

Aplikasi Teori Graf dalam Pencarian Jalan Tol Paling Efisien

1)

Rianto Fendy Kristanto

1) Jurusan Teknik Informatika ITB, Bandung 40132, email: if17036@students.if.itb.ac.id

Abstract – Makalah ini membahas tentang penerapan teori graf dalam pencarian jalan tol paling efisien yang menghubungkan dua kota atau daerah. Dua aspek yang dibahas untuk menentukan jalan tol paling efisien adalah jalan tol “terpendek” dan “termurah”. Jalan tol “terpendek” dilihat dari total panjang jalan tol yang berada dalam jalan tersebut. Sedangkan jalan tol “termurah” dilihat dari tarif tol yang berlaku pada setiap jalan tol yang dilewati. Metode yang digunakan untuk mencari jalan tol paling efisien hampir sama dengan penentuan lintasan terpendek dengan aplikasi teori graf. Dalam makalah ini, Algoritma yang digunakan untuk mencari jalan tol paling efisien adalah algoritma Dijkstra.

Kata Kunci: teori graf, jalan tol, tarif tol, lintasan terpendek.

1. PENDAHULUAN

Jumlah kendaraan bermotor (sepeda motor dan mobil) bertambah banyak setiap tahunnya. Jumlah kendaraan yang semakin banyak menyebabkan kemacetan lalu lintas. Selain itu, kecelakaan sering terjadi antara kendaraan bermotor. Keinginan untuk cepat sampai tujuan selama dalam perjalanan merupakan salah satu penyebab kecelakaan. Tetapi, kecelakaan justru menyebabkan kemacetan lalu lintas.

Keadaan ini menyebabkan perhubungan darat memerlukan suatu jalan yang terbebas dari kemacetan lalu lintas untuk memperlancar transportasi di darat. Jalan tol merupakan salah satu alternatif untuk menghindari kemacetan lalu lintas. Tetapi, jalan tol memiliki biaya (tarif tol) yang berlaku pada jalan tersebut bagi para pemakainya. Tarif tol ditentukan dari golongan kendaraan yang digunakan untuk melintasi jalan tol. Untuk itu para pemakainya harus tahu jalan tol mana yang harus mereka pilih sehingga mereka dapat menuju suatu kota dari kota asal tertentu. Jika terdapat beberapa pilihan jalan tol maka pemakainya memilih salah satu jalan tol, jalan tol yang dipilih haruslah jalan paling efisien. Dalam makalah ini, jalan tol yang sedekat mungkin dan memiliki tarif termurah antara dua kota atau daerah merupakan jalan tol paling efisien.

Teori graf digunakan pertama kali untuk memecahkan masalah jembatan Königsberg (1736). Di kota Königsberg terdapat tujuh buah jembatan yang menghubungkan daratan yang dipisahkan dengan

sungai. Masalah jembatan Königsberg adalah “apakah mungkin melalui ketujuh buah jembatan itu dilewati masing-masing tepat satu kali dan kembali ke tempat semula?”. Sejak saat itu, teori graf mulai berkembang dan digunakan dalam berbagai terapan lainnya.

Pembahasan teori graf pada makalah ini difokuskan pada penerapan teori graf dalam pencarian jalan tol paling efisien.

2. JALAN TOL

Jalan tol adalah jalan alternatif untuk mengatasi kemacetan lalu lintas ataupun mempersingkat jarak dari suatu tempat atau tempat lain. Tetapi para pengguna jalan tol harus mengendarai kendaraan untuk memakainya. Di Indonesia, jalan tol sering disebut juga sebagai jalan bebas hambatan [3]. Dua kota (A dan B) yang saling “terhubung” dengan jalan tol berarti jalan tol tersebut memiliki ruas jalan yang menghubungkan kota A dengan B ataupun ruas jalan yang menghubungkan kota B dengan A. Hal ini disebabkan jalan tol antara dua kota atau daerah didesain untuk perjalanan dua arah dengan sebuah pagar pembatas diantara dua arah tersebut. Jadi seseorang yang berasal dari kota A dapat menggunakan jalan tol dengan kendaraannya untuk menuju kota B, dan sebaliknya.

2.1. Tarif tol

Jalan tol memiliki tarif tol untuk setiap jalan yang dipilih. Tarif tol disesuaikan dengan golongan kendaraan. Tarif tol antara dua kota atau daerah yang terhubung dengan jalan tol adalah sama walaupun tujuannya berbeda [2]. Misalkan ada 4 buah kota (I, II, III, IV) yang saling terhubung dengan jalan tol minimal satu kota lainnya. Misalkan kota I terhubung dengan kota II, IV, dengan urutan I – II – IV. Tarif tol yang menghubungkan kota I dengan kota IV sama dengan tarif tol kota I dengan kota II ditambah dengan tarif tol kota II dengan kota IV. Karena jalan tol yang digunakan untuk menuju kota I dari kota IV sama dengan jalan tol yang menghubungkan kota I dengan kota IV (hanya berbeda ruas jalan), maka tarif tol yang menghubungkan kota IV dengan kota I sama dengan tarif tol yang menghubungkan kota I dengan kota IV.

2.2. Jalan tol paling efisien

Jalan tol yang dipakai harus dipilih dengan tepat supaya jalan tol menjadi jalan alternatif yang mempersingkat jarak antara dua kota. Pemilihan satu

satu jalan tol dari dua atau lebih alternatif jalan tol harus mempertimbangkan berbagai kondisi dari jalan tol. Untuk menyederhanakan masalah, jalan tol yang paling efisien adalah jalan tol “terpendek” dan “termurah”. Jalan tol “terpendek” dilihat dari total panjang jalan tol yang berada dalam jalan tersebut. Sedangkan jalan tol “termurah” dilihat dari tarif tol yang berlaku pada setiap jalan tol yang dilewati. Hal ini menyimpulkan bahwa jika jalan tol yang menghubungkan dua buah kota hanyalah satu-satunya jalan (baik menuju kota satu ke kota lainnya dan sebaliknya) maka jalan tol tersebut merupakan jalan tol paling efisien.

3. SEKILAS TEORI GRAF

3.1. Definsi graf

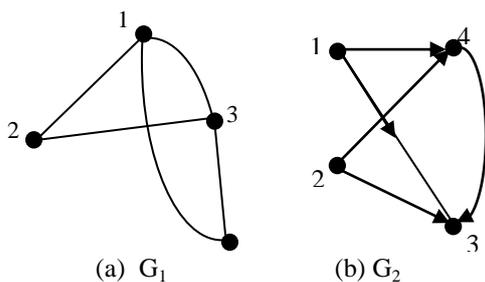
Secara matematis, graf G didefinisikan sebagai pasangan himpunan (V,E) yang dalam hal ini:

V = himpunan tidak kosong dari simpul-simpul (*vertices* atau *node*) = $\{v_1, v_2, v_3, \dots, v_n\}$

E = himpunan sisi (*edges* atau *arcs*) yang menghubungkan sepasang simpul = $\{e_1, e_2, e_3, \dots, e_n\}$

atau dapat ditulis dalam notasi singkat $G = (V,E)$.

Graf, secara geometri, dapat digambarkan sebagai sekumpulan simpul yang dihubungkan dengan sekumpulan sisi. Simpul pada graf dapat dinomori dengan huruf atau bilangan atau keduanya. Sisi pada graf yang menghubungkan simpul v_a dengan v_b dinyatakan dengan pasangan (v_a, v_b) atau dengan lambang $e_1, e_2, e_3, \dots, e_n$ [1].



Gambar 1. (a) Graf G_1 dan (b) Graf G_2

Dari gambar 1, G_1 adalah graf dengan himpunan simpul V dan himpunan sisi E adalah

$$V = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$E = \{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4)\}$$

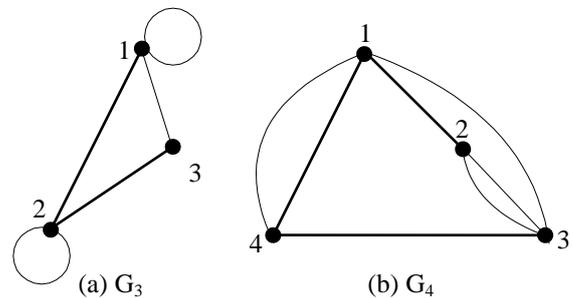
3.2. Jenis-jenis graf

Graf dikelompokkan menjadi beberapa jenis bergantung pada cara pengelompokannya. Pengelompokan graf didasarkan pada ada tidaknya sisi ganda atau sisi kalang, jumlah simpul, atau orientasi

arah pada sisi [1].

Berdasarkan ada tidaknya sisi ganda atau sisi kalang dalam graf, graf dibedakan dua jenis yaitu: graf sederhana dan graf tak-sederhana. Contoh graf sederhana adalah G_1 pada Gambar 1, sedangkan contoh graf tak-sederhana adalah G_3 dan G_4 pada Gambar 2.

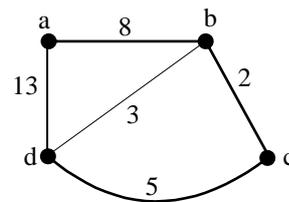
Berdasarkan jumlah simpul dalam suatu graf, graf dibedakan menjadi graf berhingga dan graf tak berhingga. Sedangkan, berdasarkan orientasi arah pada sisi dalam graf, graf dibedakan menjadi graf tak-berarah dan graf berarah. Contoh graf tak-berarah adalah G_1 dan contoh graf berarah adalah G_2 pada Gambar 1.



Gambar 2. (a) Graf G_3 dan (b) Graf G_4

3.3. Graf Berbobot

Graf berbobot adalah graf yang setiap sisinya diberi sebuah harga (bobot) [1]. Bobot dalam graf ini bisa menyatakan biaya kirim suatu jenis barang antara dua buah tempat, jarak antara dua tempat, waktu tempuh perjalanan dan sebagainya.



Gambar 3. Graf berbobot

3.4. Lintasan terpendek

Lintasan terpendek dalam satu graf merupakan permasalahan optimasi. Graf yang dipakai adalah graf berbobot dengan bobotnya sebagai jarak antar kota, waktu tempuh antar kota, dan sebagainya. Bobot pada graf diasumsikan positif. Beberapa contoh persoalan lintasan terpendek adalah :

1. Lintasan terpendek antara dua buah simpul
2. Lintasan terpendek dari satu simpul ke semua simpul lainnya
3. Lintasan terpendek antara dua buah simpul melalui beberapa simpul tertentu

Beberapa algoritma pencarian lintasan terpendek [4]:

1. Algoritma Dijkstra
2. Algoritma Bellman-Ford

3. Algoritma Jhonson
4. Algoritma Floyd-Warshall
5. Algoritma A* Search

Algoritma Dijkstra digunakan untuk mencari lintasan terpendek dari sebuah simpul ke semua simpul lainnya dalam sebuah graf tanpa mengandung nilai bobot negatif. Algoritma Dijkstra diterapkan untuk mencari lintasan terpendek pada graf berarah, tetapi algoritma ini juga benar untuk graf tak-berarah [1].

Algoritma Bellman-Ford digunakan untuk menentukan lintasan terpendek dari sebuah graf berbobot jika terdapat beberapa sisi yang memiliki bobot negatif.

Algoritma Jhonson dan Floyd-Warshall digunakan untuk menentukan lintasan terpendek dari semua pasangan simpul dalam sebuah graf berarah. Tetapi Algoritma Jhonson bisa menangani bobot negatif jika ada tetapi setiap lintasan dari graf berarah itu tidak boleh berbobot negatif.

4. PEMODELAN MASALAH

Pencarian jalan tol paling efisien tidak hanya menentukan jalan tol paling efisien antara dua kota atau daerah. Tetapi bisa juga menentukan jalan tol paling efisien antara dua kota melewati beberapa kota lainnya. Permasalahan ini sama dengan permasalahan lintasan terpendek dalam suatu graf. Jadi pencarian jalan tol paling efisien memiliki beberapa contoh kasus yang berbeda-beda.

Algoritma yang akan digunakan dalam mencari jalan tol paling efisien adalah algoritma Dijkstra. Algoritma Dijkstra dipilih karena algoritma Dijkstra digunakan untuk mencari lintasan terpendek dari sebuah simpul ke semua simpul lainnya dalam sebuah graf [1]. Algoritma Dijkstra dapat menyelesaikan permasalahan lintasan terpendek antara dua buah simpul ataupun lintasan terpendek dari sebuah simpul ke semua simpul lainnya. Hal ini sama dengan masalah pencarian jalan tol paling efisien, yaitu mencari jalan tol “terpendek” dan “termurah” dengan berbagai macam kasusnya.

Meskipun algoritma Dijkstra dapat menyelesaikan pencarian jalan tol paling efisien, kita masih perlu mendefinisikan beberapa asumsi dalam masalah ini. Beberapa asumsi dalam masalah pencarian jalan tol paling efisien adalah:

1. Kepadatan atau volume setiap jalan tol harus sama.
2. Kondisi fisik dari setiap jalan tol harus sama.
3. Tidak ada kecelakaan atau hambatan dalam perjalanan di tol.
4. Kecepatan setiap kendaraan yang digunakan untuk melintasi jalan tol tidak diperhitungkan (diabaikan)

Asumsi-asumsi tersebut berkaitan dengan kondisi dari jalan tol dan keadaan aktual dari jalan tol yang dibicarakan dalam masalah pencarian jalan tol paling efisien.

4.1. Contoh kasus

Misalkan terdapat delapan kota (A, B, C, ..., H) dan setiap kota memiliki akses jalan tol dengan minimal satu kota lainnya. Tabel 1 memperlihatkan tarif tol yang berlaku pada jalan tol yang menghubungkan setiap kota. Tabel 2 memperlihatkan jarak atau panjang jalan tol yang terhubung antar kota.

Tabel 1. Tarif Tol yang Berlaku pada Jalan Tol

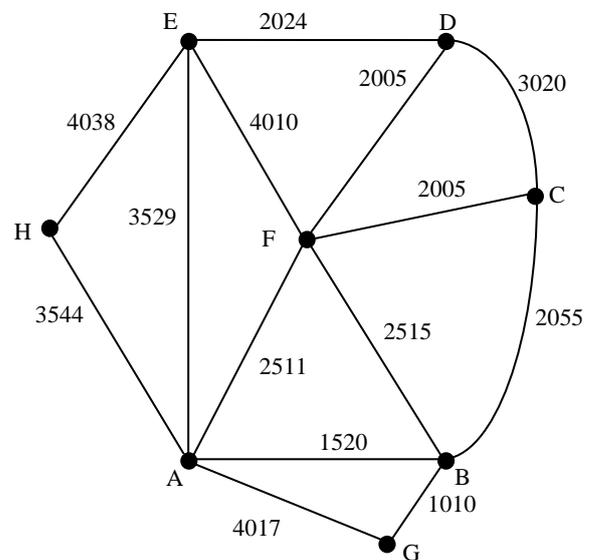
Asal Kota	Kota Tujuan	Besarnya Tarif Tol (Rupiah)		
		Gol. I	Gol. IIA	Gol. IIB
A	B	1500	2000	3000
	E	3500	4000	6000
	F	2500	3000	4000
	G	4000	4500	6000
B	H	3500	4500	6500
	C	2000	2500	3500
	F	2500	3000	4000
	G	1000	2000	3000
C	A	1500	2000	3000
	D	3000	3500	5000
	F	2000	3000	4500
D	B	2000	2500	3500
	E	2000	3000	4500
	F	2000	3000	4500
E	C	3000	3500	5000
	F	4000	4500	6500
	H	4000	5000	7000
	A	3500	4000	6000
F	D	2000	3000	4500
	A	2500	3000	4000
	B	2500	3000	4000
	C	2000	3000	4500
	D	2000	3000	4500
G	E	4000	4500	6500
	A	4000	4500	6000
H	B	1000	2000	3000
	A	3500	4500	6500
H	E	4000	5000	7000

Tarif tol dari tabel 1 dibedakan untuk setiap golongan kendaraan yang melintasi jalan tol. Seperti yang sudah dijelaskan pada bagian 2.1.

Tabel 2. Jarak atau Panjang Jalan Tol

Asal Kota	Kota Tujuan	Panjang Tol (km)
A	B	20
	E	29
	F	11
	G	37
	H	44
B	C	55
	F	15
	G	10
	A	20
C	D	20
	F	5
	B	55
D	E	24
	F	5
	C	20
E	F	10
	H	38
	A	29
	D	24
F	A	11
	B	15
	C	5
	D	5
	E	10
G	A	37
	B	10
H	A	44
	E	38

ataupun menuju kota B dari kota A menggunakan jalan tol yang sama. Selain itu, jalan tol yang menghubungkan kota A dan kota B memiliki tarif tol yang sama (dilihat dari tabel 1), begitu juga dengan jarak atau panjang tol (dilihat dari tabel 2). Jadi orientasi arah pada sisi graf tidak perlu ditampilkan dan sisi yang menghubungkan simpul A dengan B cukup sebuah sisi saja. Bobot graf G ditentukan ditentukan bukan hanya dari panjang tol tetapi juga tarif tol, dalam kasus ini tarif tol yang digunakan adalah tarif tol untuk golongan kendaraan IA. Kedua nilai ini diperlukan untuk mempresentasikan jalan tol paling efisien, yaitu jalan tol “terpendek” dan “termurah”, sesuai dengan bagian 2.2. Kedua nilai tersebut dijumlahkan dan dijadikan bobot pada graf G.



Gambar 4. Graf G

Berdasarkan tabel 1 dan tabel 2, manakah jalan tol paling efisien jika seseorang yang berawal dari kota E ingin menuju ke kota G dengan menggunakan kendaraan golongan IA?

5. HASIL DAN PEMBAHASAN

Penyelesaian pencarian jalan tol paling efisien untuk contoh kasus 4.1 dapat menggunakan algoritma Dijkstra. Tetapi kita harus menggambarkan graf yang mempresentasikan jalan tol, kota, tarif tol dan panjang tol. Kemudian menuliskan matriks ketetangaan dari graf tersebut.

Misalkan graf berbobot yang mempresentasikan permasalahan ini adalah $G = (V,E)$. Simpul merupakan kota-kota yang ada (A, B, C, ..., H). Sisi merupakan jalan tol yang terhubung antara dua kota. Graf G merupakan graf sederhana. Penggunaan graf tak-berarah dalam kasus pencarian jalan tol paling efisien dikarenakan jalan tol tersebut memiliki dua ruas jalan yang menghubungkan kota satu dengan kota lainnya sehingga untuk menuju kota A dari kota B

Matriks ketetangaan dari graf G adalah M. Kemudian Matriks M yang direpresentasikan pada tabel 3.

Tabel 3. Tabel representasi dari M

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	∞	1520	∞	∞	3529	2511	4017	3544
B	1520	∞	2055	∞	∞	2515	1010	∞
C	∞	2055	∞	3020	∞	2005	∞	∞
D	∞	∞	3020	∞	2024	2005	∞	∞
E	3529	∞	∞	2024	∞	4010	∞	4038
F	2511	2515	2005	2005	4010	∞	∞	∞
G	4017	1010	∞	∞	∞	∞	∞	∞
H	3544	∞	∞	∞	4038	∞	∞	∞

Kemudian matriks ketetangaan M diinisialisasi sesuai dengan langkah inisialisasi algoritma Dijkstra dan dapat dilihat pada tabel 4. Pencarian jalan tol paling efisien dari simpul E ke semua simpul dari graf G ditabulasikan pada tabel 5.

Tabel 4. Matriks ketetangaan M setelah insialisasi

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	1520	∞	∞	3529	2511	4017	3544
B	1520	0	2055	∞	∞	2515	1010	∞
C	∞	2055	0	3020	∞	2005	∞	∞
D	∞	∞	3020	0	2024	2005	∞	∞
E	3529	∞	∞	2024	0	4010	∞	4038
F	2511	2515	2005	2005	4010	0	∞	∞
G	4017	1010	∞	∞	∞	∞	0	∞
H	3544	∞	∞	∞	4038	∞	∞	0

Tabel 5. Langkah – langkah tabulasi dari simpul E

Simpul	Lintasan	S								D							
		A	B	C	D	E	F	G	H	A	B	C	D	E	F	G	H
-	-	0	0	0	0	0	0	0	0	3529	∞	∞	2024	0	4010	∞	4038
E	E	0	0	0	0	1	0	0	0	3529	∞	∞	2024	∞	4010	∞	4038
D	E,D	0	0	0	1	1	0	0	0	3529	∞	5044	2024	∞	4010	∞	4038
A	E,A	1	0	0	1	1	0	0	0	3529	5049	5044	2024	∞	4010	7556	4038
F	E,F	1	0	0	1	1	1	0	0	3529	5049	5044	2024	∞	4010	7556	4038
H	E,H	1	0	0	1	1	1	0	1	3529	5049	5044	2024	∞	4010	7556	4038
C	E,D,C	1	0	1	1	1	1	0	1	3529	5049	5044	2024	∞	4010	7556	4038
B	E,A,B	1	1	1	1	1	1	0	1	3529	5049	5044	2024	∞	4010	7556	4038
G	E,A,G	1	1	1	1	1	1	1	1	3529	5049	5044	2024	∞	4010	7556	4038

Jadi jalan tol paling efisien dari kota E ke kota G adalah jalan tol dengan rute kota E – kota A – kota G, tarif tol = 7500 Rupiah dan jarak tol = 56 km.

Sedangkan jalan tol paling efisien dari kota E menuju ke kota-kota lainnya jika menggunakan kendaraan golongan IA adalah:

E ke D dengan rute kota E – kota D, tarif tol = 2000 Rupiah dan jarak tol = 24 km.

E ke A dengan rute kota E – kota A, tarif tol = 3500 Rupiah dan jarak tol = 29 km.

E ke F dengan rute kota E – kota F, tarif tol = 4000 Rupiah dan jarak tol = 10 km.

E ke H dengan rute kota E – kota H, tarif tol = 4000 Rupiah dan jarak tol = 38 km.

E ke C dengan rute kota E – kota D – kota C, tarif tol = 5000 Rupiah dan jarak tol = 44 km.

E ke B dengan rute kota E – kota A – kota B, tarif tol = 5000 Rupiah dan jarak tol = 49 km.

E ke G dengan rute kota E – kota A – kota G, tarif tol = 7500 Rupiah dan jarak tol = 56 km

Keunikan yang ditemukan pada tabel 5 adalah empat jalan tol efisien yang paling pertama ditemukan adalah tetangga dari simpul E (kota E) yang terurut membesar mulai dari tarif tol termurah dan jarak tol terdekat. Jumlah jalan tol paling efisien yang paling pertama ditemukan ditentukan dari derajat simpul kota awal. Untuk contoh kasus ini, kota awalnya adalah E dan simpul E berderajat 4.

Kemudian jalan tol efisien selanjutnya ditentukan dari simpul-simpul tetangga E, yang memiliki jalan tol

mulai dari paling efisien dari hingga yang tidak efisien (tarif tolnya termahal dan jarak tol terpanjang dari kota E tetapi kota tersebut bisa diakses dengan satu jalan tol dari kota E), yang bertetangga dengan simpul-simpul yang belum ditemukan jalan tolnya yang paling efisien dari kota E. Proses ini terus dilakukan sampai jalan tol paling efisien dari kota E ke semua kota sudah ditemukan.

Tarif tol sangat berpengaruh dalam pencarian jalan tol paling efisien. Karena dengan golongan kendaraan yang berbeda, tarif tol yang ditarik juga berbeda. Sedangkan jarak tol yang ditempuh sama saja (tidak berubah).

6. KESIMPULAN

Teori graf dapat diaplikasikan untuk mencari jalan tol paling efisien, yaitu jalan tol “terpendek” dan “termurah”. Jalan tol “terpendek” dilihat dari total panjang jalan tol yang berada dalam jalan tersebut. Sedangkan jalan tol “termurah” dilihat dari tarif tol yang berlaku pada setiap jalan tol yang dilewati.

Tarif tol sangat berpengaruh dalam pencarian jalan tol paling efisien. Karena dengan golongan kendaraan yang berbeda, tarif tol yang ditarik juga berbeda. Sedangkan jarak tol yang ditempuh sama saja (tidak berubah).

Metode pencarian jalan tol paling efisien yang dibahas dalam makalah ini dapat diterapkan dalam kehidupan nyata. Dengan memilih jalan tol paling efisien, kita

dapat menuju ke kota tujuan lebih cepat. Masalah di kehidupan nyata dalam menggunakan jalan tol tidak hanya pencarian jalan tol paling efisien tetapi juga kenyamanan jalan tol, kecepatan mengendarai, dan sebagainya.

Proses pencarian jalan tol paling efisien dari suatu kota awal A ke kota lainnya sebanyak N adalah:

1. Jalan tol paling efisien yang ditemukan pertama kali hingga ke-M ($M \leq N$). M adalah jumlah kota yang bertetangga dengan kota awal A yang bisa diakses dengan satu jalan tol dari kota A atau M disebut sebagai derajat dari simpul kota A dalam representasi graf.
2. Jika masih ada kota yang belum ditemukan jalan tol paling efisien dari kota awal maka cari kota yang memiliki jalan tol paling efisien dari kota awal yang masih bertetangga dengan kota yang belum ditemukan jalan tolnya paling efisien dari kota awal.
3. Cari jalan tol paling efisien dari kota yang ditemukan dari proses 2 ke kota yang bertetangga dengannya dan kota tersebut masih belum ditemukan jalan tol paling efisien dari kota awal.
4. Ulangi proses 2 dan 3 sampai jalan tol paling efisien dari kota awal ke semua kota lainnya sudah ditemukan semuanya.

DAFTAR REFERENSI

- [1] Munir, Rinaldi, Struktur Diskrit, Program Studi Teknik Informatika ITB, 2008.
- [2] Tarif tol , <http://www.pu.go.id/Publik/pengumuman/tarif>, diakses tanggal 3 Januari 2008 pukul 18.10
- [3] Wikipedia, Jalan Tol, http://id.wikipedia.org/wiki/Jalan_tol, diakses tanggal 3 Januari 2008 pukul 18.10
- [4] Wikipedia, Shortest Path Problem, http://en.wikipedia.org/wiki/Shortest_path_problem, diakses tanggal 3 Januari 2008 pukul 18.19
- [5] Wikipedia, Graph Teory, http://en.wikipedia.org/wiki/Graph_theory, diakses tanggal 3 Januari 2008 pukul 18.05