

Kuis ke-2 IF2091 Struktur Diskrit (3 SKS) – Kombinatorial dan Graf
Dosen: Rinaldi Munir & Harlili
Rabu, 26 November 2008
Waktu: 55 menit

1. Seorang profesor memiliki 9 buku programing yang berbeda, 3 dari buku tersebut berhubungan dengan C++ , 2 buku berhubungan dengan C#, dan 4 yang lain berhubungan dengan Java. Berapa banyak cara buku tersebut dapat disusun dalam rak jika
- Tidak ada aturan penyusunan.
 - Ketiga buku tentang C++ harus berdampingan
 - Setiap buku C++ diapit oleh sepasang buku tentang Java dan susunan buku harus diawali dan diakhiri dengan buku C#.
- (20)

Solusi:

- Penyusunan buku sebanyak 9!
- Anggap buku C# sebagai suatu kesatuan. Sehingga terdapat: $7! \cdot P(3,3)$ kemungkinan
- Untuk memenuhi susunan di atas, buku harus disusun seperti ini:
C#, J, C++, J, C++, J, C++, J, C#
Sehingga kemungkinannya adalah $P(2,2) \cdot P(4,4) \cdot P(3,3)$

2. Sebuah pesan dengan 12 simbol yang berbeda akan dikirim melewati *chanel* komunikasi. Sebelum dikirim, kedalam pesan ditambahkan 45 karakter kosong di antara tiap-tiap pasangan simbol, dengan paling sedikit 3 karakter kosong antara sebuah sepasang simbol. Berapa banyak cara *transmitter* dapat mengirim pesan? (20)

Solusi:

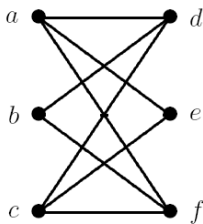
Ada 12! Cara penyusunan pengiriman pesan, dan ada 11 tempat pengisian karakter kosong antara 12 simbol tersebut. Tiap tempat paling sedikit diisi 3 karakter kosong sehingga dibutuhkan 33 karakter kosong. Sisa karakter kosong untuk dibagikan ada 12 buah. Ini merupakan masalah kombinasi dengan pengulangan $C(11+12-1,12)$.
Sehingga total cara penyampaian pesan yaitu sebanyak $= 12! \times C(11+12-1,12)$.

3. Tentukan nilai koefisien dari x^5y^7 pada penjabaran $(3x + 4y)^{12}$ (15)

Solusi:

Koefisien dari $(3x)^5(4y)^7$ adalah $C(12,7)$, jadi koefisien dari x^5y^7 adalah $3^5 \cdot 4^7 \cdot C(12,7)$.
 $3^5 \cdot 4^7 \cdot C(12,7) = 3153199104$.

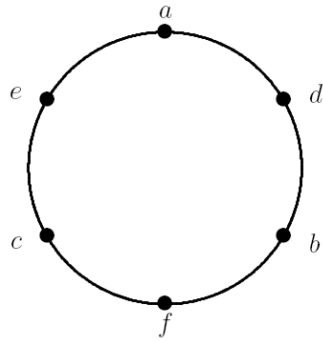
4. Dalam suatu pesta kecil-kecilan terdapat 9 orang yang hadir. Apakah mungkin dalam pesta tersebut setiap orang hanya mengenali 5 orang lainnya? (Ket: Bila A mengenali B maka B juga mengenali A) (15)
5. Dapatkah graf berikut direpresentasikan sebagai graf planar? Buktikan dengan teorema Kuratowski. Bila ya gambarkan, bila tidak berikan alasannya! (20)



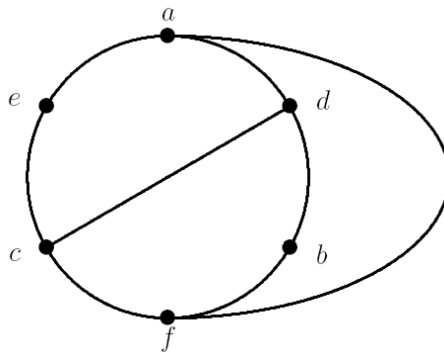
Solusi:

Karena graf tersebut tidak mengandung upagraf yang sama dengan K_5 atau $K_{3,3}$ atau homeomorfik dengan salah satu dari keduanya, maka graf tersebut planar. Graf tersebut mirip dengan graf $K_{3,3}$ namun tanpa adanya sisi (b,e), sehingga bisa dengan mudah diperiksa dengan circle-chord method:

Pertama gambarkan tiap simpul dalam sebuah lingkaran:



Ternyata kita masih belum memiliki sisi (a, f) dan (c, d) oleh karena itu kita tambahkan sisi tersebut dengan tetap menjaga ke-planar-an graf yang ada, didapat:



6. Suatu graf memiliki jumlah simpul ganjil. Apabila tiap simpul berderajat sama, tunjukkan bahwa graf tersebut adalah graf Euler! **(10)**

Solusi: Apabila tiap simpul berderajat ganjil, berarti terdapat sejumlah ganjil simpul yang berderajat ganjil. Hal ini bertentangan dengan lemma jabat tangan. Dengan demikian, haruslah tiap simpul berderajat genap. Dapat disimpulkan bahwa graf tersebut adalah graf Euler.