

Aplikasi Kombinatorial dan Peluang Diskrit Untuk Menyelesaikan Masalah-Masalah dalam Hukum Pewarisan Mendel

Andri Rizki Aminulloh
13506033

Program Studi Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung
Email: if16033@students.if.itb.ac.id

Abstrak

Makalah ini membahas aplikasi beberapa teori kombinatorial dan peluang diskrit untuk menyelesaikan beberapa masalah di dalam Hukum Pewarisan Sifat Mendel. Adapun teori-teori kombinatorial yang digunakan adalah kaidah dasar menghitung, kombinasi, peluang diskrit dan pohon.

Hukum Pewarisan Mendel adalah hukum mengenai pewarisan sifat pada organisme yang dijabarkan oleh Gregor Johann Mendel dalam karyanya 'Percobaan mengenai Persilangan Tanaman'. Hukum ini terdiri dari dua bagian:

1. Hukum segregasi secara bebas (Ing. *independent segregation*) dari Mendel, juga dikenal sebagai **Hukum Pertama Mendel**. Secara garis besar, hukum ini mencakup tiga pokok:
 - Gen memiliki bentuk-bentuk alternatif yang mengatur variasi pada karakter. Ini adalah konsep mengenai alel.
 - Setiap individu membawa sepasang gen, satu dari tetua jantan dan satu dari tetua betina.
 - Jika sepasang gen ini merupakan dua alel yang berbeda, alel dominan akan terekspresikan. Alel resesif, yang tidak terekspresikan, tetap akan diwariskan pada gamet yang dibentuk.
2. Hukum berpasangan secara bebas (Ing. *independent assortment*) dari Mendel, juga dikenal sebagai **Hukum Kedua Mendel**. Hukum ini menjelaskan bahwa pola penurunan suatu sifat tidak mempengaruhi pola penurunan sifat yang lain.

Dalam Hukum Pewarisan Mendel ternyata ditemukan beberapa masalah yang berhubungan dengan cara pengaturan yang dapat diselesaikan dengan kombinatorial. Diantaranya adalah mencari jumlah gamet, dan sebagainya.

Kata Kunci : genotip, fenotip, dominan, resesif,

1. Pendahuluan

Kombinatorial adalah cabang matematika yang mempelajari pengaturan objek-objek. Solusi yang dapat diperoleh dengan kombinatorial adalah jumlah cara pengaturan objek-objek tertentu di dalam himpunannya.

Teori kombinatorial yang banyak digunakan dalam makalah ini adalah kaidah perkalian dan kombinasi bentuk umum.

Di dalam kombinatorial, kita harus menghitung semua kemungkinan pengaturan objek. Bila percobaan 1 mempunyai p hasil percobaan yang mungkin terjadi, percobaan 2 menghasilkan q percobaan, maka jika keduanya dilakukan bersamaan, percobaan tersebut

menghasilkan $p \times q$ kemungkinan. Ini disebut juga dengan kaidah perkalian.

Kombinasi adalah jumlah pemilihan tidak urut dari sebuah himpunan elemen. Kombinasi untuk umum biasanya dituliskan dengan notasi $C(n,m)$, dimana n adalah jumlah pemilihan dan m adalah jumlah elemen.

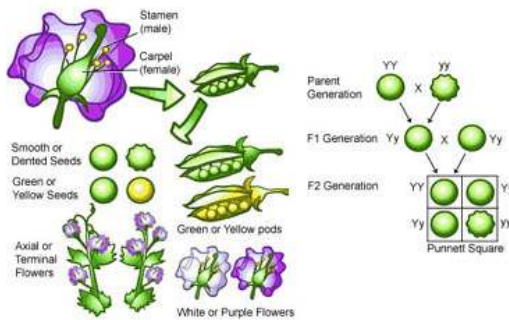
$$C(n, m) = \frac{n!}{m!(n - m)!}$$

Antara Kombinatorial dan teori peluang sebenarnya terkait erat. Teori peluang banyak menggunakan konsep-konsep kombinatorial. Kombinatorial didasarkan pada percobaan. Himpunan hasil

percobaan tersebut dinamakan ruang contoh dan hasil percobaan di dalam himpunan tersebut dinamakan titik contoh. Peluang terjadinya sebuah titik contoh dalam sebuah ruang contoh dinamakan peluang diskrit.

Dalam Hukum Pewarisan Mendel ternyata ditemukan beberapa masalah yang berhubungan dengan cara pengaturan yang dapat diselesaikan dengan kombinatorial dan teori peluang.

2. Hukum Pewarisan Mendel



Gambar 1 Percobaan Mendel

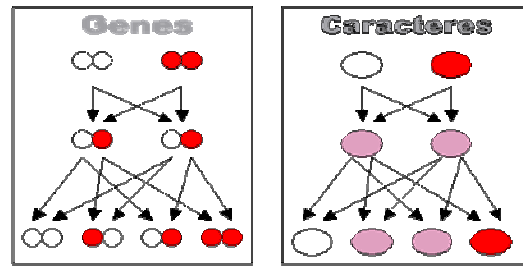
Hukum Pewarisan Mendel adalah hukum mengenai pewarisan sifat pada organisme yang dijabarkan oleh Gregor Johann Mendel dalam karyanya 'Percobaan mengenai Persilangan Tanaman'. Hukum ini terdiri dari dua bagian:

1. Hukum segregasi secara bebas (Ing. *independent segregation*) dari Mendel, juga dikenal sebagai **Hukum Pertama Mendel**. Secara garis besar, hukum ini mencakup tiga pokok:

- Gen memiliki bentuk-bentuk alternatif yang mengatur variasi pada karakter. Ini adalah konsep mengenai alel.
- Setiap individu membawa sepasang gen, satu dari tetua jantan dan satu dari tetua betina.
- Jika sepasang gen ini merupakan dua alel yang berbeda, alel dominan akan terekspresikan. Alel resesif, yang tidak terekspresikan, tetap akan diwariskan pada gamet yang dibentuk.

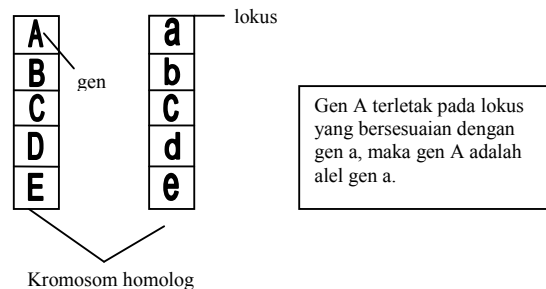
2. Hukum berpasangan secara bebas (Ing. *independent assortment*) dari Mendel, juga dikenal sebagai **Hukum Kedua Mendel**. Hukum ini menjelaskan bahwa pola penurunan suatu sifat tidak mempengaruhi pola penurunan sifat yang lain.

DON DIEGO DE NOCHE



Gambar 2 Hukum Pewarisan Mendel

Gen adalah unit terkecil bahan-bahan sifat menurun yang terletak berderet teratur pada kromosom. Lokasi gen pada kromosom disebut lokus. Tiap lokus meemuat satu gen. Tiap-tiap gen mengandung satuan informasi genetik dan mengatur sifat menurun tertentu. Gen dapat berduplikasi pada saat terjadi pembelahan sel artinya dapat membentuk gen yang serupa sedemikian sehingga dapat menyampaikan informasi genetik pada keturunannya. Gen selalu berpasangan. Anggota dari sepasang gen yang terletak pada lokus yang bersesuaian dari kromosom homolognya (kromosom pasangannya) disebut alel.



Gambar 3 Gen Pada Kromosom

Pada beberapa sifat dapat ditemukan gen dengan alel lebih dari satu. Contohnya golongan darah. Misalkan gen untuk golongan darah adalah I, maka untuk system golongan darah ABO dapat dituliskan sebagai berikut.

Seri Alel: I^A, I^B, I^O
 Golongan Darah A: $I^A I^O / I^A I^A$
 Golongan Darah B: $I^B I^O / I^B I^B$
 Golongan Darah AB: $I^A I^B$
 Golongan Darah O: $I^O I^O$

Dalam Hukum Pewarisan Mendel terdapat beberapa istilah yang perlu untuk diketahui. Istilah-istilah tersebut adalah sebagai berikut:

- *Parental* : Induk dari sebuah keturunan, baik jantan maupun betina
- *Fillal* : Keturunan dari induk, biasanya dilambangkan F yang diikuti dengan angka berdasarkan tingkat keturunannya. (contoh: F_1 untuk fillal pertama, F_2 untuk fillal kedua,

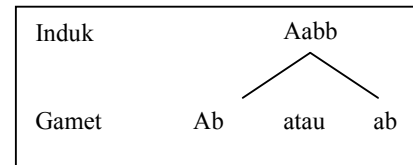
yang merupakan fillal pertama dari F_1 , dan seterusnya)

- **Hibrid** : Hasil perkawinan antara 2 individu dengan perbedaan sifat dari masing-masing individu
- **Fenotip** : suatu karakteristik (baik struktural, biokimiawi, fisiologis, dan perilaku) yang dapat diamati dari suatu organisme yang diatur oleh genotipe dan lingkungan serta interaksi keduanya.
- **Genotip**: istilah yang dipakai untuk menyatakan keadaan genetik dari suatu individu atau sekumpulan individu populasi.. Dibagi menjadi 2:
 1. Genotip Homozigot: pasangan gen sama. Contoh: AA, aa, AAAa, AAbb
 2. Genotip Heterozigot. Contoh: Aa, Bb, AaBB, AABbccDd
- Sifat gen
 1. Dominan : sifat gen yang tidak dapat dipengaruhi oleh gen lain, dalam hokum pewarisan Mendel biasanya dilambangkan dengan huruf kapital.
 2. Resesif sifat gen yang dipengaruhi oleh gen lain. Fenotipe dari gen ini hanya akan muncul jika tidak ad gen dominant
 3. Intermedier : Sifat dimana jika suatu individu memiliki gen dominan dan gen resesif yang mempengaruhi suatu sifat secara bersamaan, maka menghasilkan suatu fenotipe yang lain.

Untuk lebih jelasnya tentang sifat gen ini mari kita lihat contoh berikut ini.

Misalnya warna bunga pada sebuah tanaman dipengaruhi oleh gen M dan m. Gen M mewakili warna merah dan gen m mewakili warna putih. Gen M bersifat dominan. Maka, jika terdapat minimal satu gen M, fenotipe yang akan muncul adalah merah. Sebaliknya jika tidak ada satupun gen M yang berarti semua gen yang dimiliki tanaman ini adalah m maka fenotipe yang muncul adalah putih.
- **Gamet** : Dalam ilmu biologi biasa disebut juga dengan istilah sel kelamin. Gamet adalah hasil pembelahan sel pada sebuah individu yang nantinya akan melebur dengan gamet lain – yang berasal dari individu yang berjenis kelamin berbeda – dan membentuk individu baru. Secara genetika gamet memiliki separuh kromosom induknya. Kromosom- kromosom yang terdapat pada gamet adalah kromosom yang terpisah dari pasangannya, sehingga setiap sifat pada individu tersebut akan diwakili oleh sebuah gen (bukan berpasangan seperti pada

individu). Contoh : Misalkan gamet seekor tikus memiliki gen Ab dimana induknya memiliki gen Aa untuk warna bulunya dan gen bb untuk panjang ekornya.



Gambar 4 Gamet

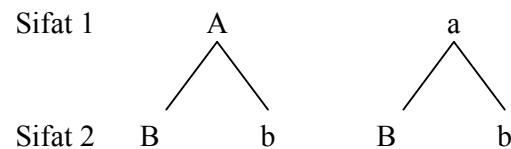
3. Aplikasi Kombinatorial

3.1 Mencari Jumlah Kemungkinan Gamet

Untuk menghasilkan sebuah keturunan sebuah individu harus menghasilkan sebuah gamet yang nantinya akan melebur dengan gamet dari lawan jenisnya. Dari penjelasan diatas dapat disimpulkan bahwa gen yang terdapat dalam sebuah gamet bergantung pada gen yang dimiliki induknya, Jika gen induknya hanya terdiri dari satu jenis maka kemungkinan jenis gamet yang terbentuk hanya satu. Sebaliknya jika gen induknya terdiri dari berbagai jenis, maka kemungkinan jenis gametnya pun lebih banyak.

Kita dapat lihat kembali contoh sebelumnya. Pada contoh tersebut seekor tikus memiliki gen Aabb. Untuk warna bulunya tikus tersebut memiliki 2 jenis gen dan 1 jenis gen untuk panjang ekornya sehingga terdapat 2 kemungkinan gamet yang terbentuk seperti terlihat pada gambar 2. Sekarang mari kita misalkan seekor tikus lain memiliki gen AaBb. Untuk kedua sifatnya tikus yang satu ini memiliki masing-masing 2 jenis gen. Maka, kemungkinan jenis gamet yang dapat terbentuk adalah AB, Ab, aB, ab (4 buah). Kita dapat menghitung jumlah kemungkinannya dengan menuliskan semua kemungkinannya, tetapi akan menjadi masalah ketika kita akan menentukan jumlah kemungkinan dengan banyak sifat.

Dalam masalah ini kita dapat menggunakan kaidah perkalian untuk menemukan solusinya. Untuk contoh yang terakhir dapat digambarkan dengan diagram sebagai berikut



Gambar 5 Diagram Gamet

Karena pada setiap gamet pasti terdapat satu alel dari setiap pasangan gen, maka jumlah gamet tergantung pada jumlah pasangan gen heterozigot. Untuk contoh diatas dapat kita tuliskan seperti dibawah ini:

	Sifat 1	Sifat 2
Kemungkinan	A/a	B/b
Σ Kemungkinan	2	2

Menurut kaidah perkalian jumlah gamet yang dapat terbentuk = $2 \times 2 = 4 = 2^2$

Untuk kasus lain misalkan terdapat suatu sifat dengan gen trihibrid(memiliki 3 pasangan gen yang berbeda) AABbCc, maka perhitungannya menjadi seperti berikut:

	Sifat 1	Sifat 2	Sifat 3
Kemungkinan	A	B/b	C/c
Σ Kemungkinan	1	2	2

Maka jumlah gamet yang dapat terbentuk = $1 \times 2 \times 2 = 4 = 2^2$

Dari kedua contoh tersebut dapat kita asumsikan bahwa untuk menghitung jumlah kombinasi gamet kita dapat tentukan sebuah rumus yaitu 2^n , dimana n adalah jumlah pasangan gen heterozigot.

Mencari jumlah kemungkinan gamet berguna untuk menghitung jumlah kemungkinan kombinasi yang dapat dibentuk dari perkawinan gamet.

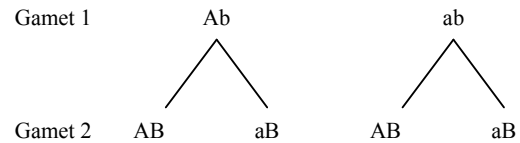
3.2 Mencari Jumlah Kombinasi Hasil Perkawinan

Hasil perkawinan 2 buah gamet akan menghasilkan sebuah kombinasi gen. Kombinasi gen yang terbentuk bergantung kepada gamet-gamet pembentuknya. Oleh karena itu jumlah kombinasi hasil perkawinan yang dapat terbentuk bergantung pada jumlah gamet yang dapat terbentuk dari masing-masing induknya.

Misalkan tikus Aabb diatas kawin dengan tikus AaBB maka harus ada salah satu dari sekian kemungkinan gamet dari masing-masing individu. Setelah melebur maka kedua gamet tersebut akan membentuk seekor tikus dengan gen hasil kombinasi 2 gamet. Jika kita lihat kembali kemungkinan-kemungkinan gamet yang dapat terbentuk dari masing-masing tikus, maka dapat kita tuliskan kemungkinan kombinasinya seperti berikut: AABb, AaBb, AaBb, aaBb.

Kita dapat lihat bahwa terdapat beberapa hasil kombinasi yang sama yang dihasilkan dari perkawinan yang berbeda.

Jika perkawinan ini digambarkan dengan diagram, maka akan menjadi seperti berikut



Gambar 3 Diagram perkawinan

Berdasarkan kaidah perkalian kemungkinan-kemungkinan di atas dapat kita tuliskan seperti di bawah ini

	Gamet 1	Gamet 2
Kemungkinan	Ab/ab	AB/aB
Σ Kemungkinan	2	2

Maka jumlah kemungkinan kombinasi perkawinan dua buah gamet tersebut = $2 \times 2 = 4$.

Dari contoh diatas dapat kita asumsikan bahwa untuk mencari jumlah kemungkinan kombinasi perkawinan gamet dapat digunakan rumus Σ kombinasi = Σ gamet induk 1 x Σ gamet induk 2.

3.3 Mencari Rasio Fenotipe

Dari sebuah perkawinan dua buah gamet dapat terbentuk berbagai macam genotipe yang akan memunculkan beberapa fenotipe. Beberapa genotipe dapat memunculkan sebuah fenotipe yang sama. Jumlah fenotipe yang dapat terbentuk bergantung pada genotipe induk.

Jika salah satu induk memiliki genotip heterozigot untuk satu sifat, maka hasil perkawinannya akan menghasilkan 2 kemungkinan fenotip. Sedangkan jika semua genotip nya homozigot maka hanya ada satu kemungkinan kfenotip keturunan. Kemudian sesuai kaidah perkalian, jika terdapat n sifat maka berlaku 2^n kemungkinan untuk heterozigot.

Msalah selanjutnya adalah menentukan banyaknya genotip yang mewakili sebuah fenotipe. Perbandingan jumlah kombinasi genotipe untuk masing-masing fenotipe disebut rasio fenotipe.

Untuk menunjukkan cara mencari rasio fenotipe kita ambil satu contoh. Misalkan sebuah tanaman merah tinggi (MmTt) dengan gen M dominan mewakili Merah dan T dominan mewakili tinggi dikawinkan dengan tanaman merah pendek (Mmтт).

Pertama-tama kita cari dulu jumlah kombinasinya sesuai dengan cara di subbab 3.2. Jika dihitung dengan benar maka akan didapatkan 8 kombinasi.

Kemudian kita cari jumlah fenotipenya. Dari atas kita dapat lihat bahwa terdapat 2 sifat dengan gen dominan maka jumlah fenotipe = 4.

Setelah itu kita cari jumlah genotipe untuk masing-masing fenotipe. Untuk fenotipe pertam kita ambil fenotipe dengan gen M dan T. Kita dapat mencari banyaknya cara mendapatkan keturunan dengan genotipe M dengan kombinasi. Ada 3 kemungkinan untuk mendapatkan fenotipe merah($C(3,1)$). Kemudian cari banyaknya cara mendapatkan fenotipe tinggi, karena T besar hanya terdapat pada induk 2 maka banyak cara hanya 1.

Kemudian sesuai kaidah perkalian keduanya kita kalikan sehingga kita dapatkan rasio untuk fenotipe merah tinggi adalah $3 \times 1 = 3$

Cara yang sama dapat dilakukan untuk fenotipr yang lain sedemikian sehingga pada akhirnya akan kita daptkan rasio 3:3:1:1.

Merah Tinggi	Merah pendek	Putih pendek	Putih tinggi
3	3	1	1

3.4 Mencari Peluang Munculnya Fenotipe yang Diinginkan

Salah satu kegunaan dari Hukum Pewarisan Mendel adalah kita dapat menentukan kemungkinan keturunan yang kita inginkan. Hal ini sangat membantu para peneliti pertanian yang ingin menghasilkan tanaman dengan sifat-sifat unggul.

Dengan kombinatorial kita dapat menghitung dengan mudah jumlah kemungkinan munculnya keturunan yang diinginkan.

Kita ambil contoh seorang ilmuwan menginginkan sebuah tanaman berbuah lebat dan manis dari perkawinan tanaman bergenotipe MmBb dan MMBb. Misalkan gen yang mempengaruhi tanaman tersebut berbuah lebat adalah gen resesif b dan gen yang mempengaruhi kemanisan buah tersebut adalah gen dominan M.

Jika kita andaikan tiap lokus gen adalah sebuah kotak maka masing-masing kotak dapat diisi 2 buah M(masing-masing satu dari kedua induk), 1 buah m dari induk 1, 2 buah B, dan 2 buah b.

Untuk mendapatkan sifat lebat maka kita perlukan sepasang gen b. Oleh karena itu hanya ada satu cara agar 2 kotak terisi gen b($C(2,2)$). Untuk mendapatkan sifat manis hanya dibutuhkan 1 gen M. Maka banyaknya kemungkinan dapat kita hitung menggunakan teori kombinasi. Dalam contoh ini kita

dapat memilih satu dari 2 gen M, maka banyaknya cara agar muncul minimal 1 gen M adalah $C(2,1)$.

Maka sesuai dengan teori peluang, peluang munculnya hasil perkawinan yang berbuah lebat dan manis = $1 \times C(2,1)/8$. * adalah jumlah kemungkinan kombinasi.

Perhitungan dengan cara ini akan sangat membantu ketika kita dihadapkan pada sifat poligen.

Sifat poligen adalah sifat yang dipengaruhi oleh lebih dari satu pasang gen. Warna mata pada manusia adalah salah satu sifat poligen. Warna mata dipengaruhi oleh 4 pasang gen dan memiliki 9 fenotipe. Fenotipe-fenotipe tersebut dipengaruhi oleh banyaknya gen dominan pada poligen tersebut.

Tabel 1 Warna Mata Pada Manusia

Warna	Σ gen Dominan
Coklat Tua	8
Coklat Medium	7
Coklat Muda	6
Merah	5
Hijau	4
Abu-abu	3
Biru Tua	2
Biru Medium	1
Biru Muda	0

Mari kita ambil contoh untuk kasus poligen. Misalkan seorang pria bermata hijau menikah dengan wanita yang juga bermata hijau. Pasangan ini ingin mengetahui kemungkinan anak mereka bermata abu-abu.

Untuk mendapatkan anak yang bermata abu-abu, maka anak tersebut harus memiliki tiga gen dominan.

Dari kedua orang tua yang bermata hijau kita memiliki 8 gen dominan, 4 dari ayahnya dan 4 dari ibunya. Dari delapan gen dominan ini hanya dibutuhkan 3 gen dominan maka ada $C(8,3)$ cara untuk memilih gen dominan sedemikian sehingga kemungkinan anak mereka bermata abu-abu = $C(8,3) / 16 \times 16 = 56/256$.

4. Kesimpulan

Beberapa teori dalam matematika diskrit dapat diaplikasikan pada ilmu lain selain ilmu informatika dan salah satunya adlah genetika.

Teori-teori tersebut antara lain kombinatorial yang dapat digunakan dalam memecahkan beberapa masalah dalam Hukum Pewarisan Sifat Mendel seperti mencari jumlah gamet, mencari rasio fenotip dan sebagainya.

Selain kombinatorial, teori matematika diskrit lainnya yang dpat diaplikasikan dalam ilmu genetika adalah teori peluang diskrit yang dapat digunakan untuk

mencari kemungkinan munculnya keturunan dengan sifat tertentu.

5. Daftar Referensi

- [1] Wikipedia (2007).Gregor Mendel.
http://en.wikipedia.org/wiki/Gregor_Mendel.
Tanggal akses: 26 Desember 2007 pukul 11:00.
- [2] Wikipedia (2007). Mendel's Laws.
http://en.wikipedia.org/wiki/Mendelian_Inheritance. Tanggal akses: 26 Desember pukul 11:00.
- [3] Munir, Rinaldi. (2004). Diktat Kuliah IF2151 Matematika Diskrit Edisi Keempat. Departemen Teknik Informatika, Institut Teknologi Bandung.
- [4] Drs. Slamet Prawirohartono,Drs. Ono Herdiana. Prof.Dr. Suhargono (1995). SAINS Biologi. Bumi Aksara.