PENERAPAN TEORI KOMBINATORIAL DAN PELUANG DISKRIT DALAM PERMAINAN POKER

Irma Juniati - 13506088
Jurusan Teknik Informatika ITB, Bandung 40116, email: if16088@students.if.itb.ac.id

Abstrak

Makalah ini membahas mengenai peluang-peluang yang ada bagi seorang pemain poker untuk meraih kemenangan dengan susunan lima kartu terbaiknya. Perhitungan yang dipakai di sini adalah dengan menerapkan teori kombinatorial.

Kombinatorial adalah cabang matematika yang mempelajari pengaturan objek-objek. Solusi yang ingin diperoleh dengan kombinatorial ini adalah jumlah cara pengaturan objek-objek tertentu di dalam himpunannya. Dengan menggunakan kombinatorial, persoalan seperti di atas dapat diselesaikan tanpa perlu mengenumerasi semua kemungkinan jawaban yang ada.

Aplikasi teori kombinatorial sangat banyak dipakai dalam penyelesaian masalah, mulai dari yang sederhana hingga masalah yang rumit. Salah satunya adalah untuk menghitung peluang. Pembahasan mengenai aplikasi teori kombinatorial dalam makalah ini mencakup bagaimana menentukan peluang dari setiap kombinasi lima kartu dalam permainan poker, mulai dari yang tertinggi hingga kombinasi kartu dengan peluang yang paling rendah.

Kata Kunci*: teori kombinatorial, poker, peluang.*

1. PENDAHULUAN

Teori Kombinatorial merupakan salah satu pokok bahasan Matematika Diskrit yang telah banyak dikembangkan dan diaplikasikan dalam berbagai bidang. Dalam perkembangan Matematika, dapat dilihat bahwa kajian kombinatorial sangat menarik bagi sebagian orang.

Salah satu contoh permasalahan yang dapat diselesaikan dengan kombinatorial adalah menghitung banyaknya kombinasi angka nomor polisi mobil, di mana nomor polisi terdiri atas lima angka dan diikuti dua huruf, serta angka pertama bukan nol. Cara paling sederhana untuk menyelesaikan persolan sejenis adalah dengan mengenumerasi semua kemungkinan jawabannya. Mengenumerasi berarti mencacah atau menghitung satu per satu setiap kemungkinan jawaban. Akan tetapi enumerasi masih mungkin dilakukan jika jumlah objek sedikit, sedangkan untuk persoalan di atas, cara enumerasi jelas tidak efisien.
Misalnya untuk menjawab persoalan di atas, apabila kita melakukan enumerasi, maka kemungkinan jawabannyadalah sebagai berikut:

12345AB
12345AC
12345BC
…
34567MT
34567ML
…
dan seterusnya…

Sangatlah mungkin bahwa kita sudah lelah sebelum proses enumerasi selesai dilakukan. Di sinilah peran kombinatorial, yang merupakan "seni berhitung", menyelesaikan persoalan semacam ini dengan cepat.

Demikian juga dalam permainan Poker. Peluang seorang pemain untuk mendapatkan kombinasi lima kartu yang ada dapat dihitung dengan cepat dengan menggunakan kombinatorial. Pada dasarnya, Poker adalah permainan berdasarkan keberuntungan. Oleh karena itu, pemain yang mendapat kartu yang paling sulit didapatkan (artinya, memiliki peluang kemunculan sangat kecil) adalah pemenangnya. Dengan demikian, urutan bagus atau tidaknya suatu kartu dapat dihitung secara matematis dengan menggunakan kombinatorial dan teori peluang.

2. TEORI KOMBINATORIAL [1]

Kombinatorial adalah cabang matematika untuk menghitung jumlah penyusunan objek-objek tanpa harus mengenumerasi semua kemungkinan susunannya.

2.1 Kaidah Dasar Menghitung

1. Kaidah Perkalian (*rule of product*)
   Misalkan percobaan 1 mempunyai p hasil percobaan, dan percobaan 2 mempunyai q hasil, maka bila percobaan 1 dan percobaan 2 dilakukan akan terdapat $p \times q$ hasil percobaan.

2. Kaidah Penjumlahan (*rule of sum*)
   Misalkan percobaan 1 mempunyai p hasil percobaan, dan percobaan 2 mempunyai q hasil, maka bila percobaan 1 atau percobaan 2 dilakukan (hanya salah satu percobaan saja yang dilakukan) akan terdapat $p + q$ hasil percobaan.

2.2 Permutasi

Permutasi adalah jumlah urutan yang berbeda dari pengaturan objek-objek. Permutasi merupakan bentuk khusus aplikasi kaidah perkalian.

Misalkan jumlah objek adalah n, maka
Urutan pertama dipilih dari n objek,
urutan kedua dipilih dari $(n – 1)$ objek,
urutan kedua dipilih dari $(n – 2)$ objek,
…
urutan terakhir dipilih dari 1 objek yang tersisa.

Menurut kaidah perkalian, permutasi dari n objek adalah

$$n(n - 1)(n - 2) \ldots (2)(1) = n!$$

Rumus permutasi-r (jumlah susunan berbeda dari pemilihan r objek yang diambil dari n objek), dilambangkan dengan $P(n,r)$:

$$P(n,r) = n(n-1)(n-2) \ldots (n-(r-1)) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

2.3 Kombinasi

Bentuk khusus dari permutasi adalah kombinasi. Jika pada permutasi urutan kemunculan diperhitungkan, maka pada kombinasi, urutan kemunculan diabaikan.
Rumus kombinasi-r (jumlah pemilihan yang tidak terurut r elemen yang diambil dari n buah elemen), dilambangkan dengan $C(n,r)$ atau $\binom{n}{r}$.

$$C(n,r) = \frac{n!}{r!\,(n-r)!}$$

Interpretasi Kombinasi

1. $C(n, r)$ = banyaknya himpunan bagian yang terdiri atas r elemen yang dapat dibentuk dari himpunan dengan n elemen
2. $C(n, r)$ = cara memilih r buah elemen dari n elemen yang ada, tetapi urutan elemen di dalam susunan hasil pemilihan tidak penting.

Permutasi dan Kombinasi Bentuk Umum
Misalkan terdapat n buah bola yang tidak seluruhnya berbeda warna (ada beberapa bola berwarna sama – *indistinguishable*)

n_1 bola di antaranya berwarna 1,
n_2 bola di antaranya berwarna 2,
…
n_k bola di antaranya berwarna k,

dan $n_1 + n_2 + \ldots + n_k = n$.

Berapa jumlah cara pengaturan n *buah bola ke dalam kotak-kotak tersebut (tiap kotak maksimal 1 buah bola)?*

Penyelesaian:
Jika n buah bola itu kita anggap berbeda semuanya, maka jumlah cara pengaturan n buah bola ke dalam n buah kotak adalah

$$P(n, n) = n!$$

Dari pengaturan n buah bola itu,
Terdapat $n_1!$ cara memasukkan bola berwarna 1,
terdapat $n_2!$ cara memasukkan bola berwarna 2,
…
terdapat $n_k!$ cara memasukkan bola berwarna k.

Permutasi n buah bola yang mana n_1 di antaranya berwarna 1, n_2 bola berwarna 2, …, n_k bola berwarna k adalah

$$P(n; n_1, n_2, \ldots, n_k) = \frac{P(n,n)}{n_1!\,n_2!\ldots n_k!} = \frac{n!}{n_1!\,n_2!\ldots n_k!}$$

Cara penyelesaian lain:
Terdapat $C(n, n_1)$ cara untuk menempatkan n_1 buah bola yang berwarna 1,
terdapat $C(n – n_1, n_2)$ cara untuk menempatkan n_1 buah bola yang berwarna 2,
terdapat $C(n – n_1 – n_2, n_3)$ cara untuk menempatkan n_1 buah bola yang berwarna 3,
…
terdapat $C(n – n_1 – n_2 – \ldots – n_{k-1}, n_k)$ cara untuk menempatkan n_k buah bola yang berwarna k.

Jumlah cara pengaturan seluruh bola ke dalam kotak adalah

$$C(n; n_1, n_2, \ldots, n_k) = C(n, n_1)C(n-n_1, n_2)\, C(n-n_1-n_2, n_3) \ldots\, C(n-n_1-n_2-\ldots-n_{k-1}-n_k)$$

$$= \frac{n!}{n_1!(n-n_1)!}\frac{(n-n_1)!}{n_2!(n-n_1-n_2)!}\ldots \frac{(n-n_1-n_2-\ldots-n_{k-1})!}{n_k!(n-n_1-n_2-\ldots-n_{k-1}-n_k)!}$$

$$= \frac{n!}{n_1!n_2!n_3!\ldots n_k!}$$

Kesimpulan:

$$P(n; n_1, n_2, \ldots, n_k) = C(n; n_1, n_2, \ldots, n_k) = \frac{n!}{n_1!n_2!\ldots n_k!}$$

Kombinasi dengan Pengulangan

Misalkan terdapat r buah bola yang semua warnanya sama dan terdapat n buah kotak, serta ketentuan sebagai berikut:

1. Masing-masing kotak hanya boleh diisi paling banyak satu buah bola.
   Jumlah cara memasukkan bola adalah $C(n, r)$.

2. Masing-masing kotak boleh diisi lebih dari satu buah bola (tidak ada pembatasan jumlah bola).
   Jumlah cara memasukkan bola adalah

$$C(n+r-1, r) = C(n+r-1, n-1)$$

3. TEORI PELUANG [1]

Kombinatorial dan teori peluang (*probability*) berkaitan sangat erat. Teori peluang banyak menggunakan konsep-konsep dalam kombinatorial. Sebenarnya kedua bidang ini lahir dari arena judi (*gambling games*) – salah satu kasusnya adalah menghitung peluang munculnya nomor lotre tertentu. Meskipun demikian, aplikasi kombinatorial dan teori peluang saat ini telah meluas ke berbagai bidang ilmu lain maupun dalam kehidupan nyata seperti ilmu statistika, fisika, ekonomi, biologi, dan berbagai bidang ilmu lainnya.

Terminologi Dasar

Berikut akan diberikan beberapa terminologi dasar penting mengenai teori peluang yang akan banyak digunakan dalam makalah ini.

A. Ruang Contoh (*sample space*)
Ruang Contoh dari suatu percobaan adalah himpunan semua kemungkinan hasil percobaan yang bersangkutan.

B. Titik Contoh (*sample point*)
Titik Contoh adalah setiap hasil percobaan di dalam ruang contoh.

Hasil-hasil percobaan tersebut bersifat saling terpisah (*mutually exclusive*) karena dari seluruh ruang contoh, hanya satu titik contoh yang muncul.

Misalnya pada percobaan melempar dadu, hasil percobaan yang muncul hanya salah satu dari 6 muka dadu, tidak mungkin muncul dua muka atau lebih, atau tidak mungkin salah satu dari enam muka dadu tidak ada yang muncul.

C. Ruang Contoh Diskrit (*discrete sample space*)
Ruang Contoh Diskrit adalah ruang contoh yang jumlah anggotanya terbatas.

Misalkan ruang contoh dilambangkan dengan S dan titik-titik contohnya dilambangkan dengan x_1, x_2, …, maka

$$S = \{ x_1, x_2, \dots, x_i, \dots \}$$

Menyatakan ruang contoh S yang terdiri atas titik-titik contoh x_1, x_2, …, x_i, dan seterusnya.

D. Peluang Diskrit
Peluang Diskrit adalah peluang terjadinya sebuah titik contoh, dan disimbolkan dengan $p(x_i)$.

Sifat-sifat peluang diskrit adalah sebagai berikut:
1. $0 \leq p(x_i) \leq 1$, yaitu nilai peluang tidak negatif dan selalu lebih kecil atau sama dengan 1.
2. $\sum_{i=1}^{|S|} p(xi) = 1$

E. Kejadian (*event*)
Kejadian –disimbolkan dengan E– adalah himpunan bagian dari ruang contoh.

Misalnya pada percobaan melempar dadu, kejadian munculnya angka ganjil adalah $E = \{1,3,5\}$, kejadian munculnya angka 1 adalah $E = \{1\}$.

Kejadian yang hanya mengandung satu titik contoh disebut kejadian sederhana (*simple event*), sedangkan kejadian yang mengandung lebih dari satu titik contoh disebut kejadian majemuk (*compound event*).

F. Peluang Kejadian
Peluang Kejadian E di dalam ruang contoh S dapat diartikan sebagai jumlah peluang semua titik contoh di dalam E. Jadi, kita dapat menuliskan bahwa

$$p(E) = \frac{|E|}{|S|} = \sum_{x_i \in E} p(x_i) \quad (1)$$

Contoh:
Dua buah dadu dilemparkan. Berapa peluang munculnya angka-angka dadu yang jumlahnya sama dengan 8?

Penyelesaian:
Jumlah hasil percobaan yang muncul adalah (dengan menggunakan kaidah perkalian)
$6 \times 6 = 36$

Ruang contohnya adalah
$S = \{(1,1), (1,2), \dots, (1,6), (2,1), (2,2), \dots, (2,6), \dots, (6,1), (6,2), \dots, (6,6)\}$, semuanya ada 36 elemen.

Kejadian munculnya jumlah angka dadu sama dengan 8 adalah $E = \{(2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2)\}$, ada 5 elemen.

Peluang munculnya jumlah angka sama dengan 8 adalah 5/36.

4. POKER

4.1 Mengapa Poker

Pada awalnya, teori kombinatorial dan teori peluang muncul karena para pemain judi ingin mengetahui peluang mereka untuk menang dalam permainan. Salah satu bentuk judi yang populer adalah Poker. Poker dimainkan dengan satu dek berisi 52 kartu. Pemain dengan kombinasi lima kartu terbaiklah yang akan memenangkan permainan.
Permainan kartu yang sudah cukup familiar ini dapat

dijadikan sebuah contoh yang baik untuk mengaplikasikan teori kombinatorial dan peluang diskrit. Perhitungan matematis peluang setiap kombinasi kartu akan diuraikan pada subbab 4.3.

4.2 Sejarah Poker [2]

Dasar-dasar permainan Poker sudah ada sejak sangat lama, tetapi asal mula Poker yang sebenarnya tidak diketahui dengan jelas. Bentuk permainan awal dari Poker mencakup *Asian betting game* pada abad ke-10 dan permainan dari Persia yang dikenal dengan sebutan *às nàs*. *Primero* (atau *Primera*), sebuah permainan asal Eropa yang populer pada abad ke-16 dan 17, memiliki banyak persamaan dengan Poker modern. Permainan serupa seperti *brag* di Inggris, *pochen* di Jerman, dan *poque* di Perancis, muncul pada abad ke-18.

Para pedagang Perancis memperkenalkan *poque* ke Amerika Utara pada tahun 1700, yang akhirnya dikenal dengan sebutan modernnya, *Poker*. Poker sangat populer di dalam kapal di Sungai Mississippi dan di warung-warung di daerah perbatasan Amerika Barat selama tahun 1800an, saat dek dengan 52 kartu telah menjadi standar dan peraturan permainan mulai dibuat.

Pada abad ke-20, Poker berkembang pesat di Amerika Serikat, dikarenakan banyaknya waktu luang masyarakat dan tempat-tempat perjudian yang bersifat legal di Nevada pada tahun 1931. Para tentara bermain poker untuk mengisi waktu luang selama Perang Dunia II (1939 – 1945), dan poker menjadi populer sebagai permainan rumahan.

Pada abad ke-20, Poker berkembang pesat di Amerika Serikat., dikarenakan banyaknya waktu dan tempat-tempat perjudian yang dianggap legal di Nevada pada tahun 1931. Para tentara bermain poker untuk mengisi waktu luang selama Perang Dunia II (1939 – 1945), dan poker menjadi populer sebagai permainan rumahan.

Pada tahun 1970, Binion’s Horseshoe Casino di Las Vegas, Nevada, mulai menyelenggarakan World Series of Poker (WSOP) tahunan. Dimulai dari hanya lima pemain pada awalnya, turnamen ini berkembang menjadi salah satu *event* terbesar dan terkaya di dunia. Biaya untuk memasuki arena WSOP adalah sebesar \$10,000, tetapi banyak pemain yang dapat menghindari pembayaran tersebut dengan cara memenangkan turnamen-turnamen lain dalam skala lebih kecil yang disebut “*satellite*” sebagai ganti tiket masuk.

4.3 Kombinasi Kartu beserta Peluangnya

Kombinasi kartu dalam Poker terdiri atas lima kartu. Berikut ini adalah kombinasi kartu yang diakui dalam permainan Poker. [2]

A. *One Pair*
Satu pasangan. Misalnya, dua-hati dan dua-sekop. Ketiga kartu lainnya tidak membentuk apa pun.

B. *Two Pairs*
Dua pasangan. Misalnya, tiga-hati dan tiga-wajik, tujuh-keriting dan tujuh-wajik, dan satu kartu lainnya tidak membentuk apa pun.

C. *Three of A Kind*
Tiga sejenis. Misalnya, As-hati, As-keriting, dan As-sekop. Kemudian, kedua kartu lainnya tidak membentuk apa pun.

D. *Straight*
Lima berurutan. Misalnya, Sepuluh, Jack, Queen, King, dan As. *Setidaknya* salah satu kartu harus berbeda bunga dengan kartu-kartu lainnya.

E. *Flush*
Kelima kartu memiliki bunga yang sama, tetapi tidak berurutan.

F. *Full House*
Merupakan gabungan dari *Three of A Kind* dengan *One Pair*. Tidak ada kartu yang tidak membentuk apa pun (*full*).

G. *Four of A Kind*
Empat sejenis. Misalnya, terdapat empat kartu As. Satu kartu sisanya tidak membentuk apa pun.

H. *Straight Flush*
Lima berurutan dan semuanya memiliki bunga yang sama. Misalnya, Sembilan-hati, Sepuluh-hati, Jack-hati, Queen-hati, dan King-hati.

I. *Royal Flush*
Seperti *Straight Flush*, tetapi khusus untuk urutan Sepuluh, Jack, Queen, King, dan As. Semua kartu memiliki bunga yang sama.

Untuk memeriksa kombinasi kartu mana yang lebih tinggi dari kombinasi lainnya, kita dapat melakukan perhitungan peluang secara matematis. Langkah pertama adalah menghitung jumlah kombinasi yang mungkin muncul jika diambil 5 dari 52 kartu (semesta atau banyaknya titik contoh – *Five Cards*). Perhitungannya adalah sebagai berikut:

$$C(52, 5) = \frac{52!}{5!(52-5)!} = 2.598.960 \qquad [3]$$

Perhitungan peluang setiap kombinasi kartu akan diuraikan sebagai berikut:

- *One Pair*
  Untuk *One Pair*, kita dapat mengambil $C(4, 2)$,

yaitu pengambilan dua kartu dari empat kartu yang tersedia (misalnya, kartu Jack). Karena terdapat 13 kemungkinan (pasangan kartu 2, 3, …, K, As), sehingga jumlah kombinasi menjadi

$$C(4, 2) \times 13$$

Untuk tiga kartu sisanya, kita mengambil $C(12, 3)$, karena ketiga kartu tersebut haruslah tidak berhubungan (tidak membentuk apa pun). Oleh karena itu, dari 12 jenis kartu yang tersisa (dari 2 sampai As, kecuali Jack) diambil tiga jenis kartu (misalnya, 4, 7, dan 9). Untuk tiga kartu ini, terdapat 4^3 jenis kombinasi, sehingga jumlah kombinasinya menjadi

$$C(12, 3) \times 4^3$$

Dengan demikian, jumlah kombinasi kartu untuk *One Pair* dapat dihitung sebagai berikut:

$$C(4, 2) \times 13 \times C(12, 3) \times 4^3 = 6 \times 13 \times 220 \times 64 = 1.098.240$$

Sehingga peluang *One Pair* adalah

1.098.240 : 2.598.960, atau
1 : 2,3665

- *Two Pairs*
  Untuk mengambil dua pasangan, digunakan $C(13, 2)$, yaitu dua dari 13 kartu yang tersedia (Misalnya, Queen dan King). Masing-masing pasangan memiliki jumlah kemunculan $C(4, 2)$. Dengan demikian, total jumlah kemunculan untuk dua pasangan adalah

$$C(13, 2) \times C(4, 2) \times C(4, 2)$$

Sementara, untuk satu kartu sisanya (kartu sampah), berarti kita harus mengambil satu dari 44 sisa kartu, yaitu $C(44, 1)$.

Dengan demikian, jumlah kombinasi kartu yang mungkin untuk *Two Pairs* dapat dihitung sebagai berikut:

$$C(13, 2) \times C(4, 2) \times C(4, 2) \times C(44, 1)$$
$$= 78 \times 6 \times 6 \times 44$$
$$= 123.552$$

Sehingga, peluang *Two Pairs* adalah

123.552 : 2.598.960, atau
1 : 21,04

- *Three of A Kind*
  Untuk mengambil tiga jenis kartu, digunakan $C(4, 3)$, yaitu pengambilan tiga kartu dari empat kartu yang tersedia (misalnya, kartu Jack). Karena terdapat 13 kemungkinan, maka jumlah kemungkinannya adalah

$$C(4, 3) \times 13$$

Sementara itu, untuk dua kartu lainnya, digunakan $C(12, 2)$, yaitu dari 12 jenis kartu yang tersisa (dari 2 sampai As, kecuali Jack) diambil dua jenis kartu (misalnya: Queen dan As). Untuk Queen dan As ini, terdapat 4^2 jenis kombinasi. Sehingga jumlah kombinasi kedua kartu ini menjadi

$$C(12, 2) \times 4^2$$

Dengan demikian, jumlah kombinasi kartu yang mungkin untuk *Three of A Kind* dapat dihitung sebagai berikut:

$$C(4, 3) \times 13 \times C(12, 2) \times 4^2 = 4 \times 13 \times 66 \times 16 = 54.912$$

Sehingga peluang *Three of A Kind* adalah

54.912 : 2.598.960, atau
1 : 47,33

- *Straight*
  Untuk mendapatkan lima kartu berurutan, kombinasinya dapat berupa urutan-urutan sebagai berikut:

  2-3-4-5-6
  3-4-5-6-7
  4-5-6-7-8
  …
  10-J-Q-K-As

Seluruhnya terdapat sembilan jenis urutan. Masing-masing urutan kartu memiliki jumlah kombinasi sebanyak 4^5 dikurangi dengan urutan yang seluruh bunga kartunya sama (agar tidak menjadi *Straight Flush*), menjadi

$$4^5 - 4$$

Dengan demikian, jumlah kombinasi kartu yang mungkin untuk *Straight* dapat dihitung sebagai berikut:

$$(4^5 - 4) \times 9 = 1.020 \times 9 = 9.180$$

Sehingga, peluang *Straight* adalah

9.180 : 2.598.960, atau
1 : 283,111

- *Flush*
  Untuk mendapatkan lima kartu yang sama bunga,

berarti kita bisa mengambil lima kartu dari 13 kartu yang tersedia, yaitu $C(13, 5)$ dikurangi dengan sembilan kartu urutan (agar tidak menjadi *Straight Flush*), menjadi

$$C(13, 5) - 9$$

Karena terdapat empat jenis bunga (Sekop, Hati, Keriting, dan Wajik), maka hasil tersebut dikalikan dengan empat.

Dengan demikian, jumlah kombinasi kartu yang mungkin untuk *Flush* dapat dihitung sebagai berikut:

$$\begin{aligned}(C(13, 5) - 9) \times 4 &= (1.287 - 9) \times 4 \\ &= 5.112\end{aligned}$$

Sehingga peluang *Flush* adalah

$$5.112 : 2.598.960, \text{ atau}$$
$$\mathbf{1 : 508,404}$$

- *Full House*
  Untuk mengambil tiga kartu sejenis, digunakan $C(4, 3)$, yaitu pengambilan tiga kartu dari empat kartu yang tersedia (misalnya, kartu As). Karena terdapat 13 kemungkinan, maka jumlah kombinasi yang mungkin adalah

  $$C(4, 3) \times 13$$

  Untuk satu pasangan, kita dapat mengambil $C(4, 2)$, yaitu pengambilan dua kartu dari empat kartu yang tersedia (misalnya, kartu Jack). Karena satu jenis kartu sudah diambil untuk tiga sejenis, maka tersisa 12 kemingkinan untuk satu pasangan ini, sehingga banyaknya kemungkinan menjadi

  $$C(4, 2) \times 12$$

  Dengan demikian, jumlah kombinasi kartu yang mungkin untuk *Full House* dapat dihitung sebagai berikut:

  $$\begin{aligned}C(4, 3) \times 13 \times C(4, 2) \times 12 &= 4 \times 13 \times 6 \times 12 \\ &= 3.744\end{aligned}$$

  Sehingga peluang *Full House* adalah

  $$3.744 : 2.598.960, \text{ atau}$$
  $$\mathbf{1 : 694,167}$$

- *Four of A Kind*
  Untuk mengambil empat kartu sejenis, digunakan $C(4, 4)$, yaitu pengambilan empat kartu dari empat kartu yang tersedia. Karena ada 13 kemungkinan dan $C(4, 4)$ adalah sama dengan satu, maka totalnya adalah

  $$1 \times 13$$

  Untuk satu kartu sisanya, berarti kita dapat mengambil satu kartu dari 48 sisa kartu, yaitu

  $$C(48, 1) = 48$$

  Dengan demikian, jumlah kombinasi kartu yang mungkin untuk *Four of A Kind* dapat dihitung sebagai berikut:

  $1 \times 13 \times 48 = 624$

  Sehingga peluang *Four of A Kind* adalah

  $$624 : 2.598.960, \text{ atau}$$
  $$\mathbf{1 : 4.165}$$

- *Straight Flush*
  Untuk mendapatkan lima kartu berurutan dan sama bunga, dapat berupa urutan-urutan berikut ini:

  2-3-4-5-6
  3-4-5-6-7
  4-5-6-7-8
  …
  9-10-J-Q-K

  Seluruhnya terdapat delapan jenis urutan (urutan 10-J-Q-K-As tidak termasuk karena merupakan *Royal Flush*). Masing-masing urutan hanya memiliki satu jenis kombinasi karena bunganya harus sama. Karena terdapat empat bunga, maka totalnya menjadi

  $$8 \times 1 \times 4$$

  Dengan demikian, jumlah kombinasi kartu yang mungkin untuk *Straight Flush* dapat dihitung sebagai berikut:

  $8 \times 1 \times 4 = 32$

  Sehingga peluang *Straight Flush* adalah

  $$32 : 2.598.960, \text{ atau}$$
  $$\mathbf{1 : 81.217,5}$$

- *Royal Flush*
  Menghitung *Royal Flush* adalah yang paling mudah dibanding kombinasi kartu lainnya. Jelas bahwa hanya terdapat *empat* kemungkinan untuk mendapat kan *Royal Flush*, yaitu

  10-J-Q-K-As Sekop,
  10-J-Q-K-As Hati,
  10-J-Q-K-As Keriting, dan
  10-J-Q-K-As Wajik.

Dengan demikian, jumlah kombinasi kartu yang mungkin untuk *Royal Flush* adalah empat.

Sehingga peluang *Royal Flush* adalah

4 : 2.598.960, atau
1 : 649.740

- *Kartu Sampah*
  Kartu-kartu yang disebut sebagai kartu sampah di sini adalah kartu-kartu yang tidak membentuk kombinasi apa pun.

  Untuk memeriksa benar atau tidaknya perhitungan yang sudah dilakukan, maka kita perlu menghitung terlebih dahulu kombinasi sisa, yaitu kombinasi yang tidak termasuk kesembilan kombinasi yang telah disebutkan. Kombinasi ini kita sebut saja sebagai kombinasi sampah karena nilainya paling rendah dan tidak membentuk apa-apa.

  Pada kombinasi kartu sampah, tidak boleh terdapat sama angka (2-10) maupun gambar (J-Q-K-As), tidak boleh kelimanya berurutan dan juga tidak boleh kelimanya memiliki bunga yang sama. Oleh karena itu, untuk menghitung jumlah kombinasi yang mungkin, kita bisa menggunakan $C(13, 5)$, yaitu mengambil lima kartu dari 13 (2 sampai As) kartu tersedia. Karena masing-masing angka dan gambar memiliki empat macam bunga, maka kelima kartu yang diambil tersebut memiliki jumlah kombinasi 4^5. Sehingga, total kombinasi menjadi

$$C(13, 5) \times 4^5$$

  Namun, *Straight*, *Flush*, *Straight Flush*, dan *Royal Flush* masih termasuk pada kombinasi ini. Oleh karena itu, jumlah kombinasi sampah adalah $C(13, 5) \times 4^5$ dikurangi dengan keempat kombinasi yang baru saja disebutkan, yaitu sebagai berikut:

$$C(13, 5) \times 4^5 - (9.180 + 5.112 + 32 + 4)$$
$$= 9 \times 11 \times 13 \times 4^5 - 14.328$$
$$= 1.303.560$$

  Sehingga peluang kemunculan kombinasi kartu sampah adalah

1.303.560 : 2.598.960, atau
1 : 1,99374

Dengan demikian, setelah kita mengetahui berbagai peluang dari tiap-tiap kombinasi kartu dalam poker, kita bisa mengurutkan nilai kombinasi kartu tersebut dari yang tertinggi sampai terhendah. Urutan ini ditabelkan pada tabel berikut:

Tabel 1. Urutan Nilai Kombinasi Kartu

No.	Nama Kombinasi	Jumlah Kombinasi	Peluang Kemunculan	
			Rasio	Pecahan
1.	*Royal Flush*	4	**1 : 649.740**	$1,53908 \times 10^{-6}$
2.	*Straight Flush*	32	**1 : 81.217,5**	$1,23126 \times 10^{-5}$
3.	*Four of a kind*	624	**1 : 4.165**	0,000240096
4.	*Full House*	3.744	**1 : 694,167**	0,001440576
5.	*Flush*	5.112	**1 : 508,404**	0,001966941
6.	*Straight*	9.180	**1 : 283,111**	0,003532182
7.	*Three of a kind*	54.912	**1 : 47,33**	0,021128451
8.	*Two Pairs*	123.552	**1 : 21,04**	0,047539016
9.	*One Pair*	1.098.240	**1 : 2,3665**	0,422569028
10.	Sampah	1.303.560	**1 : 1,99374**	0,501569859
TOTAL		2.598.960		1

Pada tabel terlihat bahwa jumlah seluruh kombinasi yang ada adalah sebesar 2.598.960. Angka ini adalah angka yang sama dengan kombinasi semesta yang dihitung pada perhitungan awal (*Five Cards*). Selain itu, jumlah seluruh peluang dari tiap-tiap kombinasi adalah *satu*. Hal ini sesuai dengan teori peluang, dimana jumlah peluang tiap-tiap kejadian harus sama dengan satu. Berdasarkan kepada fakta tersebut, sementara ini, kita bisa menganggap bahwa perhitungan yang telah dilakukan sudah benar.

Ternyata, peluang kemunculan beberapa kombinasi kartu dalam permainan Poker memiliki nilai yang relatif kecil. Jika demikian, bagaimana mungkin seseorang dapat memperoleh kombinasi-kombinasi yang tinggi (seperti *Full House* dan lain-lainnya)? Salah satu rahasianya terletak pada jumlah permainan. Jangan dilupakan bahwa permainan Poker ini tidak hanya dilakukan sekali, melainkan berkali-kali. Jadi, jangan kaget jika setelah 695 kali putaran, Anda mendapat *Full House* pada saat kartu baru pertama dibagikan (belum ada penukaran kartu). Rahasia kedua terletak pada penukaran kartu. Ingat bahwa setiap pemain memiliki satu kesempatan untuk menukar satu atau beberapa kartunya yang tidak membentuk apa-apa. Dengan peraturan seperti itu, peluang mendapatkan kartu bagus menjadi berlipat beberapa kali. Hal ini disebabkan oleh faktor subjektif pemain yang menahan kartu bagus dan membuang kartu yang tidak membentuk apa-apa. Dengan demikian, sebaran peluang sudah tidak acak (*random*) lagi. Peluangnya meningkat drastis.

Sebenarnya, tujuan utama permainan Poker bukan untuk mendapatkan kartu sebagus-bagusnya, tetapi *hanya* untuk memenangkan permainan. Berarti, kita cukup berusaha mendapatkan kartu *relatif* lebih bagus dari pada pemain-pemain yang tidak gugur. Padahal, peluang kita menang selalu sama dengan peluang pemain-pemain lain, yaitu *1:N* dimana *N* adalah jumlah pemain. Berarti, jika terdapat enam pemain, maka dalam enam kali putaran, teorinya kita akan mengalami satu kali menang dan lima kali kalah. Dengan demikian, tinggal pintar-pintar saja mengatur taruhan. Bertaruh yang banyak saat menang dan bertaruh sesedikit mungkin saat kalah.

5. HASIL DAN PEMBAHASAN

Berikut ini adalah data dari hasil perolehan kartu saya dalam 25 kali pengambilan.

Tabel 2. Data perolehan kartu dalam 25 kali pengambilan

No	Kartu ke-					Kombi-nasi
	1	2	3	4	5	
1	7-h	**9-k**	**9-h**	3-s	As-w	*One Pair*
2	J-s	5-s	10-s	As-s	7-w	---
3	5-h	Q-s	3-s	K-h	7-w	---
4	5-s	**4-h**	**4-w**	As-h	J-k	*One Pair*
5	**2-k**	K-h	10-s	**2-w**	4-s	*One Pair*
6	Q-w	**6-h**	J-w	3-w	**6-w**	*One Pair*
7	2-k	Q-w	**5-h**	**5-k**	8-s	*One Pair*
8	K-k	10-w	5-w	Q-k	2-s	---
9	9-k	K-h	**Q-w**	**Q-k**	7-k	*One Pair*
10	5-s	As-k	10-s	2-s	K-k	---
11	**Q-w**	**10-s**	**Q-s**	**J-w**	**9-h**	*Straight*
12	K-w	5-w	4-h	8-s	7-k	---
13	**2-s**	**3-s**	**4-h**	**5-w**	**6-s**	*Straight*
14	K-s	Q-s	**9-w**	**9-k**	2-w	*One Pair*
15	7-h	10-s	3-k	**5-h**	**5-s**	*One Pair*
16	**K-h**	**10-w**	**10-k**	Q-h	**K-k**	*Two Pairs*
17	10-s	J-s	2-s	4-s	Q-w	---
18	4-w	7-s	6-k	9-h	2-k	---
19	10-h	As-s	4-h	**K-h**	**K-s**	*One Pair*
20	**Q-w**	**J-h**	**K-s**	**As-k**	**10-s**	*Straight*
21	As-h	Q-w	**K-k**	**K-s**	3-s	*One Pair*
22	3-k	2-s	J-k	10-k	As-w	---
23	10-s	3-k	K-w	J-w	8-s	---
24	6-h	As-w	7-s	2-w	5-h	---
25	**K-s**	2-h	**K-h**	5-h	As-k	*One Pair*

Keterangan:

J :	Jack	w :	wajik
Q :	Queen	k :	keriting
K :	King	h :	hati
		s :	sekop

Pada tabel di atas, terlihat bahwa kombinasi kartu pada uraian dalam bab sebelumnya tidak mudah didapatkan, apalagi untuk kombinasi kartu yang tinggi seperti *Full House* maupun *Royal Flush*.

Tampak bahwa hasil simulasi di atas sinkron dengan perhitungan pada subbab 4.3. Peluang munculnya kombinasi kartu *One Pair* pada tabel di atas adalah

11 : 25, atau
1 : 2,2727

Hasil ini tidak jauh berbeda dengan hasil perhitungan dalam subbab 4.3, yaitu **1 : 2,3665**.
Untuk kombinasi kartu *Two Pairs*, peluang kemunculannya pada tabel di atas adalah

1 : 25

Hasil ini tidak jauh berbeda dengan hasil perhitungan dalam subbab 4.3, yaitu **1 : 21,04**.

Sedangkan untuk kombinasi kartu *Straight*, peluang kemunculannya pada tabel di atas adalah

3 : 25, atau
1 : 8,3333

Hasil ini agak menyimpang cukup jauh dari hasil perhitungan dalam subbab 4.3, yaitu **1 : 283,111**. Hal ini disebabkan oleh jumlah permainan yang hanya dilakukan sebanyak 25 kali. Jika permainan dilanjutkan sehingga mencapai jumlah yang lebih banyak, peluang saya untuk mendapatkan kombinasi kartu *Straight* akan meningkat dan mendekati hasil perhitungan pada subbab 4.3.

6. KESIMPULAN

Beberapa kesimpulan yang dapat ditarik dari penulisan makalah ini adalah:

a. Aplikasi teori kombinatorial dan teori peluang sangat banyak digunakan untuk memecahkan permasalahan dalam berbagai bidang, salah satunya adalah untuk menghitung peluang kombinasi kartu dalam permainan Poker.
b. Peluang kemunculan beberapa kombinasi kartu dalam permainan Poker memiliki nilai yang relatif kecil, sehingga kemungkinan seseorang dapat memperoleh kombinasi-kombinasi yang tinggi bergantung pada jumlah permainan dan penukaran kartu yang dilakukan.
c. Seorang pemain yang mendapat kartu yang paling sulit didapatkan adalah pemenangnya.
d. Peluang seseorang memenangkan permainan Poker adalah sebesar 1:*N*, dengan *N* adalah jumlah pemain.

DAFTAR REFERENSI

[1] Munir, Rinaldi, Diktat Kuliah IF2153, Matematika Diskrit, Edisi Keempat, Program Studi Teknik Informatika, STEI, ITB, 2006.

[2] Encarta Encyclopedia, Microsoft Student 2007, keyword: poker. Tanggal akses : 23 Desember 2007, pukul 17.15 WIB.

[3] Poker Hands http://www.mathwizz.com/statistics/help/help3.htm. Tanggal akses : 30 Desember 2007, pukul 21:13 WIB.