Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung

Nama :…………………………
NIM :…………………………
T.tangan:…………………………

Solusi Kuis ke-1 IF2091 Struktur Diskrit (3 SKS) - Logika, Himpunan, Relasi dan Fungsi
Dosen: Rinaldi Munir & Harlili
Rabu, 28 September 2009
Waktu: 55 menit

1. Tunjukkan bahwa pernyataan di bawah ini selalu benar:
Jika hari hujan maka Andi pergi dan Rita pergi, jika dan hanya jika, jika hari hujan maka Andi pergi dan jika hari hujan maka Rita pergi.
dengan *p* : hari hujan, *q* : Andi pergi, *r* : Rita pergi **(15)**

Solusi:

$(p \rightarrow (q \wedge r)) \leftrightarrow (p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$

p	q	r	$(q \wedge r)$	$(p \rightarrow (q \wedge r))$	$(p \rightarrow q)$	$(p \rightarrow r)$	$(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$	$(p \rightarrow (q \wedge r)) \leftrightarrow (p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$
0	0	0	0	1	1	1	1	**1**
0	0	1	0	1	1	1	1	**1**
0	1	0	0	1	1	1	1	**1**
0	1	1	1	1	1	1	1	**1**
1	0	0	0	0	0	0	0	**1**
1	0	1	0	0	0	1	0	**1**
1	1	0	0	0	1	0	0	**1**
1	1	1	1	1	1	1	1	**1**

Jadi, terbukti merupakan tautologi (selalu benar)

2. Dengan menggunakan hukum-hukum aljabar proposisi, buktikan bahwa: $\sim(p \vee q) \vee (\sim p \wedge q) \equiv \sim p$ **(15)**

Solusi:

$\sim(p \vee q) \vee (\sim p \wedge q)$
$\equiv (\sim p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q)$ (Hukum De Morgan)
$\equiv (\sim p \vee (\sim p \wedge q)) \wedge (\sim q \vee (\sim p \wedge q))$ (Hukum Distributif)
$\equiv \sim p \wedge (\sim q \vee (\sim p \wedge q))$ (Hukum Absorbsi)
$\equiv \sim p \wedge ((\sim q \vee \sim p) \wedge (\sim q \vee q))$ (Hukum Distributif)
$\equiv \sim p \wedge ((\sim q \vee \sim p) \wedge T)$ (Hukum Negasi)
$\equiv \sim p \wedge (\sim q \vee \sim p)$ (Hukum Identitas)
$\equiv \sim p \wedge (\sim p \vee \sim q)$ (Hukum Komutatif)
$\equiv \sim p$ (Hukum Absorbsi)

3. Periksalah apakah argumen di bawah ini benar (valid):
Jika saya belajar, maka saya tidak akan gagal dalam ujian matematika. Jika saya tidak main basket, maka saya akan belajar. Tetapi, saya gagal dalam ujian matematika, oleh karena itu saya bermain basket. **(15)**

Solusi:
Misalkan: p : saya belajar, q : saya gagal dalam matematika, r : saya bermain basket. Argumen yang terbentuk adalah:

$p \rightarrow \sim q$
$\sim r \rightarrow p$
q
----
r

Tabel kebenaran:

p	q	r	~q	p $\rightarrow$ ~q	~r	~r $\rightarrow$ p
T	T	T	F	F	F	T
T	T	F	F	F	T	T
T	F	T	T	T	F	T
T	F	F	T	T	T	T
F	**T**	**T**	F	**T**	F	**T**
F	T	F	F	T	T	F
F	F	T	T	T	F	T
F	F	F	T	T	T	F

Pada baris 5 premis p $\rightarrow$ ~q, ~r $\rightarrow$ p, dan q secara bersama-sama bernlai benar dan konklusi r juga benar, sehingga argumen valid.

4. Tentukan banyaknya bilangan non-prima antara 1 dan 2008 (termasuk 1 dan 2008) yang habis dibagi 4 atau 6 tetapi tidak habis dibagi 9

Solusi:

Misal : p = banyaknya bilangan bulat antara 1 - 2008 yang habis dibagi 4

q = banyaknya bilangan bulat antara 1 - 2008 yang habis dibagi 6

r = banyaknya bilangan bulat antara 1 - 2008 yang habis dibagi 9

s = banyaknya bilangan bulat antara 1 - 2008 yang habis dibagi 4 atau 6 tapi tidak habis dibagi 9

maka,

$$n(p) = \left\lfloor \frac{2008}{4} \right\rfloor = 502, \quad n(q) = \left\lfloor \frac{2008}{6} \right\rfloor = 334$$

$$n(p \cap q) = \left\lfloor \frac{2008}{12} \right\rfloor = 167, \quad n(p \cap r) = \left\lfloor \frac{2008}{36} \right\rfloor = 55$$

$$n(q \cap r) = \left\lfloor \frac{2008}{18} \right\rfloor = 111, \quad n(p \cap q \cap r) = \left\lfloor \frac{2008}{36} \right\rfloor = 55$$

$$\begin{aligned} n(s) &= n(p \cup q) - n((p \cup q) \cap r) \\ &= n(p) + n(q) - n(p \cap q) - n((p \cap r) \cup (q \cap r)) \\ &= n(p) + n(q) - n(p \cap q) - n(p \cap r) - n(q \cap r) + n(p \cap q \cap r) \\ &= 502 + 334 - 167 - 55 - 111 + 55 \\ &= 558 \end{aligned}$$

Karena semua bilangan yang dimasukkan dalam perhitungan n(s) di atas dapat habis dibagi oleh 4, 6, atau 9, artinya semua bilangan yang terhitung tersebut tidak satupun merupakan bilangan prima.Oleh karenanya, banyak bilangan prima yang dimaksud adalah 558

5. Misalkan *R* adalah relasi pada himpunan *URL* (alamat *Web*) sedemikian sehingga *xRy* jika dan hanya jika halaman *Web* pada *x* sama dengan halaman *Web* pada *y*. Tunjukkan bahwa *R* adalah relasi kesetaraan **(15)**

Solusi: syarat relasi kesetaraan: refleksif, setangkup, dan menghantar

R jelas refleksif sebab setiap halaman Web sama dengan halaman dirinya sendiri, jadi $(x, x) \in R$

R setangkup sebab jika halaman Web pada *x* sama dengan halaman Web pada *y*, maka halaman Web pada *y* juga sama dengan halaman Web pada *x*, jadi $(x,y) \in R$ dan $(y, x) \in R$

R menghantar sebab jika halaman Web pada *x* sama dengan halaman Web pada *y* dan halaman Web pada *y* sama dengan halaman Web pada *z*, maka halaman Web pada *x* juga sama dengan halaman Web pada *z*.

6. Terdapat fungsi rekursif *M*(*n*) dengan definisi sebagai berikut

$$M(n) = \begin{cases} n - 10 & , n > 100 \\ M(M(n+11)) & , n \leq 100 \end{cases}$$

Tentukan nilai: (a) *M*(99) dan (b) $\frac{M(88)}{M(83)}$ **(20)**

Solusi:

a. M(99) = M(M(110)) = M(100) = M(M(111)) = M(101) = 91

b. M(88) = M(M(99)) = M(91) = M(M(102)) = M(92) = M(M(103)) = M(93) = ….. = M(99) = 91

M(83) = M(M(94)) = M(M(M(105))) = M(M(95)) = M(M(106)) = M(M(96)) = ... = M(M(99))= 91

$\frac{M(88)}{M(83)} = \frac{91}{91} = 1$