

Penerapan Kombinatorial dan Peluang Diskrit dalam Double Down Pada BlackJack

Sanrio Hernanto - 13507019

Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung
email : if17019@students.if.itb.ac.id

Abstract – Makalah ini membahas tentang aplikasi teori peluang dalam permainan BlackJack, khususnya pada keputusan Double Down yang mempunyai kombinasi-kombinasi kartu yang cukup banyak dan peluang-peluang keberhasilannya mengeluarkan jumlah yang besar dan persentase keberhasilannya sehingga keputusan untuk Double Down dapat menjadi salah satu keputusan yang tepat dalam permainan BlackJack.

Kata Kunci: Kombinatorial, Peluang, Kartu, BlackJack, Double Down

1. PENDAHULUAN

Teori Kombinatorial dan Peluang Diskrit merupakan salah satu bentuk dasar dari matematika dan merupakan salah satu bahasan dan pokok utama dari materi Struktur Diskrit yang banyak penerapannya dalam kehidupan sehari-hari. Pernerapan dari Teori Kombinatorial dan Peluang Diskrit ini sangatlah banyak, salah satu penerapan dari teori ini adalah dalam permainan-permainan kartu yang sudah ada sejak lampau seperti Poker, BlackJack, Bridge, Truff dan lain sebagainya, bahkan permainan-permainan kartu inilah salah satu penggagas teori kombinatorial dan peluang. Orang-orang dari zaman dahulu menerapkan teori-teori ini agar dapat memperoleh probabilitas kemenangan dalam bertaruh yang lebih besar sehingga dapat meraup keuntungan sebesar-besarnya. Dewasa ini, permainan-permainan kartu tersebut tidak hanya dilakukan untuk taruhan, tetapi banyak orang yang memainkan permainan kartu tersebut hanya untuk bersenang-senang tanpa taruhan yang sebenarnya. Tentu dalam bermain kartu-kartu tersebut untuk bersenang-senang saja biasanya orang tidak menerapkan teori ini dan hanya bermain menggunakan *feeling* dan pengalaman, padahal jika dikaji lebih dalam, kombinasi-kombinasi kartu dalam permainan-permainan ini dapat dihitung dengan teori-teori yang ada pada Kombinatorial dan Peluang Diskrit lalu dianalisis sehingga kemungkinan untuk memperoleh kemenangan semakin besar.

2. KOMBINATORIAL

Kombinatorial adalah cabang matematika untuk menghitung jumlah penyusunan objek-objek tanpa harus mengenumerasi semua kemungkinan susunannya.

Terdapat dua kaidah dasar dalam menghitung kombinatorial yaitu Kaidah perkalian (*rule of product*) dan Kaidah penjumlahan (*rule of sum*), misalkan

Percobaan 1 : p hasil

Percobaan 2 : q hasil

Maka

Percobaan 1 **dan** Percobaan 2 = $p \times q$ hasil

Ini adalah kaidah perkalian

Percobaan 1 **atau** Percobaan 2 = $p + q$ hasil

Ini adalah kaidah penjumlahan

Terdapat juga Prinsip Inklusi-Eksklusi dalam kombinatorial yaitu :

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

Prinsip ini diterapkan dalam kejadian kejadian dimana di kejadian A dan kejadian B terdapat kejadian yang beririsan sehingga gabungan dari kedua kejadian tersebut adalah kejadian A ditambah kejadian B dikurangi kejadian yang beririsan tersebut.

Kaidah perkalian juga telah berkembang dan mempunyai salah satu aplikasi khususnya yaitu Permutasi. Permutasi itu sendiri adalah jumlah urutan berbeda dari pengaturan objek-objek. Permutasi r dari n elemen adalah jumlah kemungkinan urutan r buah elemen yang dipilih dari n buah elemen, dengan $r \leq n$, yang dalam hal ini, pada setiap kemungkinan urutan tidak ada elemen yang sama.

$$P(n, r) = n(n-1)(n-2)\dots(n-(r-1)) \\ = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Terdapat juga bentuk khusus dari permutasi yaitu kombinasi. Jika pada permutasi urutan kemunculan diperhitungkan, maka pada kombinasi, urutan kemunculan diabaikan. $C(n, r)$ sering dibaca " n diambil r ", artinya r objek diambil dari n buah objek.

Kombinasi r elemen dari n elemen, atau $C(n, r)$, adalah jumlah pemilihan yang tidak terurut r elemen yang diambil dari n buah elemen.

$$C(n,r) = \frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-(r-1))}{r(r-1)(r-2)\dots 1}$$

$$= \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

3. PELUANG

Teori Peluang dikembangkan pada abad ke XVII oleh ahli matematika dari Perancis yang bernama Pierre de Fermat dan Blaise Pascal. Awalnya teori peluang dimulai dari permainan judi atau permainan yang bersifat untung-untungan. Dalam teori peluang banyak dijumpai soal-soal yang berkaitan dengan uang logam, dadu, kartu bridge dan lain-lain. Walaupun demikian dewasa ini, aplikasi kombinatorial dan teori peluang saat ini telah meluas ke berbagai bidang ilmu lain maupun dalam kehidupan nyata seperti ilmu statistika, fisika, ekonomi, biologi, dan berbagai bidang ilmu lainnya.

Berikut ini adalah terminologi dasar mengenai teori peluang :

- Ruang Contoh (*sample space*)

Ruang Contoh dari suatu percobaan adalah himpunan semua kemungkinan hasil percobaan yang bersangkutan.

- Titik Contoh (*sample point*)

Titik Contoh adalah setiap hasil percobaan di dalam ruang contoh. Hasil-hasil percobaan tersebut bersifat saling terpisah (*mutually exclusive*) karena dari seluruh ruang contoh, hanya satu titik contoh yang muncul. Misalnya pada percobaan melempar dadu, hasil percobaan yang muncul hanya salah satu dari 6 muka dadu, tidak mungkin muncul dua muka atau lebih, atau tidak mungkin salah satu dari enam muka dadu tidak ada yang muncul.

- Ruang Contoh Diskrit (*discrete sample space*)

Ruang Contoh Diskrit adalah ruang contoh yang jumlah anggotanya terbatas. Misalkan ruang contoh dilambangkan dengan S dan titik-titik contohnya dilambangkan dengan x_1, x_2, \dots , maka

$S = \{ x_1, x_2, \dots, x_i, \dots \}$ Menyatakan ruang contoh S yang terdiri atas titik-titik contoh x_1, x_2, \dots, x_i , dan seterusnya.

- Peluang Diskrit

Peluang Diskrit adalah peluang terjadinya sebuah titik contoh, dan disimbolkan dengan $p(x_i)$. Sifat-sifat peluang diskrit adalah sebagai berikut:

1. $0 \leq p(x_i) \leq 1$, yaitu nilai peluang tidak negatif dan selalu lebih kecil atau sama dengan 1.
2. $\sum_{i=1}^{|S|} p(x_i) = 1$

- Kejadian (*event*)

Kejadian –disimbolkan dengan E – adalah himpunan bagian dari ruang contoh. Misalnya pada percobaan melempar dadu, kejadian munculnya angka ganjil adalah $E = \{1,3,5\}$, kejadian munculnya angka 1 adalah $E = \{1\}$.

Kejadian yang hanya mengandung satu titik contoh disebut kejadian sederhana (*simple event*), sedangkan kejadian yang mengandung lebih dari satu titik contoh disebut kejadian majemuk (*compound event*).

- Peluang Kejadian

Peluang Kejadian E di dalam ruang contoh S dapat diartikan sebagai jumlah peluang semua titik contoh di dalam E . Jadi, kita dapat menuliskan bahwa

$$p(E) = \frac{|E|}{|S|} = \sum_{x_i \in E} p(x_i)$$

4. BLACKJACK

BlackJack merupakan permainan kartu yang sudah ada sejak abad ke-17, pada awalnya permainan kartu ini disebut dengan “twenty-one”. Referensi tertulis yang paling awal ditemukan tentang permainan BlackJack ini adalah berasal dari Buku Novel karangan Miguel de Cervantes berjudul “Rinconete y Cortadillo” yang ditulis pada tahun antara 1601 dan 1602. Ketika permainan ini pertama kali diperkenalkan ke Amerika, permainan ini tidak begitu populer, sehingga banyak rumah judi yang menawarkan bonus khusus dalam permainan BlackJack ini, salah satu bonus itu adalah “payout” yaitu perolehan kemenangan taruhan 10 berbanding 1 jika pemain mendapatkan As sekop dan Jack berwarna hitam. Kombinasi kedua kartu ini dinamakan BlackJack, dan nama ini melekat menjadi nama permainannya walaupun bonus “payout” itu sudah ditiadakan. Dalam permainan BlackJack yang dimainkan sekarang, sebuah “BlackJack” bisa saja tidak memuat kartu Jack maupun kartu berwarna hitam. Cara bermain BlackJack-pun sangat mudah kita hanya akan diberi dua buah kartu oleh Bandar dan kita harus mendekati jumlah dari nilai kedua kartu

tersebut sama dengan atau semakin mendekati 21. Setelah mendapatkan kedua kartu tersebut kita dapat memilih beberapa opsi yang dapat kita lakukan untuk mendekati nilai dari kartu kita dengan 21 yaitu:

1. Hit

Mengambil kartu lagi, opsi ini biasa dilakukan jika jumlah nilai kartu kita lebih kecil dari 21 dan nilainya cukup jauh dari nilai 21, Jika nilai kartu lebih dari 21 maka pemain akan langsung kalah.

2. Stand / Stay

Tidak mengambil kartu lagi, nilai kartu final adalah nilai kartu saat ini, biasa dilakukan jika nilai kartu mendekati 21.

3. Double Down

Opsi ini dapat dilakukan jika jumlah nilai kartu kita adalah 9,10, atau 11. Dengan memilih opsi ini kita akan menggandakan “taruhan” dan melakukan Hit sebanyak 1 kali lalu langsung Stand/Stay tanpa opsi lain. Opsi ini tidak sering digunakan karena keraguan pemain dalam kemenangan yang didapat.

4. Split

Opsi ini dapat dilakukan jika nilai dari kedua kartu yang dipegang adalah sama dan membuat “taruhan” terpisah tiap kartu dan kartu yang di-Split menjadi kartu pertama

Setelah kita melakukan opsi yang terdapat di atas sampai pilihan stay, baru bandar akan mulai melakukan “permainannya”. Cara pemilihan opsi untuk bandar adalah tetap yaitu ia akan melakukan Hit jika nilai kartu berada dibawah 17 dan Stand/Stay jika nilai kartu berada pada 17 atau lebih. Setelah bandar selesai, maka jumlah nilai kartu pemain dan bandar akan dibandingkan dan pemain yang mempunyai nilai yang lebih mendekati 21 yang akan menang. Sistem penilaian kartu juga tidak sulit, kartu 2~10 bernilai sama dengan angka yang bersesuaian, kartu Jack, Queen, King bernilai 10 dan kartu As adalah kartu khusus, ia dapat bernilai 1 atau 11 sesuai dengan keinginan pemilik kartu. Sedangkan lambang dari kartu(Club, Diamond, Heart, Spade) tidak mempengaruhi permainan BlackJack.

4.1. Kombinasi 2 Kartu Pertama

Cara penarikan kartu dua kali berturut-turut ada banyak sekali, cara menghitung kombinasi-kombinasi kartu ini bias dilakukan dengan teori

kombinatorial, karena jumlah kartu ada 52 dan dalam BlackJack kartu pertama dan kedua adalah dua kartu yang berbeda maka perhitungannya adalah

$$P(52,2) = 52!/50! \\ = 52*51 \\ = 2652 \text{ cara}$$

Sedangkan untuk double down, kombinasi 2 kartu pertama harus bernilai 9, 10 atau 11 yang merupakan kombinasi dari banyak angka yaitu :

9	8-1	7-2	6-3	5-4	4-5	3-6	2-7	1-8	
10	9-1	8-2	7-3	6-4	5-5	4-6	3-7	2-8	1-9
11	9-2	8-3	7-4	6-5	5-6	4-7	3-8	2-9	

Sehingga ada 25 macam kombinasi sebelum dapat melakukan Double Down.

Perlu Diperhatikan pada kombinasi untuk mencapai jumlah nilai 11, kombinasi nilai 10 dan 1 tidak dicantumkan karena kombinasi ini adalah BlackJack(nilai 10 dan As) sehingga kemenangan sudah dapat dipastikan dan tidak perlu mengambil Double Down.

Banyaknya cara pengambilan untuk masing-masing kartu itu sendiri adalah karena dalam sebuah deck terdapat 4 buah kartu dengan angka yang sama maka banyaknya cara pengambilan untuk satu kombinasi kartu adalah $4*4=16$, tetapi perlu diperhatikan untuk kombinasi dengan kedua kartu adalah sama (5 dengan 5), kombinasi ini hanya mempunyai $4*3=12$ cara pengambilan karena ketika pengambilan kedua kartu 5 yang tersisa pada sebuah deck adalah 3.

Sehingga banyaknya cara kombinasi kartu Double Down ada sebanyak :

$$24*16+1*12 = 396 \text{ cara}$$

Sehingga peluang kita dapat melakukan Double Down dalam sebuah permainan BlackJack adalah

$$P(DD) = (396/2652)*100\% = \mathbf{14,93\%}$$

Ini merupakan peluang yang cukup besar sehingga Keputusan memilih untuk melakukan Double Down ketika berkesempatan harus dipikir lebih dalam.

Dan juga dari tabel diatas peluang mendapatkan kombinasi 9,10 dan 11 adalah

$$P(9) = (4*4*8 / 2652) = \mathbf{4,83\%}$$

$$P(10) = ((4*4*8 + 4*3)/2652) = \mathbf{5,27\%}$$

$$P(11) = (4*4*8 / 2652) = \mathbf{4,83\%}$$

Dengan begitu dari kemungkinan Double Down

kemungkinan kita akan mendapat nilai khusus adalah

$$2/50 = 4\%$$

$$P(9) / P(DD) = 4,83\% / 14,93\% = 32,35\%$$

$$P(10) / P(DD) = 5,27\% / 14,93\% = 35,30\%$$

$$P(11) / P(DD) = 4,83\% / 14,93\% = 32,35\%$$

4.2. Keberhasilan Double Down

Peluang keberhasilan dari Double Down itu sendiri bergantung dari kartu berikutnya yang ditarik, kemungkinan penarikan kartu-kartu Double Down itu sendiri pun berbeda, Kombinasi Nilai kartu dengan Kartu Ketiga itu pun sangat banyak dan beragam. Perlu diperhatikan perolehan kartu As kombinasi 11 menjadikan As bernilai 1 bukan 11 tidak seperti pada kombinasi 9 dan 10 dikarenakan jika As bernilai 11 maka nilai kombinasi baru menjadi 22 yang sudah melewati 21 sehingga As pada kombinasi 11 menjadi 1 dan nilai kombinasi baru menjadi 12.

	+As	+10	+9	+8	+7
9	20	!19	18	17	16
10	21	!20	19	18	17
11	12	!21	20	19	18
	+6	+5	+4	+3	+2
9	15	14	13	12	11
10	16	**15	14	13	12
11	17	16	15	14	13

Peluang kombinasi kartu diatas masing-masing kartu hampir sama yaitu :

$$4/50 = 8\%$$

Tetapi perlu diperhatikan dari penarikan kedua kartu maka kartu ketiga berpeluang lebih kecil muncul kartu dengan nilai yang sama dengan nilai masing-masing dua kartu pertama karena sisa kartu menjadi hanya 3 maka peluangnya adalah :

$$3/50 = 6\%$$

Hal yang perlu diperhatikan lainnya adalah nilai yang diberi ! pada tabel di atas, peluang untuk mencapai nilai ini sangat berbeda dengan yang lain karena kartu dengan nilai 10 ada 4 macam yaitu 10,Jack,Queen dan King sehingga peluang kemunculan kartu tersebut lebih besar yaitu :

$$16/50 = 32\%$$

Nilai 15 pada kombinasi pertama 10 juga unik, Hal ini dikarenakan untuk mencapai nilai 15 dengan kombinasi 10, kartu 10 ini bisa saja adalah kombinasi 5 dengan 5, jika hal ini benar maka kemungkinan keluar nilai 15 lebih kecil lagi dibanding peluang lainnya karena jumlah kartu 5 di dalam deck menjadi hanya bersisa 2 sehingga peluang kemunculan nilai 15 jika hal ini terjadi adalah :

Dengan demikian Double Down sendiri mempunyai kemungkinan untuk mendapatkan nilai-nilai khusus dengan memperhitungkan kemungkinan kombinasi kartu sehingga

$$8\% \text{ dan } 6\% \text{ pada kombinasi } 9 \text{ dan } 11 \text{ menjadi } (4/50 * (3/4) + 3/50 * (1/4)) = 7,5\%$$

$$\text{dan pada kombinasi } 10 \text{ menjadi } (4/50 * (4/5) + 3/50 * (1/5)) = 7,6\%$$

$$\text{dan ** pada kombinasi } 10 \text{ menjadi } (4/50 * (4/5) + 2/50 * (1/5)) = 7,2\%$$

Sehingga peluang mendapat nilai khusus dalam Double Down adalah

$$P(21) = 7,6\% * 35,30\% + 32\% * 32,35\% = 13,03\%$$

$$P(20) = 7,5\% * 32,35\% + 32\% * 35,30\% + 7,5\% * 32,35\% = 16,15\%$$

$$P(19) = 32\% * 32,35\% + 7,6\% * 35,30\% + 7,5\% * 32,35\% = 15,46\%$$

$$P(18) = 7,5\% * 32,35\% + 7,6\% * 35,30\% + 7,5\% * 32,35\% = 7,54\%$$

$$P(17) = P(16) = P(18) = 7,54\%$$

Dengan demikian peluang jumlah kombinasi nilai diatas 17 adalah

$$P(>17) = P(18) + P(19) + P(20) + P(21) = 52,18\%$$

Tetapi perhitungan di atas juga belum memperhitungkan kartu yang dipegang oleh Bandar saat ini, karena Bandar akan mengambil 2 kartu dan kartu pertama Bandar terbuka maka kita dapat mengubah peluang tersebut, jika kartu Bandar yang terbuka adalah berbeda dengan kartu target maka

$$8\% \text{ menjadi } 4/49 = 8,16\%$$

$$6\% \text{ menjadi } 3/49 = 6,12\%$$

$$4\% \text{ menjadi } 2/49 = 4,08\%$$

$$32\% \text{ menjadi } 16/49 = 32,65\%$$

Sedangkan jika kartu Bandar yang terbuka adalah sama dengan kartu target maka peluang akan menjadi semakin kecil yaitu :

8% menjadi $3/49 = 6,12\%$
 6% menjadi $2/49 = 4,08\%$
 4% menjadi $1/49 = 2,04\%$
 32% menjadi $15/49 = 30,61\%$

Maka dari itu melakukan Double Down ketika memiliki kesempatan tidaklah buruk karena kemungkinan setelah Double Down kita memperoleh angka yang cukup tinggi yaitu lebih dari 17 lebih besar dari 50%, kemungkinan itu juga jika diperhitungkan dari kartu yang kita pegang dan yang terlihat Bandar, khususnya ketika kartu yang kita pegang dan yang Bandar pegang bukan kartu yang membuat nilai dari kombinasi dengan kartu ketiga menjadi tinggi.

Berikut ini adalah data dari hasil perolehan kartu saya, dalam 323 kali pengambilan, terdapat 50 kali kesempatan Double Down.

No	Nilai Kartu ke-1	Nilai Kartu ke-2	Nilai Kartu ke-3	Jumlah Nilai
1	6	3	5	14
2	7	2	11	20
3	8	2	10	20
4	3	6	10	19
5	8	1	10	19
6	7	4	10	21
7	7	4	5	16
8	1	8	10	19
9	3	8	10	21
10	3	7	4	14
11	7	2	8	17
12	5	5	9	19
13	7	3	2	12
14	5	6	5	16
15	7	3	4	14
16	5	6	8	19
17	4	6	10	20
18	5	6	3	14
19	9	2	3	14
20	2	7	10	19
21	3	7	2	12
22	2	9	8	19
23	4	5	4	13
24	4	5	9	18
25	1	8	7	16
26	3	8	2	13
27	5	4	10	19
28	3	7	8	18
29	2	7	3	12
30	6	5	10	21
31	6	3	4	13
32	9	2	3	14
33	9	1	3	13

34	2	8	11	21
35	9	2	10	21
36	8	2	6	16
37	2	9	10	21
38	3	7	3	13
39	7	3	10	20
40	2	8	6	16
41	5	4	6	16
42	7	3	3	13
43	2	8	10	20
44	9	2	2	13
45	5	5	8	18
46	4	6	2	12
47	7	2	10	19
48	3	8	10	21
49	5	4	7	16
50	8	2	8	18

Total kesempatan Double Down = 50

Total pengambilan kartu = 323

Persentase kemunculan Double Down = $50/323 * 100\% = 15,48\%$

Total jumlah nilai lebih dari 17 = 25

Persentase jumlah nilai >17 = $25/50 * 100\% = 50\%$

Dari persentase di atas dapat dilihat bahwa persentase kemunculan double down dan peluang muncul double down tidak begitu jauh (15,48% dengan 14,93%) dan juga persentase jumlah nilai >17 dengan peluangnya (52,18% dengan 50%)

5. KESIMPULAN

Aplikasi teori kombinatorial dan peluang diskrit sangat banyak dan dapat digunakan untuk memecahkan permasalahan-permasalahan di berbagai bidang, salah satunya adalah untuk menghitung peluang keberhasilan dari Double Down dalam permainan BlackJack. Pada Double Down tanpa melihat kartu pertama dan kedua tingkat keberhasilan mencapai nilai yang tinggi cukup besar, yaitu 52% tingkat keberhasilan ini dapat lebih ditingkatkan lagi dengan melihat kartu pertama dan kedua serta kartu terbuka Bandar sehingga Double Down merupakan salah satu pilihan yang tepat dalam bermain BlackJack

DAFTAR REFERENSI

- [1] Munir, Rinaldi. 2008. Diktat Kuliah IF 2091 Struktur Diskrit. Program Studi Teknik Informatika, Sekolah Teknik Elektro dan Informatika, Institut Teknologi Bandung.
- [2] <http://www.beatblackjack.org> Tanggal akses 2 Januari 2009
- [3] <http://en.wikipedia.org/wiki/BlackJack> Tanggal akses 4 Januari 2009

