

# APLIKASI GRAF DALAM PEMBUATAN JALUR ANGKUTAN KOTA

Kenny Enrich – NIM : 13506111

Program Studi Teknik Informatika, Institut Teknologi Bandung  
Jl. Ganesha 10, Bandung

E-mail : [if16111@students.if.itb.ac.id](mailto:if16111@students.if.itb.ac.id)

## Abstrak

Makalah ini membahas tentang bagaimana graf dapat digunakan untuk membantu dalam pembuatan jalur angkutan kota (angkot) yang rapi dan teratur. Dengan jalur yang rapi dan teratur, maka akan lebih memudahkan para penumpang dalam menentukan jenis angkot mana yang akan dipakai untuk menuju ke tempat tujuannya. Jalur yang tidak rapi dan tidak teratur akan menimbulkan permasalahan. Contoh permasalahannya adalah kecenderungan para supir angkot untuk menunggu agar kendaraannya penuh (biasa disebut *ngetem*). Hal ini tentu saja akan mengganggu para pengguna kendaraan lainnya dan juga akan memperlama waktu tiba para penumpang yang naik angkot tersebut.

Dalam persoalan ini saya akan memakai metode persoalan tukang pos Cina. Persoalan tukang pos Cina adalah bagaimana seorang tukang pos akan mengantarkan surat ke alamat-alamat sepanjang jalan di suatu daerah dan bagaimana ia merencanakan rute perjalanannya supaya ia melewati setiap jalan tepat sekali dan kembali lagi ke tempat awal keberangkatannya.

Lintasan dan sirkuit yang banyak dipakai dalam makalah ini adalah lintasan dan sirkuit Euler. Lintasan dan sirkuit Euler dipakai karena lintasan dan sirkuit ini hanya melalui sisi-sisi pada graf tepat sekali. Hal ini sama dengan persoalan jalur angkot karena jalur angkot yang efektif adalah jalur yang tidak melewati ruas jalan yang sama lebih dari sekali.

**Kata Kunci:** Graf, jalur, angkutan kota (angkot), tukang pos Cina, lintasan, sirkuit.

## 1. PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Angkot merupakan salah satu jenis angkutan umum yang banyak digunakan di jaman sekarang ini, khususnya oleh mereka yang tidak mempunyai kendaraan pribadi. Jenis angkutan ini banyak digunakan karena dapat mengantarkan para penumpang ke tempat tujuan dengan harganya yang cukup murah. Waktu yang dibutuhkan angkot untuk tiba di tempat tujuan juga tidak jauh berbeda dengan waktu yang dibutuhkan untuk tiba di tujuan dengan menggunakan kendaraan pribadi, kecuali kalau angkot yang dinaiki harus *ngetem* terlebih dahulu, tentu waktu yang diperlukan akan lebih lama.

Satu contoh angkot yang penulis perhatikan adalah angkot jurusan Cicaheum-Ledeng. Penulis memperhatikan bahwa angkot jurusan ini sering sekali *ngetem*. Lokasi tempat ia *ngetem* pun biasanya terletak di lokasi yang sama setiap harinya. Berbeda dengan angkot jurusan lain yang melewati ruas jalan yang sama dengan angkot Cicaheum-Ledeng tersebut, angkot-angkot lain jarang melakukan tindakan tersebut. Penulis juga memperhatikan bahwa jumlah angkot Cicaheum-Ledeng tersebut bisa dibbilang sangat banyak bila

dibandingkan angkot lain yang melewati ruas jalan yang sama, sehingga persaingan para supir angkot tersebut cukup ketat untuk mendapatkan penumpang. *Ngetem*-nya angkot Cicaheum-Ledeng tersebut penulis asumsikan karena jumlah angkot Cicaheum-Ledeng banyak, jarak yang ditempuh dari Cicaheum ke Ledeng atau sebaliknya cukup jauh, dan juga karena harus bersaing dengan jenis angkot lainnya.

### 1.2 Tujuan

Tujuan ditulisnya makalah ini adalah untuk membuat jalur angkutan kota yang rapi dan teratur. Dengan jalur yang rapi dan teratur dapat ditentukan jumlah angkot-angkot yang beroperasi, sehingga tidak ada angkot yang merasa dirugikan. Dengan kerapihan dan keteraturan tersebut, persoalan macetnya kota karena angkot-angkot yang *ngetem* juga bisa dikurangi.

### 1.3 Metode

Metode yang digunakan dalam pembuatan makalah ini adalah metode persoalan tukang pos Cina. Metode ini bisa dibbilang cukup terkenal dalam pembahasan mengenai teori graf. Persoalan yang dihadapi adalah bagaimana tukang pos Cina dapat mengantarkan surat-suratnya ke alamat sepanjang jalan di suatu daerah tanpa melewati

ruas jalan yang sama dua kali dan kembali lagi ke tempat awal keberangkatan.

Untuk lintasan dan sirkuit, penulis menggunakan lintasan dan sirkuit Euler. Hal ini dikarenakan persoalan tukang pos Cina tidak lain adalah menentukan sirkuit Euler di dalam graf. Jika peta jalan tempat tukang pos mengantarkan surat merupakan graf Euler, maka sirkuit Eulernya mudah ditemukan. Tetapi jika grafnya bukan graf Euler maka beberapa sisi di dalam graf harus dilalui lebih dari sekali atau dengan menggunakan lebih dari satu tukang pos.

## 2. GRAF

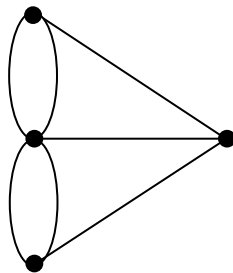
Graf merupakan pokok bahasan yang usianya sudah tua namun memiliki banyak aplikasi dalam kehidupan sehari-hari. Graf digunakan untuk merepresentasikan objek-objek diskrit dan hubungan antara objek-objek tersebut.

### 2.1 Sejarah Graf

Pembahasan tentang graf pertama kali digunakan untuk menyelesaikan masalah yang terjadi di kota Königsberg pada tahun 1736 [1]. Di kota terdapat sebuah sungai Pregal yang mengalir mengitari pulau Kneiphof lalu bercabang menjadi dua buah anak sungai.

Di sungai tersebut ada tujuh buah jembatan yang menghubungkan daratan yang dibelah oleh sungai tersebut. Masalah yang dihadapi adalah apakah mungkin untuk melewati ketujuh buah jembatan tersebut tepat satu kali dan kembali lagi ke tempat semula. Persoalan itu tidak dapat dijelaskan penyelesaiannya, kecuali dengan cara coba-coba, hingga seorang matematikawan Swiss, L. Euler, menemukan penjelasannya. Ia memodelkan masalah ini ke dalam graf.

Daratan (tempat-tempat yang dihubungkan oleh jembatan) dinyatakan sebagai titik yang disebut simpul dan jembatannya dinyatakan sebagai garis yang disebut sisi (Gambar 1).



Gambar 1 : Graf yang merepresentasikan jembatan Königsberg

Menurut Euler, orang tidak mungkin melalui ketujuh jembatan itu masing-masing satu kali dan kembali lagi ke tempat asal keberangkatannya. Alasannya adalah karena derajat setiap simpul tidak seluruhnya genap. Derajat di sini adalah banyaknya garis yang bersisian dengan titik.

### 2.2 Definisi Graf

Graf dapat didefinisikan sebagai himpunan tidak kosong antara pasangan simpul-simpul dan sisi-sisi yang menghubungkan sepasang simpul. Himpunan simpul tidak boleh kosong, sedangkan himpunan sisi boleh kosong. Jadi suatu titik juga bisa disebut suatu graf. Graf yang hanya terdiri dari satu buah simpul tanpa sebuah sisi pun disebut graf trivial.

### 2.3 Jenis-jenis Graf

Berdasarkan ada tidaknya gelang atau sisi ganda pada suatu graf, graf dapat digolongkan menjadi dua jenis:

#### a. Graf Sederhana

Graf sederhana adalah graf yang tidak mengandung gelang maupun sisi ganda. Contoh graf sederhana direpresentasikan dengan jaringan komputer. Pada graf sederhana sisi merupakan pasangan tak terurut. Jadi sisi  $(u, v)$  sama saja dengan  $(v, u)$ .

#### b. Graf Tak Sederhana

Graf tak sederhana adalah graf yang mengandung sisi ganda atau gelang. Graf sederhana dibagi menjadi dua macam, yaitu **graf ganda** dan **graf semu**. Graf ganda adalah graf yang mengandung sisi ganda. Sedangkan graf semu adalah graf yang mengandung gelang. Sisi pada graf semu dapat terhubung ke dirinya sendiri.

Berdasarkan orientasi arah pada sisi, maka graf dibedakan menjadi dua jenis:

#### a. Graf Tak Berarah

Graf tak berarah adalah graf yang sisinya tidak mempunyai orientasi arah. Urutan pasangan simpul pada graf berarah tidak diperhatikan, jadi sisi  $(u, v)$  sama dengan  $(v, u)$ . Contoh graf tak berarah dalam kehidupan sehari-hari adalah jaringan pada saluran telepon yang dapat beroperasi secara dua arah.

#### b. Graf Berarah

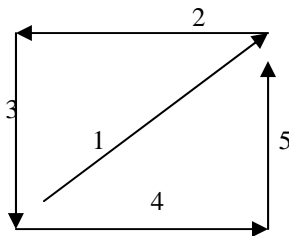
Graf berarah adalah graf yang setiap sisinya diberikan orientasi arah. Sisi-sisi yang berarah ini biasa disebut busur. Pada graf berarah, sisi  $(u, v)$  tidak sama dengan  $(v, u)$ . Untuk busur  $(u, v)$ , simpul  $u$  merupakan simpul asal dan simpul  $v$  merupakan simpul terminal. Dalam kehidupan sehari-hari, graf berarah biasa sering dipakai untuk menggambarkan aliran suatu proses.

### 3. PEMBAHASAN METODE

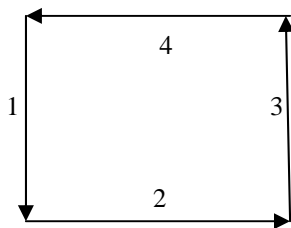
Dalam makalah ini, penulis akan menggunakan beberapa metode yang biasa dipergunakan dalam permasalahan tentang graf, yaitu lintasan dan sirkuit Euler dan persoalan tukang pos Cina.

#### 3.1 Lintasan dan Sirkuit Euler

Lintasan Euler adalah lintasan yang melalui masing-masing sisi di dalam graf tepat satu kali (Gambar 2) [1]. Bila lintasan tersebut kembali ke simpul asal, membentuk lintasan tertutup (sirkuit), maka lintasan tertutup itu dinamakan sirkuit Euler (Gambar 3). Jadi, sirkuit Euler adalah sirkuit yang melewati masing-masing sisi tepat satu kali [1]. Jika suatu graf mempunyai sirkuit Euler, maka graf ini disebut graf Euler. Sedangkan graf yang mempunyai lintasan Euler dinamakan graf semi Euler.



Gambar 2 : Contoh lintasan Euler



Gambar 3 : Contoh sirkuit Euler

Ada beberapa syarat cukup dan perlu untuk menentukan apakah suatu graf merupakan lintasan atau sirkuit Euler.

- Jika dan hanya jika setiap simpul di dalam graf tersebut berderajat genap maka merupakan graf Euler (memiliki sirkuit Euler)
- jika dan hanya jika terdapat tepat dua buah simpul berderajat ganjil di dalam graf tersebut maka merupakan graf semi Euler (memiliki lintasan Euler)
- jika dan hanya jika graf  $G$  terhubung dan setiap simpul memiliki derajat masuk dan derajat keluar sama maka merupakan graf terhubung berarah yang memiliki sirkuit Euler
- jika dan hanya jika graf  $G$  terhubung dan setiap simpul memiliki derajat masuk dan derajat keluar sama kecuali dua simpul, yang pertama memiliki derajat keluar satu lebih besar derajat masuk, dan yang kedua memiliki derajat masuk satu lebih

besar dari derajat keluar maka merupakan graf terhubung berarah yang memiliki lintasan Euler

#### 3.2 Persoalan Tukang Pos Cina

Persoalan tentang tukang pos Cina pertama kali dikemukakan oleh Mei Ko Kwan, seorang Matematikawan Cina, pada tahun 1962 [2]. Persoalan ini adalah persoalan yang banyak dihadapi para tukang pos, yaitu tentang bagaimana seorang tukang pos akan mengantarkan sura-surat yang dibawanya ke alamat-alamat sepanjang jalan di suatu daerah. Ia harus merencanakan rute perjalanannya agar ia hanya melewati setiap ruas jalan tepat sekali dan kembali lagi ke tempat keberangkatannya.

Dalam menyelesaikan persoalan tukang pos ini, teori-teori graf sangatlah berguna. Dalam graf ada yang disebut simpul dan ada yang disebut sisi. Dalam persoalan tukang pos, setiap ruas jalan yang ada dinyatakan dengan sisi, sedangkan setiap persimpangan dinyatakan dengan simpul. Selain itu, menyelesaikan persoalan tukang pos Cina mau tidak mau juga akan memakai metode Euler, yaitu dalam menentukan apakah jalan yang harus dilewati tukang pos merupakan lintasan Euler, sirkuit Euler, atau bukan kedua-duanya.

### 4. PEMBAHASAN MASALAH

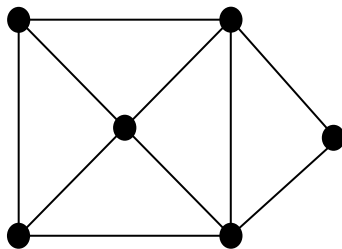
Pembuatan jalur angkutan kota tidak jauh berbeda dengan persoalan tukang pos Cina. Persoalan tukang pos Cina adalah bagaimana mengantarkan surat-surat yang dibawa ke alamat-alamat sepanjang jalan, sedangkan persoalan jalur angkutan umum adalah bagaimana sang supir angkot mengantarkan para penumpang yang alamatnya tersebar di sepanjang jalan. Persamaan lainnya, sang tukang pos harus merencanakan rute perjalanannya agar ia hanya melewati setiap ruas jalan tepat sekali, begitu juga dengan supir angkot. Ia juga harus melewati setiap ruas jalan tepat sekali agar tidak boros bensin dan agar para penumpang bisa lebih cepat tiba di tujuannya. Tetapi ada sedikit perbedaan antara permasalahan jalur angkutan kota dengan persoalan tukang pos Cina. Pada persoalan tukang pos Cina, tukang pos harus kembali ke tempat semula ketika ia sudah selesai mengantarkan semua surat-suratnya sehingga akan membentuk suatu sirkuit Euler. Sedangkan pada pembuatan jalur angkutan kota, supir angkot tidak kembali lagi ke tempat asalnya, tetapi ia menuju ke terminal atau pemberhentian yang lain sehingga akan membentuk suatu lintasan Euler. Sebenarnya tidak ada aturan yang pasti mengenai hal ini sehingga jalur angkutan kota bisa saja dibuat seperti rute tukang pos, yaitu suatu jalur yang

berputar dan kembali ke tempat asalnya (suatu sirkuit).

Bab ini akan membahas empat persoalan yang kemungkinan besar akan ditemui dalam pembuatan jalur angkutan kota, yaitu jika jalan merupakan lintasan Euler, sirkuit Euler, atau beupa lintasan dan jalur Euler.

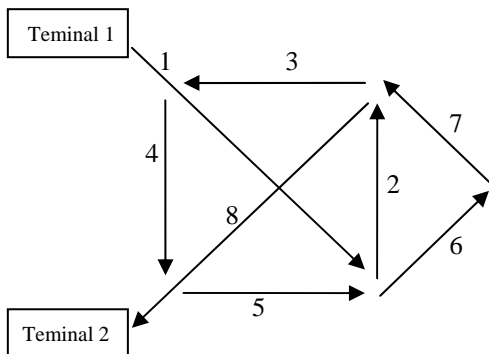
#### 4.1 Jalan berupa lintasan Euler

Persoalan pertama yang akan dibahas adalah jika jalan yang akan dilewati angkutan kota berupa lintasan Euler. Jalan berupa lintasan Euler merupakan jalan yang mudah untuk dibuat rute angkutan kotanya. Jalan inilah yang digunakan oleh angkutan-angkutan kota pada umumnya, yaitu dari terminal yang satu ke terminal yang lainnya. Contoh jalan yang berupa lintasan Euler dapat dilihat pada Gambar 4.



Gambar 4 : Contoh jalan yang berupa lintasan Euler

Pada contoh jalan di atas, setiap persimpangan jalan mempunyai cabang yang berjumlah genap, kecuali dua persimpangan yang mempunyai jumlah cabang yang ganjil. Hal ini sesuai dengan syarat cukup dan perlu agar suatu graf disebut graf semi Euler, yaitu jika dan hanya jika setiap simpul di dalam graf berderajat genap kecuali dua jumlah simpul yang berderajat ganjil. Hal ini dikarenakan simpul awal tidak sama dengan simpul akhir. Pembuatan jalur pada lintasan Euler sama dengan jalur angkutan kota pada umumnya, di mana sang supir mulai berangkat dari satu terminal menuju ke terminal lainnya, seperti terlihat pada Gambar 5.

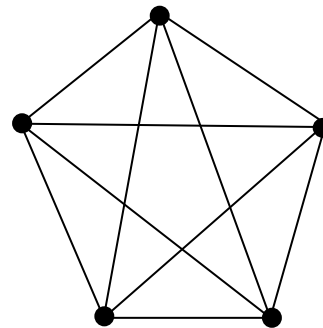


Gambar 5 : Contoh jalur angkot yang bisa dibuat

Jalan dengan lintasan Euler hanya membutuhkan satu jenis angkutan kota saja untuk dapat melewati setiap ruas jalan yang ada. Sedangkan jumlah angkutan kota yang dibutuhkan tergantung pada rute jalan yang dilewati. Jika rute yang dilewati panjang, maka akan membutuhkan angkutan kota dengan jumlah yang banyak. Hal ini dilakukan agar para penumpang tidak menunggu angkutan kotanya terlalu lama. Jika rute yang dilewati tidak terlalu panjang, maka tidak memerlukan angkutan kota yang banyak. Jika pada rute jalan yang tidak terlalu panjang tersebut dioperasikan banyak angkutan kota, maka para supir angkutan kota tersebut akan mengalami persaingan yang sulit untuk mendapatkan penumpang, sehingga segala cara akan dihalalkan, terutama *ngetem*.

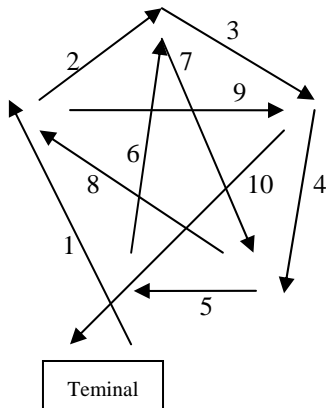
#### 4.2 Jalan berupa sirkuit Euler

Persoalan selanjutnya adalah jika jalan yang akan dilewati angkutan kota berupa sirkuit Euler. Jalan berupa sirkuit Euler juga mudah untuk dibuat rute angkutan kotanya karena pembuatan rutenya hampir sama dengan jalan yang berupa lintasan Euler. Perbedaannya terletak pada tujuan akhir angkutan kota tersebut. Jika pada jalan yang berupa lintasan Euler tujuan akhirnya adalah terminal lain, maka pada jalan yang berupa sirkuit Euler tujuan akhirnya adalah terminal tempat dia berangkat. Contoh jalan yang berupa sirkuit Euler dapat dilihat pada Gambar 5.



Gambar 6 : Contoh jalan yang berupa sirkuit Euler

Pada contoh jalan di atas, setiap persimpangan jalan mempunyai jumlah cabang yang sama, yaitu bercabang empat. Hal ini sesuai dengan syarat cukup dan perlu agar suatu graf disebut graf Euler, yaitu jika dan hanya jika setiap simpul di dalam graf berderajat genap. Pembuatan jalur pada sirkuit Euler hampir sama dengan pembuatan jalur pada lintasan Euler, tetapi tujuan akhirnya adalah terminal tempat angkutan kota tersebut berangkat, seperti terlihat pada Gambar 7.

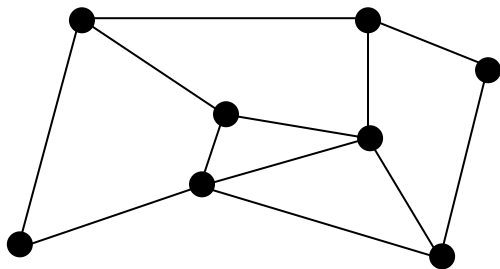


Gambar 7 : Contoh jalur angkot yang bisa dibuat

Jalan dengan sirkuit Euler juga hanya membutuhkan satu jenis angkutan kota saja untuk dapat melewati setiap ruas jalan yang ada. Jumlah angkutan kota yang dibutuhkan juga tergantung pada rute jalan yang dilewati. Jika rute yang dilewati panjang, maka akan membutuhkan angkutan kota dengan jumlah yang banyak. Alasannya sama dengan pembuatan rute pada lintasan Euler, yaitu agar penumpang tidak menunggu angkutan kotanya terlalu lama. Jika rute yang dilewati tidak terlalu panjang, maka tidak memerlukan angkutan kota yang terlalu banyak. Alasannya juga sama dengan pembuatan rute pada lintasan Euler.

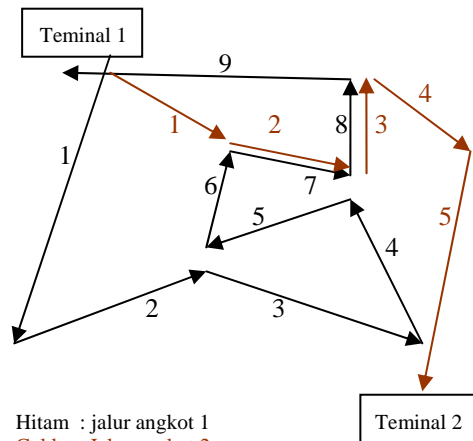
#### 4.3 Jalan berupa lintasan dan sirkuit Euler

Selanjutnya adalah jika jalan yang akan dilewati berupa gabungan dari lintasan dan sirkuit Euler. Membuat jalur angkotnya tidaklah semudah kedua persoalan di atas. Pada jalan yang seperti ini harus dilihat terlebih dahulu jalur mana yang bisa dibuat lintasan atau sirkuit Eulernya. Ketika satu jalur sudah dibuat, maka kita tinggal membuat jalur lain yang tidak melewati jalur yang pertama. Contoh jalan yang berupa lintasan dan sirkuit Euler dapat dilihat pada Gambar 8.



Gambar 8 : Contoh jalur yang berupa lintasan dan sirkuit Euler

Terkadang tidak mungkin untuk membuat jalur lain tanpa melewati jalur yang pertama. Untuk mengatasi masalah ini, mau tidak mau kita harus menggunakan lebih dari satu jenis angkot pada beberapa ruas jalan. Salah satu angkot (angkot yang berada pada sirkuit Euler) akan kembali ke tempat asalnya/terminal keberangkatannya dan angkot yang lainnya (angkot yang berada pada lintasan Euler) akan menuju ke tempat/terminal lainnya. Pembuatan jalur angkotnya dapat dilihat pada Gambar 9.



Hitam : jalur angkot 1  
Coklat : Jalur angkot 2

Gambar 9 : Contoh jalur angkot yang bisa dibuat

Pada contoh di atas, tidak mungkin hanya menggunakan satu jenis angkot untuk melewati semua ruas jalan, minimal akan diperlukan dua jenis angkot. Angkot 1 pada gambar melewati jalur yang merupakan sirkuit Euler, sehingga angkot dari terminal satu tersebut akan kembali ke lagi terminal satu. Sedangkan angkot 2 melewati jalur yang merupakan lintasan Euler, sehingga angkot dari terminal satu tersebut akan menuju ke terminal dua.

Adanya dua jenis angkot dalam satu ruas jalan terkadang akan membingungkan para penumpang dalam menentukan angkot yang akan mereka pakai. Untuk meminimalkan masalah yang akan terjadi, maka ruas jalan yang sama-sama dilewati kedua angkot harus dibuat sependek mungkin. Pada gambar di atas, terdapat dua jalan yang dilewati oleh kedua angkot. Kedua jalan tersebut dipilih karena merupakan jalan terpendek yang dilewati kedua angkot.

## 5. KESIMPULAN

Dengan pembuatan jalur angkutan kota yang rapi dan teratur, maka permasalahan tentang transportasi dapat dikurangi. Para supir angkot

akan mengurangi frekuensi *ngetem* mereka karena hanya ada satu atau dua jenis angkot yang melewati jalan sama. Kemacetan yang biasa terjadi juga akan berkurang karena jumlah supir angkot yang biasa *ngetem* akan berkurang. Para pemakai angkutan kota juga akan lebih mudah dalam menentukan angkot mana yang akan mereka naiki karena hanya ada satu atau dua jenis angkot dan juga karena jalur angkot mereka jelas.

Jalur angkutan kota akan lebih mudah dibuat jika jalan yang akan dilewati berupa sirkuit Euler atau pun lintasan Euler, tetapi tidak keduanya. Jika jalan berupa sirkuit Euler dan lintasan Euler maka akan lebih sulit menentukan jalur angkutan kotanya karena harus dibuat salah satu jalur lebih dahulu baru kemudian dibuat jalur yang lain. Kesulitan lainnya adalah dalam menentukan ruas jalan mana yang sebaiknya dipakai bersama-sama. Ruas jalan yang dilewati bersama sebaiknya dipilih jalan yang paling pendek sehingga tidak terlalu merugikan para supir angkot.

Selanjutnya mengenai jumlah angkot yang dioperasikan pada suatu rute. Sebaiknya jumlah angkot yang dioperasikan disesuaikan dengan panjang rute angkot dari tempat asal ke tujuannya. Jika rute angkotnya jauh, maka jumlah angkot yang dioperasikan harus cukup banyak sehingga para penumpang yang akan naik angkot tidak menunggu angkot terlalu lama. Sebaliknya jika rute angkotnya tidak terlalu jauh, jumlah angkot yang dioperasikan tidak perlu terlalu banyak. Hal ini dilakukan juga demi kenyamanan para supir angkot. Mereka akan berpikir dua kali untuk *ngetem*, karena jika mereka *ngetem* kesempatan mereka untuk mendapatkan penumpang akan berkurang.

#### DAFTAR REFERENSI

- [1] Munir, Rinaldi, Buku Teks Ilmu Komputer Matematika Diskrit, Informatika Bandung, 2005, hal.353 - 437.
- [2] The Chinese Postman Problem - History of Problem  
<http://people.bath.ac.uk/tjs20/historyofproblem.htm>  
Diakses pada tanggal 30 Desember 2007  
pukul 13.16
- [3] Chinese Postman Problem  
<http://eie507.eie.polyu.edu.hk/ss-submission/B7a/>  
Diakses pada tanggal 30 Desember 2007  
pukul 13.52