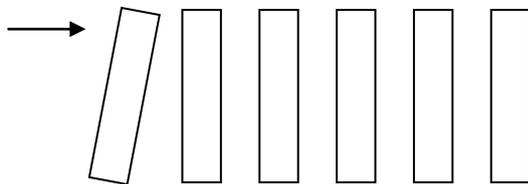
Terdapat beberapa kelemahan dalam ATM yang memiliki sistem seperti ini, antara lain : Pelanggan ingin menarik uang yang tidak genap (misal ingin menarik uang sebesar Rp 70.000,-).

Pada kenyataannya, masalah ini memang sudah ditanggulangi dengan mengeluarkan pernyataan “Mesin ini hanya mengeluarkan uang dalam pecahan kelipatan Rp 20.000,- (atau Rp 50.000,- atau Rp 100.000,-). Masyarakat juga telah memaklumi keadaan ini. Namun, apakah tidak jauh lebih mudah jika dapat dilakukan penarikan tunai dengan nominal yang tidak genap seperti itu? Apa sebenarnya keistimewaan cara berpikir ATM Multi Pecahan Uang?

### 2.3 Prinsip Induksi Matematika

Induksi matematik merupakan teknik pembuktian yang baku dalam matematika. Melalui Induksi Matematik, kita dapat mengurangi langkah pembuktian yang sangat rumit untuk menemukan sebuah kebenaran *statement* matematis hanya dengan sejumlah langkah terbatas yang cukup mudah.

Prinsip Induksi matematik memiliki efek domino (jika domino disusun berjajar dengan jarak tertentu, saat satu ujung domino dijatuhkan ke arah donimo lain, maka semua domino akan jatuh satu per satu).



Gambar 2, Efek Domino pada Induksi Matematik

Pada umumnya, terdapat dua jenis Induksi Matematik :

- Prinsip Induksi yang Dirampatkan  
Misal :  $f(n)$  ialah sebuah *statement* atau fungsi yang ingin kita buktikan berlaku untuk semua bilangan bulat  $n \geq n_0$ . Untuk membuktikan ini, hanya perlu ditunjukkan bahwa :
  1.  $f(n_0)$  benar (berlaku), dan
  2. Jika  $f(n)$  benar (berlaku) maka  $f(n+1)$  juga benar (berlaku) untuk semua bilangan bulat  $n \geq n_0$ .

Contoh :

Untuk semua bilangan bulat tidak-negatif  $n$ , buktikan dengan induksi matematik bahwa  $20 + 21 + 22 + \dots + 2n = 2n+1 - 1$

Jawab:

(i) Basis induksi. Untuk  $n = 0$  (bilangan bulat tidak negatif pertama), kita peroleh:  $20 = 20+1 - 1$ .

$$\begin{aligned} \text{Ini jelas benar, sebab } 20 &= 1 = 20+1 - 1 \\ &= 21 - 1 \\ &= 2 - 1 \\ &= 1 \end{aligned}$$

(ii) Langkah induksi. Andaikan bahwa  $p(n)$  benar, yaitu

$20 + 21 + 22 + \dots + 2n = 2n+1 - 1$  adalah benar (hipotesis induksi). Kita harus menunjukkan bahwa  $p(n + 1)$  juga benar, yaitu

$$20 + 21 + 22 + \dots + 2n + 2n+1 = 2(n+1) + 1 - 1$$

juga benar. Ini kita tunjukkan sebagai berikut:

$$20 + 21 + 22 + \dots + 2n + 2n+1 = (20 + 21 + 22 + \dots + 2n) + 2n+1 = (2n+1 - 1) + 2n+1$$

$$\begin{aligned} &= (2n+1 + 2n+1) - 1 \\ &= (2 \cdot 2n+1) - 1 \\ &= 2n+2 - 1 \\ &= 2(n+1) + 1 - 1 \end{aligned}$$

Karena langkah 1 dan 2 keduanya telah diperlihatkan benar, maka untuk semua bilangan bulat tidak-negatif  $n$ , terbukti bahwa  $20 + 21 + 22 + \dots + 2n = 2n+1 - 1$

- Prinsip Induksi Kuat

Misal :  $f(n)$  adalah sebuah *statement* yang akan dibuktikan berlaku untuk semua bilangan bulat  $n \geq n_0$ . Untuk membuktikannya, perlu ditunjukkan bahwa :

1.  $f(n_0)$  benar (berlaku), dan
2. Jika  $f(n_0), f(n_0+1), \dots, f(n)$  benar (berlaku), maka  $f(n+1)$  juga benar (berlaku) untuk semua bilangan bulat  $n \geq n_0$ .

Contoh :

Teka-teki susun potongan gambar (*jigsaw puzzle*) terdiri dari sejumlah potongan (bagian) gambar (lihat Gambar). Dua atau lebih potongan dapat disatukan untuk membentuk potongan yang lebih besar. Lebih tepatnya, kita gunakan istilah blok bagi satu potongan gambar. Blok-blok dengan batas yang cocok dapat disatukan membentuk blok yang lain yang lebih besar. Akhirnya, jika semua potongan telah disatukan menjadi satu buah blok, teka-teki susun gambar itu dikatakan telah dipecahkan. Menggabungkan dua buah blok dengan batas yang cocok dihitung sebagai satu langkah. Gunakan

prinsip induksi kuat untuk membuktikan bahwa untuk suatu teka-teki susun gambar dengan  $n$  potongan, selalu diperlukan  $n - 1$  langkah untuk memecahkan teki-teki itu!<sup>5</sup>

Jawab :

(i) Basis induksi. Untuk teka-teki susun gambar dengan satu potongan, tidak diperlukan langkah apa-apa untuk memecahkan teka-teki itu.

(ii) Langkah induksi. Misalkan pernyataan bahwa untuk teka-teki dengan  $n$  potongan ( $n = 1, 2, 3, \dots, k$ ) diperlukan sejumlah  $n - 1$  langkah untuk memecahkan teka-teki itu adalah benar (hipotesis induksi). Kita harus membuktikan bahwa untuk  $n + 1$  potongan diperlukan  $n$  langkah.

Bagilah  $n + 1$  potongan menjadi dua buah blok –satu dengan  $n_1$  potongan dan satu lagi dengan  $n_2$  potongan, dan  $n_1 + n_2 = n + 1$ . Untuk langkah terakhir yang memecahkan teka-teki ini, dua buah blok disatukan sehingga membentuk satu blok besar. Menurut hipotesis induksi, diperlukan  $n_1 - 1$  langkah untuk menyatukan blok yang satu dan  $n_2 - 1$  langkah untuk menyatukan blok yang lain. Digabungkan dengan langkah terakhir yang menyatukan kedua blok tersebut, maka banyaknya langkah adalah

$$(n_1 - 1) + (n_2 - 1) + 1 \text{ langkah terakhir} = (n_1 + n_2) - 2 + 1 = n + 1 - 1 = n.$$

Karena langkah (i) dan (ii) sudah diperlihatkan benar maka terbukti bahwa suatu teka-teki susun gambar dengan  $n$  potongan, selalu diperlukan  $n - 1$  langkah untuk memecahkan teki-teki itu.

#### 2.4 Bagaimana Induksi Matematika Dapat Diterapkan pada ATM Multi Nominal

Penerapan Induksi Matematik dalam ATM Multi Nominal yakni dengan penggunaan Prinsip Induksi yang Dirampatkan (prinsip pertama) pada proses penghitungan uang yang akan dikeluarkan dari *cartrige* penyimpanan uang.

Ada beberapa ketentuan dalam pengambilan uang pada ATM Multi Nominal ini. Ketentuan tersebut antara lain :

- jumlah minimal penarikan
- jumlah kelipatan penarikan dari jumlah minimalnya

- pecahan uang berapa yang ada di ATM tersebut

Jadi, bagaimana cara perhitungannya?

Ambil sebuah contoh, dalam satu ATM terdapat pecahan uang Rp 20.000,- dan Rp 50.000,-. Berapakah jumlah kelipatan penarikan dengan jumlah minimal yang dapat diambil pelanggan melalui ATM tersebut adalah Rp 40.000,-?

Penyelesaian :

1. tunjukkan bahwa  $f(n_0)$  benar (berlaku)

Basis induksi. Untuk mengeluarkan uang dengan jumlah Rp 40.000,- dapat digunakan 2 lembar uang Rp 20.000,-.  $f(n_0)$  jelas benar (berlaku) !!

2. Jika  $f(n)$  benar (berlaku) maka tunjukkan  $f(n+k)$  juga benar (berlaku) untuk semua bilangan bulat  $n \geq n_0$ . ( $k$  ialah kelipatan pengambilan uang di ATM)

Langkah induksi. Jika  $f(n)$  benar, yaitu untuk mengeluarkan uang dengan jumlah Rp 40.000 dapat digunakan  $e$  lembar uang Rp 20.000,- (hipotesis induksi). Kita harus menunjukkan bahwa  $f(n+k)$  juga benar, yaitu untuk mengeluarkan uang sebesar  $n+k$  juga dapat menggunakan pecahan uang Rp 20.000,- dan/atau Rp 50.000,-.

Ada dua kemungkinan yang perlu diperiksa:

- a. Kemungkinan pertama, misalkan tidak ada uang pecahan Rp 50.000,- yang dikeluarkan, maka uang yang dikeluarkan senilai Rp  $n$ ,- menggunakan pecahan Rp 20.000,- semuanya. Karena  $n \geq Rp 40.000,-$ , setidaknya harus digunakan dua lembar pecahan Rp 20.000,-. Dengan mengganti dua lembar uang Rp 20.000,- dengan selembur uang Rp 50.000,- akan menjadikan uang yang dikeluarkan ATM sebesar Rp  $n+k$ ,- dengan  $k$  senilai Rp 10.000,-.
- b. Kemungkinan kedua, misalkan ATM mengeluarkan uang senilai Rp  $n$ ,- dengan sedikitnya satu lembar pecahan Rp 50.000,-. Dengan mengganti satu lembar pecahan Rp 50.000,- dengan tiga lembar uang pecahan Rp 20.000,-, akan menjadikan uang yang dikeluarkan ATM sebesar Rp  $n+k$ ,- dengan  $k$  senilai Rp 10.000,-.

Dari penjelasan di atas,, dapat diketahui bahwa nilai  $k$  (kelipatan) uang yang dapat diambil dari ATM tersebut, dengan minimal jumlah pengambilan sebesar Rp 40.000,-, ialah sebesar Rp 10.000,-.

<sup>5</sup> <http://www.informatika.org/~rinaldi/Matdis/2008-2009/Induksi%20Matematik.ppt> tanggal akses : 20 Desember 2009

Jadi kira-kira seperti itulah konsep pemikiran ATM yang memiliki dua jenis pecahan uang. Mudah bukan? Hanya saja untuk implementasi pada mesin penghitungnya, harus diubah dahulu dalam suatu bahasa pemrograman baru diterapkan pada hardware yang ada di ATM.

### 3. KESIMPULAN

- Penggunaan ATM menjadi sangat umum di masyarakat sekarang ini. Semakin majunya teknologi membuat ATM semakin canggih dalam melakukan berbagai macam transaksi, bahkan pelanggan dapat melakukan penarikan Multi Pecahan Uang dalam ATM tertentu.
- Prinsip Induksi Matematik merupakan pembuktian yang baku dan sangat efektif, bahkan beberapa ide teknologi timbul dari pengertian tersebut. Contohnya : ATM Multi Pecahan Uang.
- ATM Multi Pecahan Uang menggunakan Prinsip Induksi yang Dirampatkan untuk menentukan jumlah minimal penarikan uang dan kelipatan penarikan uang dari jumlah minimalnya.
- Ilmu Matematika Diskrit memang sangat luas dan mencakup kehidupan sehari-hari, salah satu contohnya ialah apa yang telah dijelaskan di atas mengenai Prinsip Induksi Matematik untuk diterapkan pada ATM Multi Pecahan Uang.

### REFERENSI

- [1] [http://en.wikipedia.org/wiki/Automated\\_teller\\_machine](http://en.wikipedia.org/wiki/Automated_teller_machine)  
tanggal akses : 19 Desember 2009
- [2] <http://one.indoskripsi.com/judul-skripsi-makalah-tentang/pengenalan-atm-dan-cara-kerjanya>  
tanggal akses : 19 Desember 2009
- [3] <http://jimmyauw.com/2008/03/03/narik-duit-gampang-di-luar-negeri/>  
tanggal akses : 19 Desember 2009
- [4] <http://id.answers.yahoo.com/question/index?qid=20081125111421AAz7oIR>  
tanggal akses : 19 Desember 2009
- [5] <http://www.informatika.org/~rinaldi/Matdis/2008-2009/Induksi%20Matematik.ppt>  
tanggal akses : 20 Desember 2009