

# Kombinatorial dalam Permainan Kartu Poker

Yohanes Andika NIM - 13507067

Program Studi Teknik Informatika, Institut Teknologi Bandung

Jl. Ganesha 10, Bandung

Tukangnyampah@yahoo.co.id

**Abstract** – Makalah ini membahas mengenai kombinatorial, salah satu cabang dalam kuliah struktur diskrit. Makalah ini juga membahas mengenai salah satu penerapan kombinatorial yang paling umum, yakni dalam permainan kartu. Salah satu permainan kartu yang terikat erat dengan kombinatorial adalah permainan poker. Probabilitas menjadi referensi bagi pemain dalam bermain..

**Kata Kunci:** kombinatorial, penerapan, kartu, poker, probabilitas..

## 1. PENDAHULUAN

Permainan kartu merupakan awal mula kemunculan probabilitas dan kombinatorial. Permainan kartu sangat erat kaitannya dengan probabilitas dan kombinatorial. Probabilitas dalam hal kemungkinan kartu yang didapat, sementara kombinatorial mempengaruhi perhitungan probabilitas kartu yang didapat. Salah satu permainan kartu yang sangat menerapkan teori ini adalah permainan poker. Karena dibutuhkan pengetahuan perhitungan kira-kira kartu yang akan keluar/didapat.

## 2. DASAR KOMBINATORIAL

Kombinatorial adalah cabang matematika yang mempelajari pengaturan objek-objek. Solusi yang ingin kita peroleh dengan kombinatorial ini jumlah cara pengaturan objek-objek tertentu di dalam himpunannya.

Cara yang paling sederhana untuk menyelesaikan persoalan semacam di atas adalah dengan mengenumerasi semua kemungkinan jawabannya. Mengenumerasi artinya mencacah atau menghitung (count) satu persatu setiap kemungkinan jawaban. Untuk persoalan dengan jumlah objek sedikit, mengenumerasi setiap kemungkinan jawaban masih dapat dilakukan, tetapi untuk persoalan dengan jumlah objek yang banyak, cara enumerasi jelas tidak sangkil.

### 2.1. Percobaan

Kombinatorial didasarkan pada hasil yang diperoleh dari suatu percobaan (experiment). Percobaan adalah proses fisik yang hasilnya dapat diamati.

### 2.2. Kaidah Dasar Menghitung

Di dalam kombinatorial, kita harus menghitung

(counting) semua kemungkinan pengaturan objek. Dua kaidah dasar yang digunakan sebagai teknik menghitung dalam kombinatorial adalah kaidah perkalian (rule of product) dan kaidah penjumlahan (rule of sum).

#### 2.2.1 Kaidah Perkalian

Bila percobaan 1 mempunyai p hasil percobaan yang mungkin terjadi, percobaan 2 mempunyai q hasil percobaan yang mungkin terjadi, maka bila percobaan 1 dan percobaan 2 dilakukan, maka terdapat p x q hasil percobaan

#### 2.2.2. Kaidah penjumlahan

Bila percobaan 1 mempunyai p hasil percobaan yang mungkin terjadi, percobaan 2 mempunyai q hasil percobaan yang mungkin terjadi, maka bila percobaan 1 atau percobaan 2 dilakukan, maka terdapat p + q hasil percobaan

### 2.3 Perluasan Kaidah Menghitung

Kaidah perkalian dan kaidah penjumlahan di atas dapat diperluas hingga mengandung lebih dari dua buah percobaan. Jika n buah percobaan masing-masing mempunyai p<sub>1</sub>, p<sub>2</sub>, ..., p<sub>n</sub>, hasil percobaan yang mungkin terjadi yang dalam hal ini setiap p<sub>i</sub> tidak bergantung pada pilihan sebelumnya, maka jumlah hasil percobaan yang mungkin terjadi adalah:

- (a) p<sub>1</sub> x p<sub>2</sub> x ... x p<sub>n</sub> untuk kaidah perkalian
- (b) p<sub>1</sub> + p<sub>2</sub> + ... + p<sub>n</sub> untuk kaidah penjumlahan

### 2.4. Permutasi

Permutasi adalah jumlah urutan berbeda dari pengaturan objek-objek.

Permutasi r dari n elemen adalah jumlah kemungkinan urutan r buah elemen yang dipilih dari n buah elemen, dengan r ≤ n, yang dalam hal ini, pada setiap kemungkinan urutan tidak ada elemen yang sama.

Permutasi r objek dari n objek :

$$P(n, r) = n(n-1)(n-2) \dots (n-(r-1)) \\ = \frac{n!}{(n-r)!}$$

### 2.5. Kombinasi

Bentuk khusus dari permutasi adalah kombinasi. Jika

pada permutasi urutan kemunculan diperhitungkan, maka pada kombinasi, urutan kemunculan diabaikan.

Kombinasi  $r$  elemen dari  $n$  elemen adalah jumlah pemilihan yang tidak terurut  $r$  elemen yang diambil dari  $n$  buah elemen.

Kombinasi  $r$  objek dari  $n$  objek :

$$C(n, r) = \frac{n!}{r! (n - r)!}$$

### 3. PERMAINAN KARTU POKER

Poker adalah permainan kartu yang menggunakan taruhan. Permainan poker memiliki jenis yang bermacam-macam, hal ini tergantung kepada berapa banyak kartu yang ada ditangan, berapa kartu yang bisa dibuat, batasan taruhan dan berapa giliran yang diperbolehkan untuk bertaruh. Dalam beberapa permainan poker modern, giliran pertama dimulai dengan taruhan paksa. Lalu akan berlanjut ke samping. Setiap pemain harus mengikuti taruhan tertinggi yang sebelumnya, atau terpaksa “fold”, dan kehilangan semua taruhan yang sudah dipasang.

Setiap pemain yang dapat mengikuti taruhan juga dapat menaikan taruhan. Giliran bertaruh berakhir ketika semua pemain telah menyamai taruhan atau semuanya sudah “fold”. Jika semua kecuali satu pemain “fold”, maka ia akan mengambil semua taruhan tanpa memperlihatkan kartunya. Jika lebih dari satu yang tersisa, maka kartu di tangan ditunjukkan dan si pemain yang menang mendapatkan semuanya.

Banyak pemain poker yang merasa, sistem taruhan yang seperti ini membuat poker tidak termasuk dalam judi. Uang yang ditaruh dilakukan secara sadar oleh si pemain. Dimana ia melakukannya atas dasar probabilitas dan psikologi.

#### 3.1. Peraturan dasar dalam Poker

- Setiap kartu individual bernilai sebagai berikut : (dari tertinggi ke terendah) **A** (tinggi), **K, Q, J, 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, A**. **A** cuma akan bernilai rendah ketika menjadi *straight* **A-2-3-4-5**.
- Jenis gambar tidak mempunyai nilai. Gambar hanya mempengaruhi apakah kartu di tangan memenuhi suatu kategori tertentu ( seperti *flush* dan *straight flush*). Dalam banyak variasi, jika dua pemain mempunyai kartu yang identik namun bergambar sama, maka menjadi seri dan taruhan dibagi (jadi **3♠ 4♠ 5♠ 6♠ 7♠** tidak mengalahkan **3♦ 4♦ 5♦ 6♦ 7♦**).
- Kartu yang ada ditangan hanya terdiri dari 5 kartu. Dalam permainan yang terdiri dari lebih dari 5 kartu, hanya kombinasi 5 kartu terbaik yang diambil.
- Kartu di tangan dinilai dari kategorinya lebih dahulu, baru kemudian nilai individual kartunya. Jadi kartu dengan kualitas terendah masih mengalahkan

semua tangan yang berada di kategori yang lebih rendah.

#### 3.2. Rangkaing Kartu dalam Poker

Rangkaing kartu dalam permainan poker adalah sebagai berikut :

##### 3.2.1. *Straight flush*

*Straight flush* adalah tangan dalam poker yang terdiri dari 5 kartu yang berurutan, semuanya bergambar sama, seperti **Q♣ J♣ 10♣ 9♣ 8♣**. Dua tangan dibandingkan dari kartu tertinggi mereka, karena gambar tidak mempunyai nilai perbandingan. **A♠ K♠ Q♠ J♠ 10♠** dikenal sebagai *royal flush*, dan memiliki rangkaing tertinggi dalam poker. Total kemungkinan yang ada adalah 40 macam *straight flush*, termasuk empat *royal flush*.

##### 3.2.2. *Four of a kind*

*Four of a kind*, atau juga dikenal; dengan “quad”, adalah tangan poker seperti **9♣ 9♠ 9♦ 9♥ J♥**, yang memiliki 4 kartu yang memiliki nilai sama, dan sebuah kartu dengan nilai berbeda. Jika empat kartu bernilai sama, maka kartu terakhir menjadi penentu pemenang. Total kemungkinan yang ada dari *four of a kind* adalah 624 macam.

##### 3.2.3. *Full house*

*Full house*, adalah sebuah tangan seperti **3♠ 3♣ 3♦ 6♠ 6♥**, yang terdiri dari 3 kartu yang sama dari suatu nilai dan 2 kartu yang bernilai sama dari nilai yang berbeda. *Full house* berada dibawah *four of a kind*, namun berada diatas *flush*. Dalam *full house*, yang menang adalah yang mempunyai nilai dari set 3 kartulah yang menang, seperti **7♠ 7♥ 7♦ 4♠ 4♣** mengalahkan **6♠ 6♥ 6♦ A♠ A♣**. Jika kedua tangan memiliki set 3 kartu yang sama, tangan yang memiliki *pair* yang lebih tinggi lah yang menang. Jadi, **5♥ 5♦ 5♠ Q♥ Q♣** mengalahkan **5♠ 5♦ 5♣ J♠ J♥**.

Total kemungkinan *full house* yang ada adalah 3.744 macam.

##### 3.2.4. *Flush*

*Flush* adalah tangan poker seperti **Q♣ 10♣ 7♣ 6♣ 4♣**, yang mana memiliki 5 kartu dengan gambar yang sama, tetapi tidak berurutan. Kartu seperti ini mempunyai tingkatan diatas *straight*, namun dibawah *full house*. Dua buah *flush* dibandingkan dengan cara membandingkan tiap nilai dari kartu mulai dari yang tertinggi. Tiap kartu dibandingkan sampai ditemui perbedaan. Jika kelima kartunya sama, maka seri. Total kemungkinan yang ada dari *flush* adalah 5.148 macam, termasuk *straight flush*.

##### 3.2.5. *Straight*

*Straight* adalah tangan poker seperti **Q♣ J♠ 10♠ 9♥ 8♥**, yang mana terdiri dari 5 kartu yang berurutan namun lebih dari satu macam gambar. Kartu seperti ini

berada diatas *three of a kind* dan dibawah *flush*. Dua *straight* dibandingkan dengan melihat kartu tertinggi dari masing-masing tangan.

Total kemungkinan *straight* yang ada adalah 10.240 macam, termasuk 40 *straight flush* diantaranya.

### 3.2.6 Three of a kind

*Three of a kind* dikenal juga dengan nama trips, adalah tangan poker seperti **2♦ 2♣ 2♠ K♠ 6♥**, yang mana terdiri dari 3 kartu yang memiliki nilai sama, tambah 2 kartu lainnya. Kartu semacam ini berada diatas *two pair* dan dibawah *straight*. Nilai dari *three of a kind* yang menentukan kemenangan dari tangan.

Jadi, **Q♠ Q♥ Q♦ 7♠ 4♣** mengalahkan **J♠ J♣ J♦ A♦ K♣**. Jika kedua tangan memiliki nilai *three of a kind* yang sama, maka kedua kartu yang lainnya yang akan menentukan pemenangnya.

Total kemungkinan *three of a kind* adalah 54.912 macam yang bukan merupakan *full house*.

### 3.2.7. Two pair

Tangan poker seperti **J♥ J♣ 4♣ 4♠ 9♥**, yang mana terdiri dari dua kartu dari nilai yang sama, dua kartu dengan nilai yang sama juga (namun berbeda dengan bilai dua kartu pertama tersebut), dan sebuah kartu lainnya.

Penentuan kemenangan berdasarkan *pair* yang tertinggi dahulu, jika sama maka *pair* yang satunya. Jika masih sama, maka kartu yang terakhir menjadi penentu.

*Two pair* berada diatas *one pair* dan dibawah *three of a kind*.

**10♠ 10♣ 8♥ 8♣ 4♣** mengalahkan **8♥ 8♣ 4♣ 4♣ 10**.

**10♠ 10♣ 8♥ 8♣ 4♣** mengalahkan **10♠ 10♣ 4♣ 4♥ 8♥**.

**10♠ 10♣ 8♥ 8♣ A♦** mengalahkan **10♠ 10♣ 8♥ 8♣ 4♣**.

Total kemungkinan *two pair* yang ada adalah 123.552 macam yang bukan merupakan *full house*.

### 3.2.8. One pair

**4♥ 4♣ K♠ 10♦ 5♠** merupakan contoh dari *one pair*, yang mana tangan terdiri dari dua kartu yang mempunyai nilai yang sama, dan tiga kartu lainnya. Kartu seperti ini berada diatas *high card* tapi berada dibawah semua tangan poker yang lain.

*Pair* yang lebih tinggi mengalahkan yang lebih rendah, jika kedua tangan memiliki *pair* yang sama, maka kartu yang non-*pair* menjadi penentu yang menang.

Total kemungkinan *one pair* adalah 1.098.240 macam.

### 3.2.9. High card

*High card* disebut juga sebagai no-*pair*, seperti **K♥ J♣ 8♠ 7♦ 3♠**, yang mana tidak ada kartu yang bernilai sama, kelima kartu tidak berurutan, dan tidak bergambar sama. Kartu ini juga dikenal sebagai "sampah", karena tidak bernilai apa-apa.

Kartu seperti ini berada paling bawah tingkatannya.

Kartu seperti ini dinilai dari kartu yang bernilai tertinggi. Jika sama, maka tertinggi kedua dibandingkan. Dan seterusnya.

Total kemungkinan *high card* yang ada adalah 1.302.540 macam.

## 4. PEMBAHASAN

Total seluruh kombinasi kartu yang mungkin didapatkan pada permainan poker adalah :

$$\binom{52}{5} = 2,598,960$$

macam jenis 5 kartu tangan.

Jadi, probabilitas untuk masing-masing tingkatan kartu dalam poker adalah :

### 4.1. Straight flush

$$\frac{40}{2,598,960} \approx 0.00154\%$$

### 4.2. Four of a kind

$$\frac{624}{2,598,960} \approx 0.024\%$$

### 4.3. Full house

$$\frac{3744}{2,598,960} \approx 0.14\%$$

### 4.4. Flush

$$\frac{5108}{2,598,960} \approx 0.20\%$$

### 4.5. Straight

$$\frac{10,200}{2,598,960} \approx 0.39\%$$

### 4.6 Three of a kind

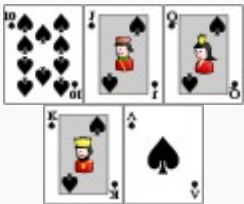
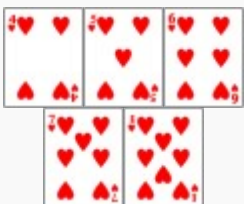
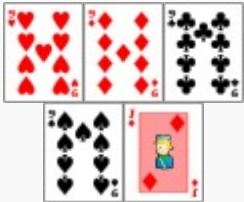
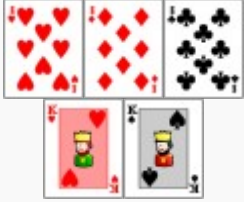
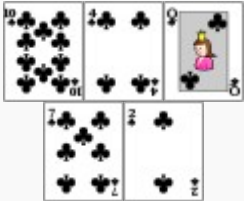
$$\frac{54,912}{2,598,960} \approx 2.11\%$$

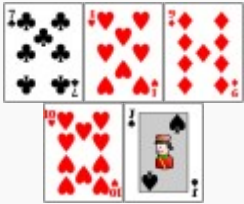
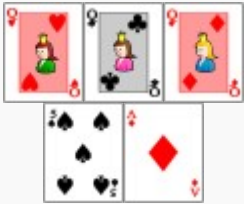
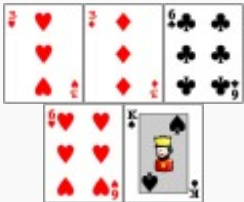
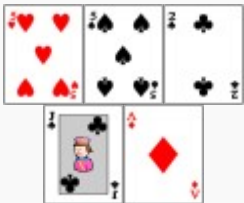
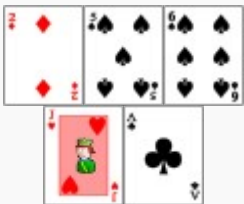
### 4.7. Two pair

$$\frac{123,552}{2,598,960} \approx 4.75\%$$

### 4.8. One pair

$$\frac{1,098,240}{2,598,960} \approx 42.27\%$$

Hand	Frequency	Approx. Probability	Approx. Cumulative	Approx. Odds	Mathematical expression of absolute frequency
<p><u>Royal flush</u></p> 	4	0.00015 4%	0.00015 4%	649,739 : 1	$\binom{4}{1}$
<p><u>Straight flush</u> (excluding royal flush)</p> 	36	0.00139 %	0.00154 %	72,192.33 : 1	$\binom{10}{1} \binom{4}{1} - \binom{4}{1}$
<p><u>Four of a kind</u></p> 	624	0.0240%	0.0256%	4,164 : 1	$\binom{13}{1} \binom{4}{4} \binom{48}{1}$
<p><u>Full house</u></p> 	3,744	0.144%	0.170%	693.2 : 1	$\binom{13}{1} \binom{4}{3} \binom{12}{1} \binom{4}{2}$
<p><u>Flush</u> (excluding royal flush and straight flush)</p> 	5,108	0.197%	0.367%	507.8 : 1	$\binom{13}{5} \binom{4}{1} - \binom{10}{1} \binom{4}{1}$

<p><u>Straight</u> (excluding royal flush and straight flush)</p> 	10,200	0.392%	0.76%	253.8 : 1	$\binom{10}{1} \binom{4}{1}^5 - \binom{10}{1} \binom{4}{1}$
<p><u>Three of a kind</u></p> 	54,912	2.11%	2.87%	46.3 : 1	$\binom{13}{1} \binom{4}{3} \binom{12}{2} \binom{4}{1}^2$
<p><u>Two pair</u></p> 	$\frac{123,552}{2}$	4.75%	7.62%	20.03 : 1	$\binom{13}{2} \binom{4}{2}^2 \binom{11}{1} \binom{4}{1}$
<p><u>One pair</u></p> 	$\frac{1,098,240}{2}$	42.3%	49.9%	2.36 : 1	$\binom{13}{1} \binom{4}{2} \binom{12}{3} \binom{4}{1}^3$
<p><u>No pair / High card</u></p> 	$\frac{1,302,540}{2}$	50.1%	100%	0.995 : 1	$\left[ \binom{13}{5} - 10 \right] \left[ \binom{4}{1}^5 - 4 \right]$
<p><b>Total</b></p>	<b>2,598,960</b>	<b>100%</b>	<b>100%</b>	<b>0 : 1</b>	$\binom{52}{5}$

Tabel keseluruhan frekuensi dan probabilitas dalam permainan poker

#### 4.9. High card

$$\frac{1,302,540}{2,598,960} \approx 50.12\%$$

Dalam permainan poker, dapat kita lihat bahwa semakin mudah memperoleh kombinasi kartu tersebut, maka nilai kartu tersebut pun semakin rendah. Hal ini memperlihatkan bahwa semakin kecil probabilitasnya, maka semakin tinggi nilainya.

Kecilnya probabilitas menandakan sulitnya memperoleh, sehingga kartu jenis tersebut semakin langka.

### 5. KESIMPULAN

Kesimpulan yang bisa ditarik dari uraian di atas adalah :

1. Probabilitas dan kombinatorial sangat erat hubungannya dengan kehidupan kita.
2. Permainan kartu hanya salah satu dari sekian banyak masalah yang berkaitan dengan probabilitas dan kombinatorial.

### DAFTAR PUSTAKA

[1] Munir, Rinaldi (2008). Diktat Kuliah IF 2091 Struktur Diskrit Edisi Keempat. Program Studi Teknik Informatika, Sekolah Teknik Elektro dan Informatika, Institut Teknologi Bandung.

[2]<http://en.wikipedia.org/wiki/Combinatorics>  
waktu akses : 6 Januari 2009, 01.00.

[3]<http://en.wikipedia.org/wiki/Poker>  
waktu akses : 6 Januari 2009, 01.00.

[4][http://en.wikipedia.org/wiki/Poker\\_probability](http://en.wikipedia.org/wiki/Poker_probability)  
waktu akses : 6 Januari 2009, 01.00.

[5][http://en.wikipedia.org/wiki/Hand\\_rankings](http://en.wikipedia.org/wiki/Hand_rankings)  
waktu akses : 6 Januari 2009, 01.00.