Studi dan Analisis Mengenai Aplikasi Matriks dalam Kriptografi *Hill Cipher*

Ivan Nugraha – NIM : 13506073
Program Studi Teknik Informatika, Institut Teknologi Bandung
Jl. Ganesha No. 10 Bandung
E-mail: if16073@students.if.itb.ac.id

Abstrak *– Matriks merupakan sebuah struktur data yang lazim digunakan dalam hitungan matematika. Salah satu dari aplikasi penggunaan matriks adalah dalam kriptografi Hill Cipher. Hill Cipher merupakan salah satu algoritma kriptografi kunci simetris. Algoritma Hill Cipher menggunakan matriks berukuran m x m sebagai kunci untuk melakukan enkripsi dan dekripsi. Dasar teori matriks yang digunakan dalam Hill Cipher antara lain adalah perkalian antar matriks dan melakukan invers pada matriks.*

Karena menggunakan matriks sebagai kunci, Hill Cipher merupakan algoritma kriptografi kunci simetris yang sulit dipecahkan. Hill Cipher sangat sulit dipecahkan jika kriptanalis hanya memiliki ciphertext saja, namun dapat dipecahkan dengan mudah jika kriptanalis memiliki ciphertext dan potongan dari plaintext-nya.

Makalah ini membahas mengenai dasar teori Hill Cipher dan teknik kriptanalis yang dapat dilakukan untuk memecahkan Hill Cipher.

Kata Kunci: *kriptografi, matriks, Hill Cipher, plaintext, ciphertext, kriptanalisis.*

1. PENDAHULUAN

Seiring dengan perkembangan jaman dan kemajuan teknologi yang sangat pesat, semakin banyak komputer yang terhubung dalam dunia maya yang biasa kita kenal dengan sebutan internet. Tidak mau ketinggalan, perusahaan, lembaga-lembaga pemerintahan, lembaga-lembaga keuangan, dan masih banyak lembaga lainnya yang juga turut berkecimpung dalam dunia maya ini. Banyak hal yang dapat dilakukan melalui internet untuk mempermudah hubungan antar lembaga tersebut. Salah satunya adalah penyampaian data dari pihak satu ke pihak lain ataupun penyampaian data yang dapat diakses oleh publik. Keamanan dalam proses pemindahan data amat sangat diperlukan. kriptografi merupakan salah satu jawaban atas tuntutan tersebut. Kriptografi adalah ilmu atau seni untuk menjaga keamanan pesan.

Ketika suatu pesan ditransfer dari suatu tempat ke tempat lain, ada kemungkinan bahwa data tersebut dapat diambil atau bahkan dimodifikasi oleh pihak-pihak yang tidak diinginkan. Dalam hal tersebut, kriptografi sangatlah berperan dalam menjadikan pesan-pesan yang dikirim tersebut menjadi pesan yang tidak dapat dimengerti oleh pihak lain. Kriprografi disebut tangguh jika data yang dikirimkan akan tetap aman kendati setiap orang dapat mengaksesnya secara bebas.

Hill Cipher merupakan salah satu algoritma kriptografi kunci simetris. Algoritma *Hill Cipher* menggunakan matriks berukuran m x m sebagai kunci untuk melakukan enkripsi dan dekripsi. Dasar teori matriks yang digunakan dalam *Hill Cipher* antara lain adalah perkalian antar matriks dan melakukan invers pada matriks.

2. MATRIKS

Matriks adalah susunan sklar elemen-elemen dalam bentuk baris dan kolom [4]. matriks A yang berukuran dari m baris dan n kolom (m x n) adalah:
Entri a_{ij} disebut elemen matriks pada baris ke-i dan

$$\begin{bmatrix} a11 & a12 & ... & a1n \\ a21 & f & ... & h \\ : & j & & : \\ am1 & am2 & ... & amn \end{bmatrix}$$

kolom ke-j. Jika m = n, maka matriks tersebut dinamakan juga matriks bujursangkar (square matrix). Matriks yang elemen a_{ij} dimana i = j = 1 dan elemen yang lain adalah 0 disebut matriks identitas (I).
Sebuah matriks B disebut invers dari matriks A jika AB = I. B biasa ditulis A^{-1}.

$$I_{(2x2)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

2.1 Operasi Aritmatika pada Matriks

Operasi aritmetika yang biasa dilakukan terhadap matriks adalah operasi penjumlahan dan perkalian dua buah matriks, serta perkalian matriks dengan sebuah skalar.

1. Penjumlahan dua buah matriks; dua buah matriks dapat dijumlahkan jika ukuran keduanya sama. Penjumlahan dilakukan dengan menambahkan setiap elemen matriks yang memiliki posisi sama.
$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+e & b+f \\ c+g & d+h \end{bmatrix}$$
2. Perkalian dua buah matriks; Dua buah matriks dapat dikalikan jika jumlah kolom matriks pertama sama dengan jumlah baris matriks kedua.

Perkalian matriks A dan B yang akan menghasilkan C dapat dituliskan sebagai $c_{ij} = a_{i1}b_{1j}+a_{i2}b_{2j}+\ldots+a_{in}b_{nj}$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}.\begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ae+bg & af+bh \\ ce+dg & cf+dh \end{bmatrix}$$

3. Perkalian dengan matriks skalar; Misalkan *k* adalah sebuah skalar, maka perkalian matriks A dengan skalar *k* adalah mengalikan setiap elemen matriks dengan *k*.

$$k\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ka & kb \\ kc & kd \end{bmatrix}$$

3. KRIPTOGRAFI

Kriptografi berasal dari Bahasa Yunani: "*cryptós*" artinya rahasia, sedangkan "*gráphein*" artinya tulisan. Jadi, secara morfologi kriptografi berarti tulisan rahasia.

Ada beberapa definisi kriptografi yang telah dikemukakan di dalam berbagai literatur. Definisi yang kita pakai di dalam makalah ini: Kriptografi adalah ilmu dan seni untuk menjaga keamanan pesan [1]. Kata "seni" di dalam definisi di atas berasal dari fakta sejarah bahwa pada masa-masa awal sejarah kriptografi, setiap orang mungkin mempunyai cara yang unik untuk merahasiakan pesan. Pada perkembangan selanjutnya, kriptografi berkembang menjadi sebuah disiplin ilmu sendiri karena teknik-teknik kriptografi dapat diformulasikan secara matematik sehingga menjadi sebuah metode yang formal.

3.1 Prinsip Kerja Kriptografi

Pembakuan penulisan pada kriptografi dapat ditulis dalam bahasa matematika. Fungsi-fungsi yang mendasar dalam kriptografi adalah enkripsi dan dekripsi. Enkripsi adalah proses mengubah suatu pesan asli (*plaintext*) menjadi suatu pesan dalam bahasa sandi (*ciphertext*).

$$C = E\,(M)$$

dimana

M = pesan asli
E = proses enkripsi
C = pesan dalam bahasa sandi
Sedangkan dekripsi adalah proses mengubah pesan dalam suatu bahasa sandi menjadi pesan asli kembali.

$$M = D\,(C)$$

D = proses dekripsi

Umumnya, selain menggunakan fungsi tertentu dalam melakukan enkripsi dan dekripsi, seringkali fungsi itu diberi parameter tambahan yang disebut dengan istilah kunci.

3.2 Jenis-jenis Serangan

Selain ada pihak yang ingin menjaga agar pesan tetap aman, ada juga pihak-pihak yang ingin mengetahui pesan rahasia tersebut secara tidak sah. Bahkan ada pihak-pihak yang ingin agar dapat mengubah isi pesan tersebut. Ilmu untuk mendapatkan pesan yang asli dari pesan yang telah disandikan tanpa memiliki kunci untuk membuka pesan rahasia tersebut disebut kriptanalisis. Sedangkan usaha untuk membongkar suatu pesan sandi tanpa mendapatkan kunci dengan cara yang sah dikenal dengan istilah serangan (*attack*).

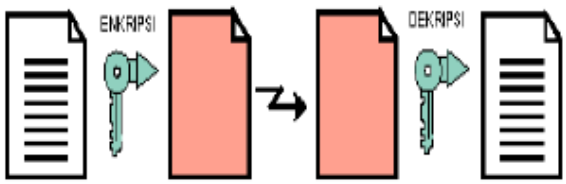
Di bawah ini dijelaskan beberapa macam penyerangan terhadap pesan yang sudah dienkripsi:

1. *Ciphertext only attack*, penyerang hanya mendapatkan pesan yang sudah tersandikan saja.
2. *Known plaintext attack*, dimana penyerang selain mendapatkan sandi, juga mendapatkan pesan asli. Terkadang disebut pula clear-text attack.
3. *Choosen plaintext attack*, sama dengan known *plaintext* attack, namun penyerang bahkan dapat memilih penggalan mana dari pesan asli yang akan disandikan.

3.3 Jenis-jenis Kunci

Jenis kunci dalam kriptografi terbagi menjadi 2, yaitu kunci simetris dan kunci asimetris.

1) Kunci Simetris
Ini adalah jenis kriptografi yang paling umum dipergunakan. Kunci untuk membuat pesan yang disandikan sama dengan kunci untuk membuka pesan yang disandikan itu. Jadi pembuat pesan dan penerimanya harus memiliki kunci yang sama persis. Siapapun yang memiliki kunci tersebut, termasuk pihak-pihak yang tidak diinginkan, dapat membuat dan membongkar rahasia *ciphertext*. Problem yang paling jelas disini terkadang bukanlah masalah pengiriman *ciphertext*-nya, melainkan masalah bagaimana menyampaikan kunci simetris tersebut kepada pihak yang diinginkan.

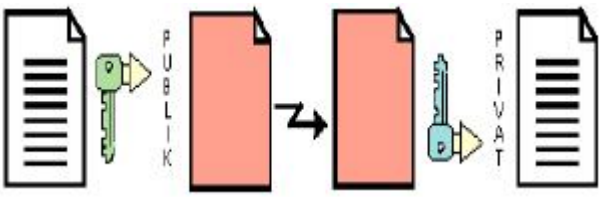


Gambar 1: Kunci Simetris

2) Kunci Asimetris
Pada pertengahan tahun 70-an Whitfield Diffie dan Martin Hellman menemukan teknik enkripsi asimetris yang merevolusi dunia kriptografi. Kunci asimetris adalah pasangan kunci-kunci kriptografi yang salah

satunya dipergunakan untuk proses enkripsi dan yang satu lagi untuk dekripsi. Semua orang yang mendapatkan kunci publik dapat menggunakannya untuk mengenkripsikan suatu pesan, sedangkan hanya satu orang saja yang memiliki rahasia tertentu, dalam hal ini kunci privat, untuk melakukan pembongkaran terhadap sandi yang dikirim untuknya. Dengan cara seperti ini, jika seorang pihak pertama mengirim pesan untuk pihak kedua, pihak pertama tersebut dapat merasa yakin bahwa pesan tersebut hanya dapat dibaca oleh pihak yang bersangkutan, karena hanya dia yang bisa melakukan dekripsi dengan kunci privatnya.

Tentunya si pihak pertama harus memiliki kunci publik milik pihak kedua untuk melakukan enkripsi. Pihak pertama bisa mendapatkannya dari pihak yang bersangkutan, ataupun dari pihak ketiga yang dipercaya.



Gambar 2: Kunci asimetris

Teknik enkripsi asimetris ini jauh lebih lambat ketimbang enkripsi dengan kunci simetris. Oleh karena itu, biasanya bukanlah pesan itu sendiri yang disandikan dengan kunci asimetris, namun hanya kunci simetrislah yang disandikan dengan kunci asimetris. Sedangkan pesannya dikirim setelah disandikan dengan kunci simetris tadi.

4. *HILL CIPHER*

Hill Cipher merupakan penerapan aritmatika modulo pada kriptografi. Teknik kriptografi ini menggunakan sebuah matriks persegi sebagai kunci yang digunakan untuk melakukan enkripsi dan dekripsi.

Hill Cipher diciptakan oleh Lester S. Hill pada tahun 1929 [2]. Teknik kriptografi ini diciptakan dengan maksud untuk dapat menciptakan *cipher* (kode) yang tidak dapat dipecahkan menggunakan teknik analisis frekuensi. *Hill Cipher* tidak mengganti setiap abjad yang sama pada *plaintext* dengan abjad lainnya yang sama pada *ciphertext* karena menggunakan perkalian matriks pada dasar enkripsi dan dekripsinya.

Hill Cipher yang merupakan *polyalphabetic cipher* dapat dikategorikan sebagai *block cipher* [2] karena teks yang akan diproses akan dibagi menjadi blok-blok dengan ukuran tertentu. Setiap karakter dalam satu blok akan saling mempengaruhi karakter lainnya dalam proses enkripsi dan dekripsinya, sehingga karakter yang sama tidak dipetakan menjadi karakter yang sama pula.

Hill Cipher termasuk kepada algoritma kriptografi klasik yang sangat sulit dipecahkan oleh kriptanalis apabila dilakukan hanya dengan mengetahui berkas *ciphertext* saja. Namun, teknik ini dapat dipecahkan dengan cukup mudah apabila kriptanalis memiliki berkas *ciphertext* dan potongan berkas *plaintext*. Teknik kriptanalisis ini disebut *known-plaintext attack* [1].

4.1 Dasar Teknik *Hill Cipher*

Dasar dari teknik *Hill Cipher* adalah aritmatika modulo terhadap matriks. Dalam penerapannya, *Hill Cipher* menggunakan teknik perkalian matriks dan teknik invers terhadap matriks.

Kunci pada *Hill Cipher* adalah matriks n x n dengan n merupakan ukuran blok. Matriks *K* yang menjadi kunci ini harus merupakan matriks yang *invertible*, yaitu memiliki inverse K^{-1} sehingga :

$$K \,.\, K^{-1} = I \qquad (1)$$

Kunci harus memiliki invers karena matriks K^{-1} tersebut adalah kunci yang digunakan untuk melakukan dekripsi.

4.2 Teknik Enkripsi pada *Hill Cipher*

Proses enkripsi pada *Hill Cipher* dilakukan per blok *plaintext*. Ukuran blok tersebut sama dengan ukuran matriks kunci. Sebelum membagi teks menjadi deretan blok-blok, *plaintext* terlebih dahulu dikonversi menjadi angka, masing-masing sehingga A=1, B=2, hingga Y=25. Z diberi nilai 0.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
N	**O**	**P**	**Q**	**R**	**S**	**T**	**U**	**V**	**W**	**X**	**Y**	**Z**
14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	0

Tabel 1: Konversi Alfabet ke Angka dalam Hill Cipher

Secara matematis, proses enkripsi pada *Hill Cipher* adalah:

$$C = K \,.\, P \qquad (2)$$

C = Ciphertext
K = Kunci
P = Plaintext

Jika terdapat *plaintext* P:

P = STRIKE NOW

Maka *plaintext* tersebut dikonversi menjadi:

P = 19 20 18 9 11 5 14 15 23
Plaintext tersebut akan dienkripsi dengan teknik *Hill Cipher*, dengan kunci K yang merupakan matriks 2x2.

$$K = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

Karena matriks kunci K berukuran 2, maka *plaintext* dibagi menjadi blok yang masing-masing bloknya berukuran 2 karakter. Karena karakter terakhir tidak ada memiliki pasangan, maka diberi pasangan karakter yang sama yaitu W. P menjadi STRIKENOWW. Blok pertama dari *plaintext* P adalah :

$$P_{1,2} = \begin{bmatrix} 19 \\ 20 \end{bmatrix}$$

Blok *plaintext* ini kemudian dienkripsi dengan kunci K melalui persamaan (2).

$$C_{1,2} = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 19 \\ 20 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 215 \\ 98 \end{bmatrix}$$

Hasil perhitungan menghasilkan angka yang tidak berkorespondensi dengan huruf-huruf, maka lakukan modulo 26 pada hasil tersebut. Sehingga, $C_{1,2}$ menjadi:

$$C_{1,2} = \begin{bmatrix} 215 \\ 98 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 20 \end{bmatrix} (\text{mod } 26)$$

Karakter yang berkorespondensi dengan 7 dan 20 adalah G dan T. maka S menjadi G dan T menjadi T. Setelah melakukan enkripsi semua blok pada *plaintext* P maka dihasilkan *ciphertext* C sebagai berikut:

P = STRIKENOW
C = 7 20 14 11 7 11 4 21 19 11
C = GTNKGKDUSK

Dari *ciphertext* yang dihasilkan terlihat bahwa *Hill Cipher* menghasilkan *ciphertext* yang tidak memiliki pola yang mirip dengan *plaintext*nya.

4.3. Teknik Dekripsi pada *Hill Cipher*

Proses dekripsi pada *Hill Cipher* pada dasarnya sama dengan proses enkripsinya. Namun matriks kunci harus dibalik (invers) terlebih dahulu. Secara matematis, proses dekripsi pada *Hill Cipher* dapat diturunkan dari persamaan (2).

$$\begin{aligned} C &= K.P \\ K^{-1}.C &= K^{-1}.K.P \\ K^{-1}.C &= I.P \\ P &= K^{-1}.C \end{aligned}$$

Menjadi persamaan proses dekripsi:

$$P = K^{-1}.C \qquad (3)$$

Dengan menggunakan kunci

$$K = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

, maka proses dekripsi diawali dengan mencari invers dari matriks *K*. Mencari invers dapat dilakukan dengan menggunakan metode operasi baris (row operation) atau metode determinan [3].

Setelah melakukan perhitungan, didapat matriks K^{-1} yang merupakan invers dari matriks *K*, yaitu :

$$K^{-1} = \begin{bmatrix} 27 & -54 \\ -18 & 45 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 24 \\ 8 & 19 \end{bmatrix} (\text{mod } 26)$$

Kunci K^{-1} yang digunakan untuk melakukan dekripsi ini telah memenuhi persamaan (1) karena:

$$K.K^{-1} = \begin{bmatrix} 53 & 234 \\ 26 & 105 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} (\text{mod } 26) = I$$

Ciphertext C = GTNKGKDUSK, akan didekripsi dengan menggunakan kunci dekripsi K^{-1} dengan persamaan (3). Proses dekripsi ini dilakukan blok per blok seperti pada proses enkripsi. Pertama-tama ubah huruf-huruf pada *ciphertext* menjadi urutan numerik.

C = 7 20 14 11 7 11 4 21 19 11

Proses dekripsi dilakukan sebagai berikut:

$$P_{1,2} = K^{-1}.C_{1,2}$$

$$P_{1,2} = \begin{bmatrix} 1 & 24 \\ 8 & 19 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 7 \\ 20 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 487 \\ 436 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19 \\ 20 \end{bmatrix} (\text{mod } 26)$$

dan blok kedua:

$$P_{3,24} = K^{-1}.C_{3,4}$$

$$P_{3,4} = \begin{bmatrix} 1 & 24 \\ 8 & 19 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 14 \\ 11 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 278 \\ 321 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18 \\ 9 \end{bmatrix} (\text{mod } 26)$$

Setelah semua blok selesai didekripsi, maka didapatkan hasil *plaintext*:
P = 19 20 18 9 11 5 14 15 23
P = STRIKENOW

5. TEKNIK KRIPTANALISIS TERHADAP *HILL CIPHER*

Kriptanalisis terhadap *Hill Cipher* sangat sulit jika dilakukan dengan *ciphertext-only attack*, terlebih apabila matriks kunci yang digunakan berukuran besar. Kesulitan ini disebabkan oleh *ciphertext Hill Cipher* yang tidak memiliki pola dan setiap karakter dalam satu blok saling mempengaruhi karakter lainnya.

Teknik yang dapat digunakan untuk melakukan kriptanalisis terhadap *Hill Cipher* adalah *knownplaintext attack*. Jika kriptanalisis memiliki pecahan *plaintext* dan *ciphertext* yang saling berkorespondensi, maka *Hill Cipher* dapat dipecahkan. Namun proses yang cukup sulit adalah untuk menentukan panjang kunci yang digunAkan. Hal ini menjadi salah satu kekuatan yang dimiliki oleh *Hill Cipher*. Cara yang dapat dilakukan hanya dengan mencari tahu panjang kunci atau dengan melakukan perkiraan dan percobaan.

Kemungkinan terburuk yang dimiliki oleh *Hill Cipher* adalah ketika seorang kriptanalis memiliki potongan *plaintext* dan *ciphertext* yang berkorespondensi serta mengetahui panjang kunci yang digunakan. Dengan informasi ini, kriptanalis dapat memecahkan *Hill Cipher* dengan sangat mudah. Misalkan kriptanalis mengetahui panjang kunci K adalah 2 dan memiliki potongan berkas *plaintext* P dan C sebagai berikut:

P = STRI

C = GTNKGKDUSK

Dari informasi yang dimiliki, maka diketahui bahwa karakter ST pada *plaintext* berkorespondensi dengan karakter GT, dan karakter RI dengan NK. Pemecahan dapat dilakukan dengan persamaan linier

Misalkan kunci direpresentasikan dengan:

$$K = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

Plaintext P dengan:

$$P = \begin{bmatrix} S & R \\ T & I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19 & 18 \\ 20 & 9 \end{bmatrix}$$

Ciphertext C dengan:

$$C = \begin{bmatrix} G & N \\ T & K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 14 \\ 20 & 11 \end{bmatrix}$$

Dengan menerapkan persamaan (2) maka persamaan linier yang dapat dibentuk dari contoh adalah:

$$C = K.P$$

$$\begin{bmatrix} 7 & 14 \\ 20 & 11 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 19 & 18 \\ 20 & 9 \end{bmatrix}$$

$$19a + 20b = 7 \text{ (i)}$$
$$18a + 9b = 14 \text{ (ii)}$$
$$19c + 20d = 20 \text{ (iii)}$$
$$18c + 9d = 11 \text{ (iv)}$$

Dengan menyelesaikan persamaan (i) dan persamaan (ii) lalu persamaan (iii) dan persamaan (iv) memakai aritmatika modulo 26, maka nilai a, b, c, dan d didapat:

$$a = 5$$
$$b = 6$$
$$c = 2$$
$$d = 3$$

Dengan nilai a, b, c, dan d maka kunci *K* didapatkan, yaitu:

$$K = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

Dengan kunci *K* tersebut, kriptanalis hanya perlu melakukan dekripsi terhadap *ciphertext* keseluruhan untuk mendapatkan *plaintext* seutuhnya.

7. KESIMPULAN

Berdasarkan pembahasan yang telah dilakukan diatas, maka kesimpulan yang dapat diambil adalah:

1. *Hill Cipher* adalah algoritma kriptografi klasik yang sangat kuat dilihat dari segi keamanannya.
2. Matriks kunci *Hill Cipher* harus merupakan matriks yang *invertible*. Semakin besar suatu matriks kunci maka semakin kuat juga segi keamanannya
3. *Hill Cipher* kuat dalam menghadapi *ciphertext-only attack* namun lemah jika diserang dengan *knownplaintext attack*.

DAFTAR REFERENSI

[1]Munir, Rinaldi, *Diktat Kuliah IF5054 Kriptografi*, Program Studi Teknik Informatika, Sekolah Teknik Elektro dan Informatika, 2006.

[2]Forouzan, Behrouz, *Cryptography and Network Security*, McGraw-Hill, 2006.

[3]H. Anton, C. Rorres, *Elementary Linear Algebra*, John Wiley & Sons, 2000

[4]Munir, Rinaldi, *Diktat Kuliah IF2153 Matematika Diskrit*, Program Studi Teknik Informatika, Sekolah Teknik Elektro dan Informatika, 2006.