

Kuis ke-1 IF2091 Struktur Diskrit (3 SKS) - Logika, Himpunan, Relasi dan Fungsi
 Dosen: Rinaldi Munir & Harlili
 Rabu, 17 September 2008
 Waktu: 55 menit

1. Indra, Ical, Parry adalah sekelompok pembunuh. Mereka tertangkap dan sedang diinterogasi oleh polisi dengan *poligraph*:

Indra berkata : Ical bersalah dan Parry tidak bersalah

Ical berkata : Jika indra bersalah maka Parry bersalah

Parry berkata : Saya tidak bersalah, tetapi Ical atau Indra bersalah.

Tuliskan pernyataan dari tiap tersangka ke dalam proposisi logika. Tulis tabel kebenaran dari pernyataan 3 tersangka tersebut. Tentukan siapa sajakah yang bersalah (berdasarkan tabel kebenaran yang telah dibuat), bila tes *poligraph* menunjukkan bahwa Ical telah berbohong, sementara kedua temannya mengatakan kebenaran! (20)

Solusi:

Pernyataan:

p : Indra tidak bersalah

q : Ical tidak bersalah

r : Parry tidak bersalah

Proposisi logika:

Indra : $(\neg q) \wedge r$

Ical: $(\neg p) \rightarrow (\neg r)$

Parry : $r \wedge ((\neg p) \vee (\neg q))$

Tabel Kebenaran:

p	q	r	Indra	Ical	Pari
T	T	T	F	T	F
T	T	F	F	T	F
T	F	T	T	T	T
T	F	F	F	T	F
F	T	T	F	F	T
F	T	F	F	T	F
F	F	T	T	F	T
F	F	F	F	T	F

Dari tabel kebenaran pernyataan Ical bernilai salah di mana yang lainnya bernilai benar ada pada baris ke 7. Sehingga dapat disimpulkan bahwayang bersalah adalah Indra dan Ical.

2. Diberikan sebuah proposisi:

Mahasiswa dapat mengambil mata kuliah Strategi Algoritma jika ia telah mengambil mata kuliah Struktur Diskrit.

Tentukan (a) invers proposisi tersebut, (b) pernyataan yang ekuivalen dengan proposisi tersebut. (15)

Solusi:

q jika p adalah ekspresi lain dari jika p maka q ($p \rightarrow q$)

p : mahasiswa telah mengambil mata kuliah Struktur Diskrit

q : mahasiswa dapat mengambil mata kuliah Strategi Algoritma

(a) **invers** ($\sim p \rightarrow \sim q$)

Jika mahasiswa belum mengambil mata kuliah Struktur Diskrit, maka ia belum dapat mengambil mata kuliah Strategi algoritma.

- (b) pernyataan tersebut dapat dinotasikan dengan : $\sim p \vee q$
 ekuivalensi antara dua proposisi majemuk $P(p,q,\dots)$ dan $Q(p,q,\dots)$ dapat dibuktikan apabila P dan Q memiliki tabel kebenaran yang identik atau $P \leftrightarrow Q$ (bikondisional) merupakan tautologi.
 Pembuktian dua pernyataan di atas :

- **tabel kebenaran**

p	q	$\sim p$	$P \rightarrow q$	$\sim p \vee q$
T	T	F	T	T
T	F	F	F	F
F	T	T	T	T
F	F	T	T	T

- **tautologi ($(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\sim p \vee q)$)**

p	q	$\sim p$	$P \rightarrow q$	$\sim p \vee q$	$((p \rightarrow q) \leftrightarrow (\sim p \vee q))$
T	T	F	T	T	T
T	F	F	F	F	T
F	T	T	T	T	T
F	F	T	T	T	T

3. Jika A dan B masing-masing adalah himpunan, buktikan bahwa $(A \oplus B) \cap A = A \cap \bar{B}$ (15)

Solusi:

$$\begin{aligned}
 (A \oplus B) \cap A &= [(A \cap \bar{B}) \cup (B \cap \bar{A})] \cap A && \text{(definisi operasi beda-setangkup)} \\
 &= [(A \cap \bar{B}) \cap A] \cup [(B \cap \bar{A}) \cap A] && \text{(hukum distributif)} \\
 &= [(A \cap A) \cap \bar{B}] \cup [(A \cap \bar{A}) \cap B] && \text{(hukum asosiatif)} \\
 &= (A \cap \bar{B}) \cup [(A \cap \bar{A}) \cap B] && \text{(hukum idempoten)} \\
 &= (A \cap \bar{B}) \cup (\emptyset \cap B) && \text{(hukum komplemen)} \\
 &= (A \cap \bar{B}) \cup \emptyset && \text{(hukum Null)} \\
 &= A \cap \bar{B} && \text{(hukum identitas)}
 \end{aligned}$$

4. Diberikan multiset $A = \{1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 4\}$ dan $B = \{1, 2, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5\}$. Tentukan
 (a) $A \cup B$ (b) $A \cap B$ (c) $A - B$ (d) $B - A$ (e) $A + B$ (20)

Solusi:

- (a) $\{1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5\}$
 (b) $\{1, 2, 3, 4\}$
 (c) $\{1, 2, 2, 2, 3\}$
 (d) $\{4, 4, 4, 5, 5\}$
 (e) $\{1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 5, 5\}$

5. Didefinisikan relasi R pada N dengan $(x, y) \in R$ jika dan hanya jika $x - y$ adalah kelipatan 2 atau kelipatan 3. Disertakan alasan tentukan apakah: R Refleksif, Simetrik, Transitif, atau Tolak Setangkup? (15)

Solusi:

- Tidak refleksif, Karena selisih bilangan yang sama selalu 0, dan 0 bukan merupakan kelipatan 2 atau 3
- Simetrik, karena a- b kelipatan 2 atau 3 maka b-a juga kelipatan 2 atau 3
- Tidak transitif, Contoh: Bila a=8, b=4, dan c= 1 maka a-b akan menghasilkan nilai 4 (benar kelipatan 2) dan b-c akan menghasilkan nilai 3 (benar kelipatan 3). Namun a-c menghasilkan nilai 7 (bukan kelipatan 2 maupun 3), hal ini tidak transitif
- Tidak tolak setangkup, karena 4,2 dan 2,4 diterima tetapi 4 tidak sama dengan 2

6. Fungsi *Chebyshev* adalah fungsi rekursif dengan dua peubah biangan bulat yang didefinisikan sbb:
- (i) Jika $n = 0$, maka $T(n, x) = 1$
 - (ii) Jika $n = 1$, maka $T(n, x) = x$
 - (iii) Jika $n > 1$, maka $T(n, x) = 2xT(n - 1, x) - T(n - 2, x)$
- Tentukan nilai dari $T(4,3)$!
- (15)

Solusi:

$$\begin{aligned}T(0,3) &= 1 & T(1,3) &= 3 \\T(2,3) &= 2 \cdot 3 \cdot T(1,3) - T(0,3) = 17 \\T(3,3) &= 2 \cdot 3 \cdot T(2,3) - T(1,3) = 99 \\T(4,3) &= 2 \cdot 3 \cdot T(3,3) - T(2,3) = 577\end{aligned}$$