Aplikasi Kombinatorial dan Peluang dalam Permainan Poker

Hably Robbi Wafiyya - 13507128
Program Studi Teknik Informatika ITB, Bandung , email : harowa_aja@yahoo.com

Abstract
Makalah ini membahas tentang aplikasi teori kombinatorial dan peluang dalam permainan poker. Permainan poker itu sendiri bertujuan untuk mendapatkan susunan terbaik dalam 5 buah kartu yang dimiliki. Semakin sulit susunan itu diperoleh, semakin tingi nilainya. Pemain yang paling tinggi nilai susunan kartunya adalah pemenangnya.

Teori Kombinatorial terlahir karena para Bandar judi ingin mengetahui berapa persentase kemenangan mereka. Secara garis besar, teori kombinatorial memiliki 2 prinsip dasar, yaitu Prinsip Penjumlahan dan Prinsip Perkalian.

Teori Peluang amat erat kaitannya dengan Teori Kombinatorial, karena mayoritas perhitungan peluang menggunakan prinsip kombinatorial. Secara umum, peluang suatu kejadian dapat dinyatakan sebagaibanyaknya kejadian kejadian tersebut dibagi banyaknya kejadian semua kejadian yang mungkin (peluang semesta).

Makalah ini menjelaskan bagaimana cara menghitung kemungkinan mendapatkan tiap susunan kartu dengan menggunakan prinsip kombinatorial.

Kata Kunci*: Kombinatorial, Peluang, Poker*

1. PENDAHULUAN

Teori Kombinatorial adalah suatu metode untuk menghitung banyaknya kemungkinan sebuah kejadian tanpa mengenumerasi kejadian tersebut. Contoh pemakaian kombinatorial adalah untuk menentukan kemungkinan password seseornag jika password itu terdiri dari 8 karakter, dan tiap karakter hanya boleh berisi huruf atau angka. Jika setiap karakter bebas (artinya boleh dipakai berulang kali, maka ada 36 (26 huruf + 10 angka) kemungkinan untuk setiap digit. Karena ada 8 digit, maka ada 36^8 kemungkinan password., atau sekitar 2,82 x 10^{12}.

Jika kita ingin mengetahui password itu dengan cara brute force (mencoba satu persatu) dengan sebuah computer yang dapat memasukkan 100 input tiap sekon, maka waktu maksimal yang kita butuhkan adalah 326,5 hari, dan itu berarti hampir satu tahun. Untunglah kita mengetahui teori kombinatorial, sehingga tidak perlu membuang waktu selama hampir satu tahun menunggu password itu terbongkar.

2. TEORI KOMBINATORIAL

2.1. Kaidah Dasar

Secara umum, terdapat dua kaidah utama dalam kombinatorial, yaitu :

1. Kaidah Perkalian
   Jika sebuah kejadian P dan Q dimana P dan Q dilakukan bersamaan (dalam satu kondisi yang sama), maka banyaknya kejadian yang mungkin sama dengan P x Q.

2. Kaidah Penjumlahan
   Jika sebuah kejadian P dan Q dimana P dan Q dilakukan tidak bersamaan (dalam kondisi yang berbeda), maka banyaknya kejadian yang mungkin sama dengan P + Q.

Contoh perbedaan penggunaan kaidah perkalian dan penjumlahan pada kasus brute force password adalah sebagai berikut :

1. Dalam tiap karakter, terdapat 26 kemungkinan penggunaan huruf dan 10 kemungkinan penggunaan angka. Dalam hal ini, maka banyaknya total kejadian adalah 26 + 10. Hal ini karena tidak mungkin penggunaan huruf sekaligus angka secara bersamaan, karena karakter itu pastilah sebuah huruf atau angka. Maka yang digunakan adalah kaidah penjumlahan

2. Terdapat 36 kemungkinan untuk setiap karakter. Setiap karakter boleh berulang, dan terdapat 8 digit, maka banyaknya kemungkinan adalah 36 x 36 x 36 x 36 x 36 x 36 x 36 x 36 = 36^8 . Dalam kejadian ini yang digunakan adalah kaidah perkalian, karena kejadian antar tiap digit merupakas satu kondisi yang sama dan berlangsung bersamaan.

2.2. Permutasi

Dalam penggunaan kaidah perkalian, terdapat metode perhitungan yang lebih cepat dibandingkan dengan cara manual seperti di atas, yaitu dengan menggunakan permutasi dan kombinasi.

Permutasi adalah banyaknya urutan cara penempatan suatu objek. Contohnya, banyaknya cara mengurutkan huruf A, B, dan C. Kalau kita mengenumerasi, maka didapat hasilnya adalah ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA. Yaitu terdapat 6 cara mengurutkan, Lalu, bagaimana jika kita ingin mengurutkan 3 huruf yang dapat dipilih dari huruf A, B, C, D, E. Kita dapat menjabarkannya sebagai berikut, Untuk huruf pertama terdapat 5 kejadian yang mungkin (yaitu A,B,C,D,E). Lalu terdapat 4 kejadian yang mungkin untuk huruf kedua (karena salah satu huruf telah dipakai pada kejadian pertama dan tak boleh dipakai lagi). Dan untuk huruf terakhir terdapat 3 kejadian yang mungkin. Maka berdasarkan kaidah perkalian, terdapat 5 x 4 x 3 = 60 kejadian yang mungkin.

Cara yang sama dapat dilakukan untuk kasus serupa. Dari sini kita dapat menemukan suatu pola.

Misalkan jumlah objek adalah n, maka
Urutan pertama dipilih dari n objek,
urutan kedua dipilih dari (n – 1) objek,
urutan ketiga dipilih dari (n – 2) objek,
…
Urutan ke-r dipilih dari (n – r + 1) objek yang tersisa

Maka permutasi dari n buah objek yang diambil sebanyak r dinyatakan dengan P(n,r)

$$P(n,r) = n\,(n-1)\,(n-2)\ \ldots\ (n-r+1)$$

Kita dapat mengalikan kedua sisi dengan (n-r)!, sehingga

$$P(n,r)\,(n-r)! = n!$$
$$P(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

2.2. Kombinasi

Kombinasi adalah sebuah permutasi yang tidak memperdulikan urutan. Hal ini berarti ABC, ACB, dan BCA adalah sebuah kombinasi yang sama, sehingga dihitung sebagai 1 kejadian, bukan 3.

Rumus Kombinasi sama seperti permutasi, tetapi karena tidak memperdulikan urutan, maka semua kejadian denga anggota yang sama dan urutan yang berbeda dianggap sebagai kejadian yang sama.

Secara matematis, jika terdapat n objek dan diambil sebanyak r objek, maka terdapat r! kejadian dimana elemen pembentuk kejadian adalah sama, tetapi beda urutan. Sehingga rumus kombinasi adalah rumus permutasi dibagi denga r!

$$C(n,r) = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

3. TEORI PELUANG

Teori Peluang erat kaitannya dengan kombinatorial. Himpunan semua kejadian yang mungkin disebut ruang contoh (sample space), sedangkan setiap kejadian yang mungkin disebut titik contoh (sample point).

Peluang diskrit adalah peluang terjadinya sebuah titik contoh. Peluang diskrit memiliki sifat sebagai berikut :

1. Besarnya peluang selalu antara 0 dan 1. 0 berarti mustahil terjadi, sedangkan 1 berarti pasti terjadi.
2. Jumlah seluruh peluang dalam ruang contoh harus sama dengan 1.

Sebuah kejadian (Event) merupakan himpunan bagian dari ruang contoh. Peluang diskrit dari sebuah kejadian adalah banyaknya titik sample yang merupakan Event, dibagi banyaknya titik sample pada ruang sample S.

$$P(E) = |E| / |S|$$

4. POKER

4.1. Peraturan Poker

Permainan poker menggunakan satu set atau lebih kartu remi, tetapi yang akan dibahas disini adalah permainan poker yang hanya menggunakan satu set. Kartu yang dimainkan terdiri dari 13 jenis (yaitu As, King, Queen, Jack, 10 – 2) dan 4 tipe (Spade, Heart, Club, Diamond).

Tiap pemain mendapat 5 buah kartu secara acak. Pemain yang susunan kartunya paling tinggi nilainya adalah pemenangnya. Susunan kartu itu memiliki urutan dan deskripsi sebagai berikut (disusun dari yang paling lemah hingga kuat).

1. High Cards
   Kelima kartu tidak membentuk kombinasi apapun, sehingga yang diambil adalah 1 kartu paling kuat yang ada.
   Contoh : 2H – 4S – 6D – 8C – 10D

2. Pair
   Terdapat 2 buah kartu yang sama, 3 kartu lainnya tidak membentuk kombinasi apapun.
   Contoh : 3D – 4H – 8D – 8H – 9C

3. Two Pair
   Terdapat 2 buah pasangan kartu yang sama, 1 kartu sisanya tidak sama dengan kartu lainnya.
   Contoh : 5D – 5H – 8D – 8H – 9C

4. Three of A Kind
   Terdapat 3 buah kartu yang sama, 2 kartu lainnya tidak boleh sama.
   Contoh : As D – As H – As C – 8H – 9C

5. Straight
   Kelima kartu membentuk urutan seri (berurut) dengan tipe sembarang..
   Contoh : 4H – 5C – 6D – 7S – 8C

6. Flush
   Kelima kartu memiliki tipe yang sama, jenis sembarang..
   Contoh : 2H – 5H – 6H – 7H – 9H

7. Full House
   Gabungan Three of Kind dan Pair.
   Contoh : 3H – 3C – 3D – 7S – 7C

8. Four of Kind
   Terdapat 4 kartu dengan jenis yang sama, 1 kartu sisanya bebas.
   Contoh : 4D – 4C – 4H – 4S – As D

9. Straight Flush
   Kelima kartu berurut (straight) dengan tipe yang sama (Flush).
   Contoh : 4C – 5C – 6C – 7C – 8C

10. Royal Flush
    Straight Flush yang berakhir di As
    Contoh : 10 S – J S – Q S – K S – As S

4.2. Peluang Kemunculan

Sekarang kita akan menghitung berapa peluang kemunculan setiap kombinasi, dimulai dari yang paling tinggi.Tetapi sebelum itu, kita harus menghitung berapa banyaknya kejadian seluruhnya (semesta / sample space).

Permainan Poker mengambil 5 kartu dari 52 buah kartu, tidak memperdulikan urutan, sehingga banyaknya kejadian yang ada adalah

C(52 , 5) = 2.598.960

Ini adalah nilai S (Semesta). Peluang munculnya sebuah kejadian adalah

P = |E| / |S| dimana E adalah banyaknya kejadian yang diinginkan, dan S adalah nilai Semesta.

4.2.1. Royal Flush

Untuk setiap tipe, hanya ada 1 kemungkinan royal flush. Sehingga totalnya ada 4 kemungkinan.

Peluangnya = 4 : 2.598.960
= 0,000154 %

4.2.2. Straight Flush

Cara mudah menghitungnya adalah dengan menggunakan patokan kartu pertama dalam urutan straight flush. Ada 9 kemungkinan (As - 9) untuk tiap tipe. Berarti ada total 36 (9 x 4) kemungkinan.

Peluangnya = 36 : 2.598.960
= 0,00139 %

4.2.3. Four of A Kind

Terdapat 13 kemungkinan 4 kartu yang sama, karena kartu sisanya random, maka terdapat 48 kemungkinan.

Totalnya ada 13 x 48 = 624

Peluangnya = 624 : 2.598.960
= 0,024 %

4.2.4. Full House

Untuk Three of Kind, berarti kita mengambil 3 kartu dari 4. Ini Sama dengan C(4,3). Terdapat 13 jenis kartu yang mungkin, sehingga dikalikan 13.

Untuk One Pair sisanya, berarti kita mengambil 2 kartu dari 4, C(4,2). Dan tinggal ada 12 kemungkinan, karena 1 jenis telah terpakai untuk Three of Kind

Totalnya ada C(4,3) x 13 x C(4,2) x 12 = 3.744

Peluangnya = 3.744 : 2.598.960
= 0,144 %

4.2.5. Flush

Flush berarti dalam tiap tipenya, mengambil 5 dari 13, tetapi tidak boleh berurutan.
Maka C(13,5) harus dikurangi 10 (Straight Flush dan Royal Flush), kemudian dikalikan 4.

Totalnya adalah [C(13,5) – 10] x 4 = 5.108

Peluangnya = 5.108 : 2.598.960
= 0, 197 %

4.2.6. Straight

Ada 10 kemungkinan seri (yang dimulai dari A-2-3-4-5 hingga 10-J-Q-K-As). Tiap kartu bebas tipenya, tetapi tidak boleh sama semuanya. Berarti ada 4^5 kemungkinan tipe dikurangi 4 (tipe sama semua).

Totalnya adalah 10 x (4^5 – 4) = 10.200

Peluangnya = 10.200 : 2.598.960
= 0,392 %

4.2.7. Three of A Kind

Berarti mengambil 3 dari 4, ada 13 pilihan. 2 kartu sisanya harus tidak membentuk apapun. MIsal kita telah dapat tiga kartu As, maka 2 kartu terakhir tidak boleh As, ataupun sama (Pair) karena jika As maka akan membentuk Four of Kind, dan bila Pair maka akan membentuk Full House. Sehingga 2 kartu yang tidak boleh dipakai yaitu 4 As (3 As telah terpakai dan 1 As lagi tidak boleh) dan semua jenis pair. Sehingga kita dapat menghitung sebagai berikut.

3 Kartu Pertama memiliki kemungkinan sejumlah C(4,3) x 13 = 52

Kartu keempat memiliki 48 kemungkinan (tak boleh yang sama dengan 3 kartu awal)

Kartu Kelima memiliki 44 kemungkinan (tak boleh sama dengan 3 kartu awal atau kartu keempat).

Karena kartu keempat dan kelima tidak berpengaruh urutannya, maka harus dibagi 2!.

Sehingga totalnya adalah 52 x 48 x 44 / 2 = 54.912

Peluangnya = 54.912 : 2.598.960
= 2,113 %

4.2.8. Two Pair

Berarti terdapat 2 pasangan kartu. Kartu terakhir tidak boleh sama dengan kartu sebelumnya, sehingga terdapat 44 kemungkinan kartu terakhir.

Kita perlu memilih 2 pasang dari 13 jenis yang ada, dan tiap pasang memiliki kemungkinan sebanyak C(4,2)

Totalnya adalah
C(13,2) x C(4,2) x C(4,2) x 44 = 123.552

Peluangnya = 123.552 : 2.598.960
= 4,754 %

4.2.9. Pair

Untuk 2 kartu yang sama, terdapat C(4,2) kemungkinan, dan ada 13 jenis yang dapat dipilih. Sehingga terdapat C(4,2) x 13 = 78

3 kartu sisanya tidak boleh membentuk apapun, sehingga ketiganya harus jenis yang berbeda (tipe tidak berpengaruh). Berarti kita mengambil 3 dari 12, dan setiapnya memiliki 4 kemungkinan warna.
Sehingga terdapat C(12,3) x 4^3 = 14.080

Totalnya adalah 78 x 14.080 = 1.098.240
Peluangnya = 1.098.240 : 2.598.960
= 42,257 %

4.2.10. High Card

Kelima kartu tidak boleh membentuk apapun, berarti kelimanya harus berbeda, dan tidak boleh berwarna sama semua atau berurutan.

Secara Jenis (As – K), terdapat 10 jenis kombinasi yang terlarang (Straight). Sehingga ada C(13,5) – 10 = 1277 kemungkinan

Secara Tipe (D, C, H, S), terdapat 4 kombinasi yang terlarang (flush). Sehingga terdapat 4^5 – 4 = 1020 kemungkinan

Totalnya ada 1277 x 1020 = 1.302.540 kemungkinan

Peluangnya = 1.302.540 : 2.598.960
= 50, 118 %

4.3. Tabel Peluang

Semua kombinasi kartu tersebut dapat diurutkan tingkat peluangnya sebagai berikut.

No	Kombinasi	Total Kemunculan	Peluang
1	Royal Flush	4	0,00015 %
2	Straight Flush	36	0,00139 %
3	Four of a Kind	624	0,024 %
4	Full House	3744	0,144 %
5	Flush	5108	0,197 %
6	Straight	10.200	0,392 %
7	Three of a Kind	54.912	2,113 %
8	Two Pair	123.552	4,754 %
9	Pair	1.098.240	42,257 %
10	High Card	1.302.540	50,118 %
	TOTAL	**2.598.960**	**100 %**

Nilai Total dari semua kemunculan sama dengan nilai semesta, dan total peluang sama dengan 100% (1), sehingga perhitungan peluang ini dianggap shahih.

Dari tabel di atas kita dapat melihat bahwa urutan nilai suatu kombinasi didasari oleh besarnya peluang kombinasi itu diperoleh. Semakin sulit kombinasi itu didapatkan, semakin tinggi nilainya.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Penulis melakukan simulasi permainan poker ini dengan cara mengambil 5 buah kartu secara acak dari satu set dek (52 kartu) selama 50 kali. Hasil yang penulis peroleh sebagai berikut :

- 18 kali High Cards
- 27 kali Pair
- 4 kali 2 Pair
- 1 kali Three of a Kind

Hasil tersebut dapat dijabarkan sebagai berikut :

- High Cards.
  Peluang saat simulasi = 36 %
  Peluang seharusnya = 50,1 %

- Pair.
  Peluang saat simulasi = 54 %
  Peluang seharusnya = 42 ,3 %

- 2 Pair.
  Peluang saat simulasi = 8 %
  Peluang seharusnya = 4,7 %

- Three of a Kind. Peluang =
  Peluang saat simulasi = 2 %
  Peluang seharusnya = 2,1 %

Hasil yang diperoleh dari simulasi cukup mendekati hasil yang diperoleh melalui perhitungan.

Dalam kenyataannya, permainan poker tidaklah sesimpel yang dijabarkan. Yang dijabarkan adalah poker yang murni. Tapi sekarang banyak terdapat variasi permainan poker. Variasi tersebut antara lain adalah setiap pemain memiliki satu kali kesempatan untuk menukar kartu yang diperoleh dengan kartu lain. Ataupun penambahan kartu Joker sebagai wild cards (dapat dianggap sebagai kartu apa saja). Hal tersebut akan membuat proses perhitungan kombinatorik menjadi lebih kompleks.

4. KESIMPULAN

Kesimpulan yang dapat diambil dari makalah ini adalah :

1. Teori Kombinatorial dan peluang dapat digunakan dalam menghitung peluang kemunculan suatu kombinasi kartu dalam permainan poker
2. Semakin kecil peluang munculnya, semaking tinggi nilai sebuah kombinasi.
3.

DAFTAR REFERENSI

[1] Munir, Rinaldi. “Diktat Kuliah IF2091 Struktur Diskrit”, STEI, ITB, 2008..

[2] http://www.ildado.com/poker_rules.com. Waktu Akses : 5 Januari 2009 Pukul 14.