

# Kekurangan Logika Matematika Dalam Usaha Simulasi Logika Kognitif

Larsa Pranza Rahila Faby – NIM 13506008

Program Studi Teknik Informatika  
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika  
Institut Teknologi Bandung  
Jl. Ganesha 10, Bandung

E-mail: [if16008@students.if.itb.ac.id](mailto:if16008@students.if.itb.ac.id)  
[http://students.itb.ac.id/~agent\\_g2](http://students.itb.ac.id/~agent_g2)

## Abstrak

Pada awalnya, logika matematika digunakan untuk penotasian cara penarikan kesimpulan dalam berbagai bidang. Kemudian maksud ini beralih menjadi pembentukan suatu fondasi logika yang solid untuk matematika. Dengan dasar ini dibentuklah logika predikat, dengan *first order predicate*/kalkulus predikat sebagai teori utamanya. Kalkulus predikat dikatakan mampu menotasikan semua argumentasi yang diberikan oleh *natural language*. Walaupun kalkulus predikat dikatakan sebagai teori logika dalam matematika yang paling sempurna, kalkulus predikat belum bisa mensimulasikan sepenuhnya cara berpikir manusia, terutama penalaran manusia dan cara penarikan kesimpulannya. Hal ini disebabkan oleh perbedaan asumsi yang dipakai oleh sistem penalaran manusia dan sistem penalaran logika matematika pada umumnya.

**Kata kunci :** Kecerdasan buatan, logika kognitif, logika matematika, Penalaran, Aristotelean logic, *first-order predicate logic*/kalkulus predikat.

## 1. PENDAHULUAN

Ada pernyataan menarik yang dikemukakan oleh mantan Presiden Amerika Serikat, Thomas Jefferson sebagaimana dikutip oleh Copi (1978): “In a republican nation, whose citizen are to be led by reason and persuasion and not by force, the art of reasoning becomes of first importance.” Pernyataan ini menyatakan betapa pentingnya logika, penalaran (reasoning), dan argumentasi untuk dipelajari dan dikembangkan di suatu negara. Hal ini akan membuat setiap warga negara akan dipimpin dengan daya nalar (otak) dan bukannya dengan kekuatan (otot) saja.

Keberadaan logika tidak hanya penting dalam masalah politik dan kewarganegaraan saja. Banyak bidang ilmu-ilmu sains yang juga sangat membutuhkan kemampuan bernalar manusia. Secara etimologis, kata logika berasal dari bahasa Yunani ‘*logos*’ yang berarti kata, ucapan, pikiran secara utuh, atau bisa juga berarti ilmu pengetahuan (Kusumah, 1986). Dalam arti yang

luas, logika adalah suatu cabang ilmu yang mengkaji penurunan-penurunan kesimpulan yang sah (valid, *correct*) dan yang tidak sah (invalid, *incorrect*). Proses berpikir yang terjadi di saat menurunkan atau menarik kesimpulan dari pernyataan-pernyataan yang diketahui benar atau yang dianggap benar itu sering juga disebut dengan penalaran (*reasoning*). Dengan kata lain, logika merupakan dasar dari semua penalaran.

Secara tradisional, logika dipelajari sebagai cabang dari filsafat, satu bagian dari *classical trivium*, yang terdiri dari tata bahasa, logika, dan *rhetoric* (kepandaian berbicara / pidato). Sejak pertengahan abad ke-19 *formal logic* (logika formal) telah mulai dipelajari dalam konteks dasar-dasar matematika, yang pada saat itu terkenal dengan sebutan *symbolic logic* (logika simbolis). Seiring berkembangnya pembelajaran mengenai formal logic, berbagai penelitian mengenai logika tidak lagi berpusat hanya pada masalah-masalah perfilasafatan. Studi dari logika formal ini yang berkuat di area matematika kemudian disebut sebagai logika matematika.

Logika matematika sangat berperan penting dalam percobaan pensimulasian kemampuan logika manusia. Akan tetapi, sistem simulasi yang ada sampai sekarang ini belum bisa menyamai, bahkan mendekati manusia. Hal ini disebabkan oleh kekurangan dari logika matematika dalam merepresentasikan logika manusia yang sebenarnya (logika kognitif).

## 2. Pokok-Pokok Penalaran

Pada dasarnya, setiap penalaran yang manusia lakukan biasanya terdiri dari beberapa komponen utama sebagai berikut:

1. sebuah *formal language* (bahasa formal) yang merepresentasikan pengetahuan (*knowledge*),
2. sebuah *semantic* yang memberikan arti dan menentukan nilai kebenaran dalam bahasa,
3. sekumpulan aturan dalam penarikan kesimpulan yang menurunkan pengetahuan baru,

4. sebuah *memory* (ingatan, media penyimpanan) yang menyimpan pengetahuan,
5. sebuah mekanisme control yang memilih premis-premis dan aturan-aturan di setiap langkah yang dilakukan.

Tiga komponen pertama dari hal tersebut di atas biasanya disebut sebagai logika, atau *bagian logika* dari sebuah sistem penalaran. Dua hal sisanya kemudian dianggap sebagai implementasi dari logika, atau disebut *bagian kontrol* dari sistem penalaran.

Saat ini, teori yang paling berpengaruh dalam melakukan bagian logika dari suatu sistem penalaran adalah logika matematika (*mathematical logic*), terutama *first-order predicate logic*. Sedangkan, untuk bagian kontrolnya adalah *theory of computability* dan *computational complexity*. Semua teori tersebut telah dianggap berfungsi dengan baik dalam beberapa bidang yang melibatkan sistem penalaran.

### 3. Logika Matematika

Logika matematika adalah cabang ilmu pengetahuan logika dan matematika. Logika matematika mempelajari tentang matematis ilmu logika dan aplikasinya ke dalam ruang lingkup matematika. Logika matematika juga memiliki kaitan erat dengan ilmu komputer dan logika filsafat. Lebih dari itu, logika matematika kadang dianggap sebagai ilmu yang bisa memetakan logika manusia.

Logika matematika sebenarnya mengacu kepada 2 ruang lingkup penelitian yang berbeda. Yang pertama adalah aplikasi teknik-teknik logika formal ke dalam matematika dan penalaran matematika. Sedangkan yang kedua, sebaliknya, adalah aplikasi dari teknik-teknik matematika ke dalam representasi dan analisis logika formal. Bisa dikatakan bahwa logika matematika menyatukan kekuatan ekspresi dari logika formal dan kekuatan deduksi dari sistem pembuktian formal (*formal proof system*).

Penggunaan matematika dalam hubungannya dengan logika dan filsafat dimulai pada zaman Yunani kuno. Beberapa hasil teori logika yang telah berhasil dan terkenal di kalangan para matematikawan barat diantaranya adalah *Teori silogisme* dari Aristotle dan *aksioma Euclid* untuk *geometri planar*. Sekitar tahun 1700, percobaan-percobaan untuk melakukan operasi-operasi logika formal dengan memakai simbol-simbol dan aljabar juga dilakukan oleh banyak matematikawan lain, termasuk Leibniz dan Lambert. Akan tetapi, informasi mengenai hasil pekerjaan mereka sangat sedikit dan jarang sekali ditemukan, yang karena itu tidak terlalu diketahui oleh publik.

#### 3.1 Logika Aristotelean

Logika Aristotelean (*aristotelean logic*) merupakan salah satu teori pendahulu dalam penerapan matematika pada logika. Penggunaan suatu kalimat-kalimat singkat dan simbol-simbol untuk menyatakan suatu pernyataan yang berkenaan dengan logika dimulai di sini. Kumpulan risalat-risalat logika yang ditulis oleh Aristotle dikenal dengan nama *Organon*. Dari banyak risalat yang ada dalam *Organon*, *The Prior Analytics* adalah salah satu risalat yang mengandung diskusi mengenai logika formal yang paling sistematis.

##### 3.1.1 Subjek dan Predikat

Logika Aristotelean dimulai dengan pemisahan subjek dan predikat secara gramatikal. *Subjek* adalah suatu kesatuan individu, contohnya seorang pria, sebuah rumah, atau sebuah kota. Subjek bisa juga merupakan suatu kumpulan suatu kesatuan individu, misalnya seluruh pria. Predikat adalah suatu property, atau suatu atribut, atau suatu mode keberadaan yang dimiliki atau tidak dimiliki oleh subjek. Contohnya, seorang pria (subjek) bisa memiliki atau tidak memiliki kemampuan memasak (predikat), dan semua pria di dunia (subjek) mungkin atau tidak mungkin bersaudara (predikat).

Prinsip fundamental yang mendasari penentuan predikat adalah:

1. *Identitas*. Semua hal adalah dirinya sendiri dan berlaku sesuai dengan kelakuannya masing-masing. Dalam simbol dinyatakan sebagai:

$$A \text{ is } A$$

Contohnya: sebuah biji jagung akan tumbuh menjadi pohon jagung, dan tidak menjadi yang lainnya.

2. *Non-contradiction*. Jika sesuatu hal didefinisikan sebagai A, maka tidaklah mungkin suatu hal menjadi A atau bukan A keduanya sekaligus. Sebuah predikat tidak mungkin sekaligus dimiliki dan tidak dimiliki oleh suatu subjek dalam suatu waktu tertentu. Tidak ada kontradiksi. Dalam simbol dinyatakan sebagai:

$$A \text{ and non-}A \text{ cannot both be the case}$$

Contohnya: seorang manusia tidak mungkin berada di suatu tempat dan tidak berada di tempat itu dalam waktu yang bersamaan.

3. *Either-or*. Predikat tertentu haruslah dimiliki atau tidak dimiliki oleh subjek tertentu pada suatu waktu tertentu. Dalam simbol dinyatakan sebagai:

$$\text{Either } A \text{ or non-}A$$

Contohnya: sebuah masyarakat hanya bisa berstatus merdeka atau tidak merdeka, tidak mungkin keduanya.

Ketiga prinsip-prinsip tersebut telah memberikan pengaruh yang sangat besar kepada para pemikir subsekuen. Misalnya saja, seorang intelektual abad 20 yang bernama Ayn Rand memberikan judul ketiga divisi utama dari novel filosofis *best-seller*-nya dengan ketiga prinsip tersebut, demi penghormatannya kepada Aristotle.

### 3.1.2 Silogisme

Berdasarkan kepada logika Aristotelean, unit dasar dari suatu penalaran adalah silogisme. Contohnya:

Nuri adalah seekor burung.  
Setiap burung bernafas dengan paru-paru.  
Jadi, Nuri bernafas dengan paru-paru.

Contoh tersebut di atas adalah sebuah silogisme. Dalam suatu representasi baku, silogisme dapat dinyatakan dengan bentuk seperti berikut:

Beberapa dari A adalah B.  
Semua B adalah C.  
Jadi, beberapa dari A adalah C.

Setiap silogisme terdiri dari dua premis dan satu konklusi (kesimpulan). Setiap premis dan konklusi berada pada salah satu dari empat keadaan berikut:

*Universal affirmative* : Semua A adalah B  
*Universal negative* : Semua A bukan B  
*Particular affirmative* : Beberapa A adalah B  
*Particular negative* : Beberapa A bukan B

Huruf A, B, C dikenal sebagai *Term*. Setiap silogisme mengandung tiga *term*. Dua premis awal selalu mengandung term yang sama dan umum yang tidak terdapat pada kesimpulan. Hal ini dinamakan *middle term*. Dalam contoh di atas *middle term* terdapat pada B, yaitu Burung.

Dalam pengklasifikasian berbagai macam jenis silogisme, harus diperhatikan bahwa terdapat beberapa kesimetrian. Khususnya “*no A is B*” dan “*no B is A*” (bukan A adalah B dan Bukan B adalah A) adalah ekuivalen, hal ini serupa dengan “*some A is B*” dan “*some B is A*”. Selanjutnya, urutan dari kedua premis dalam silogisme tidak menjadi masalah. Dengan memperhitungkan kesimetrisan ini, maka kita bisa menghitung terdapat 126 kemungkinan bentuk silogisme. Dari 126 bentuk tersebut, hanya 11 yang merupakan penarikan kesimpulan yang benar. Contohnya, bentuk dari:

*all A is B, all B is C, therefore all A is C*

(Semua A adalah B, semua B adalah c, maka semua A adalah C)

merupakan penarikan kesimpulan yang benar, sedangkan:

*all A is B, all B is C, therefore some A is C*  
(Semua A adalah B, semua B adalah c, maka beberapa dari A adalah C)

merupakan penarikan kesimpulan yang salah.

Klasifikasi dari silogisme membawa kita ke dalam teori yang lebih kompleks. Para pemikir abad pertengahan telah menyempurnakannya dan mengembangkan suatu *mnemonic* yang dapat membantu membedakan bentuk silogisme yang benar dan yang salah.

### 3.2 First Order Predicate Logic (Kalkulus Predikat)

Logika yang dipelajari sekarang ini adalah hal yang sama sekali berbeda dengan apa yang telah dipelajari sebelumnya, dan yang membuat perbedaan ini adalah sehubungan dengan ditemukannya Logika Predikat (*predicate logic*). Silogisme dari logika Aristotle menentukan bentuk yang diambil oleh bagian-bagian relevan dari sebuah pengambilan keputusan, sementara itu kalkulus predikat bisa menganalisis kalimat-kalimat ke dalam subjek dan argumen-argumen dalam berbagai cara yang berbeda-beda, yang pada akhirnya kalkulus predikat bisa digunakan untuk memecahkan *problem of multiple generality* (masalah dalam berbagai keadaan umum) yang telah membingungkan sebagian besar ahli-ahli logika abad pertengahan. Dengan menggunakan logika predikat ini, untuk pertama kalinya, para ahli-ahli logika bisa memberikan *quantifier* yang cukup umum untuk merepresentasikan semua argumen yang terdapat pada *natural language*.

Jika kita berbicara mengenai logika predikat, maka patut diperhatikan bahwa pada tahun 1879, filsuf berkebangsaan Jerman yang bernama *Gottlob Frege* menerbitkan sebuah risalat yang luar biasa, yang berjudul *the Begriffsschrift* (“Concept Script”). Monograp yang brilian ini dianggap sebagai asal muasal dari teori logika modern. Akan tetapi, dalam risalat milik Friege ini masih terdapat banyak kekurangan dalam beberapa bagian dan janggal dalam penotasiannya. Walaupun demikian, penemuan Frege ini tetap diakui.

Selain penemuan dari Frege, formulasi dari logika predikat yang sering digunakan sekarang adalah *first-order logic* atau yang biasa dikenal dengan *kalkulus predikat* yang tercatat dalam *Principle of Theoretical Logic* yang ditulis oleh *David Hilbert* dan *Wilhelm Ackerman* pada tahun 1928. *First order logic* dalam

hal ini merupakan dasar pendiri logika matematika modern.

Di dalam makalah ini tidak akan terlalu dibahas mengenai kalkulus predikat secara lebih mendalam. Di sini hanya akan disediakan beberapa poin penting yang membedakan kalkulus predikat dengan logika Aristotle. Beberapa poin tersebut diantaranya:

1. Di dalam kalkulus predikat didefinisikan bahwa subjek adalah hanya sebuah individu tidak pernah merupakan sekelompok individu. Karena subjek dalam kalkulus predikat ini hanyalah sebuah individu, maka subjek di sini lebih umum untuk disebutkan sebagai individual.
2. Kalkulus predikat memakai banyak simbol-simbol khusus untuk menotasikan sesuatu. Huruf kecil  $a, b, c, d, \dots, z$  digunakan untuk menyatakan individual. Huruf kapital  $M, N, P, Q, R, \dots$  digunakan untuk menyatakan predikat. Jika terdapat notasi seperti  $Ma$ , maka dikatakan bahwa  $a$  adalah argument untuk  $M$ .

3. Selain huruf kecil dan huruf kapital, kalkulus predikat juga menggunakan tujuh simbol khusus untuk menotasikan operator-operator logika. Ketujuh simbol khusus itu adalah:

$$\& \vee \sim \supset \equiv \forall \exists$$

Penggunaan dan arti dari simbol-simbol khusus tersebut terangkum dalam tabel 1.

4. sebuah formula adalah ekspresi yang memiliki arti dan dibangun oleh atom-atomnya dan digabungkan dengan menggunakan operator-operator logika.
5. kalkulus predikat memiliki kapabilitas yang besar dalam mengekspresikan suatu hal. Banyak pernyataan dalam *natural language* yang bisa direpresentasikan dengan baik oleh kalkulus predikat. Hal inilah yang kurang dimiliki oleh logika Aristotle.

Tabel 1: Nama dan Arti dari Operator Logika

Simbol	Nama	Penggunaan	Arti
$\&$	Conjunction	$\dots \& \dots$	“both . . . and . . .”
$\vee$	Disjunction	$\dots \vee \dots$	“either . . . or . . . (or both)”
$\sim$	Negation	$\sim \dots$	“it is not the case that . . .”
$\supset$	Implication	$\dots \supset \dots$	“if . . . then . . .”
$\equiv$	Bi-implication	$\dots \equiv \dots$	“. . . if and only if . . .”
$\forall$	Universal quantifier	$\forall \chi \dots$	“for all $x, \dots$ ”
$\exists$	Existential quantifier	$\exists \chi \dots$	“there exists $x$ such that . . .”

Catatan: dalam hal ini,  $x$  merupakan suatu variable

#### 4. Logika Kognitif vs Logika Matematika

Seperti yang telah dijelaskan sebelumnya, logika matematika, terutama *First Order Predicate Logic* dianggap sebagai teori yang saat ini paling berpengaruh dalam melakukan bagian logika dari suatu sistem penalaran. Akan tetapi, walaupun teori tersebut telah berfungsi dengan baik dalam beberapa bidang, aplikasinya dalam sains kognitif dan kecerdasan buatan memperlihatkan banyak perbedaan mendasar dengan penalaran manusia dalam situasi yang sama. Berikut akan dikemukakan perbedaan antara logika manusia dan logika matematika.

##### 4.1 Uncertainty (Ketidakpastian)

Teori-teori tradisional mengenai penalaran dianggap pasti (*certain*) dalam berbagai aspek, sementara itu, penalaran manusia yang sebenarnya sering tidak pasti (*uncertain*) dalam aspek-aspek tersebut.

1. Arti dari sebuah *term* (terminologi) dalam logika matematika ditentukan berdasarkan sebuah

interpretasi, karena itu maknanya tidak berubah selama sistem berjalan. Akan tetapi kebalikannya, arti dari suatu *term* dalam pikiran manusia sering sekali berubah sesuai dengan pengalaman manusia tersebut dan konteks pembahasannya. Contoh: apakah yang dimaksud dengan “language”?

2. Dalam logika matematika, sebuah *term* majemuk (*compound term*) benar-benar diartikan sesuai dengan definisinya, yang mana *term* tersebut diartikan sesuai dengan arti dari komponen-komponen penyusun tunggalnya dan operator-operator logika yang menghubungkan komponen-komponen tersebut. Sebaliknya, dalam pemikiran manusia, sebuah *term* majemuk jarang bisa diperlakukan demikian sepenuhnya, walaupun sebenarnya masih berkaitan. Contohnya: apakah “blackboard” (papan tulis) adalah benar-benar sebuah *black board* (papan hitam)?
3. Dalam logika matematika, sebuah pernyataan hanya bernilai benar atau salah, sedangkan

manusia sering sekali menempatkan nilai kebenaran dari suatu pernyataan diantara benar dan salah. Contohnya: Apakah “Besok akan berawan” bernilai benar atau salah?

4. Dalam logika matematika, nilai kebenaran suatu pernyataan tidak akan berubah seiring berjalannya waktu. Akan tetapi, manusia sering memperbarui pengertian mereka setelah mendapatkan informasi baru. Contoh: setelah mengetahui bahwa paus sebenarnya adalah mamalia, akankah kita memperbarui pengertian kita tentang paus, seandainya saat itu kita hanya mengetahui bahwa paus adalah ikan (piscis)?
5. Dalam logika matematika, suatu kontradiksi dapat membawa kita ke dalam suatu “pembuktian”. Sedangkan adanya suatu kontradiksi dalam pemikiran manusia tidak akan memberikan pembuktian apa-apa.
6. Dalam sistem penalaran tradisional, proses penarikan kesimpulan mengikuti suatu algoritma tertentu, sehingga hasilnya bisa diramalkan pada awal proses. Sedangkan pada pemikiran manusia, proses penarikan kesimpulan kadang tidak bisa ditebak, bahkan kadang penarikan kesimpulannya mengarah ke sesuatu yang sama sekali tidak diantisipasi sebelumnya.
7. Dalam sistem penalaran tradisional, proses mendapatkan suatu kesimpulan bisa dijelaskan dengan baik dan bisa diulangi persis sama. Sedangkan pemikiran manusia kadang menghasilkan suatu kesimpulan yang sumber dan cara penarikannya tidak dapat ditelusuri ulang. Contohnya: pernahkah kita berkata “saya tidak tahu mengapa saya mempercayai hal itu. Itu hanya intuisi saya saja”?
8. Dalam sistem penalaran tradisional, setiap proses penarikan kesimpulan mempunyai tujuan yang pasti dan setelah tujuan itu tercapai, proses terhenti. Sedangkan pada pemikiran manusia, walaupun proses penalarannya juga diarahkan oleh berbagai tujuan tertentu, tujuan tersebut jarang sekali bisa tercapai sepenuhnya. Contohnya: Pernahkah kita berusaha mencari tujuan penting hidup kita? Kapan kita bisa berhenti berpikir mengenai hal tersebut?

#### 4.2 Penarikan Kesimpulan Non-deductive

Semua aturan penarikan kesimpulan dari setiap logika tradisional mengikuti aturan deduksi, di mana kebenaran dari premis menjamin kebenaran dari konklusinya. Singkatnya, dalam mendeduksikan suatu informasi, kesimpulan sebenarnya sudah terdapat secara implisit dalam setiap premisnya, dan penarikan kesimpulan hanya “membuka” hal tersebut.

Contohnya: dari “Robin adalah burung” dan “Burung mempunyai bulu”, adalah sah untuk menyebutkan “Robin mempunyai bulu.”

Akan tetapi dalam penalaran sehari-hari terdapat aturan penarikan kesimpulan yang lain, yang kesimpulannya seakan mengandung informasi yang tidak terdapat dalam premis-premisnya. Aturan lainnya tersebut adalah:

1. *Induksi*, yang menghasilkan sesuatu yang bersifat umum dari hal-hal yang bersifat khusus. Contoh: dari “Robin adalah burung” dan “Robin mempunyai bulu”, bisa didapat “Burung mempunyai bulu.”
2. *Abduksi (abduction)*, yang memberikan penjelasan untuk kasus-kasus tertentu. Contoh: dari “Burung mempunyai bulu” dan “Robin mempunyai bulu”, bisa didapat “Robin adalah burung.”
3. *Analogi*, yang bisa memberikan hasil yang hampir serupa. Contoh: dari “Walet hamper serupa dengan Robin” dan “Robin mempunyai bulu”, bisa didapat “Walet mempunyai bulu.”

Semua penarikan kesimpulan tersebut tidak ada yang menjamin kebenaran dari kesimpulan yang didapat, walaupun setiap premisnya benar. Oleh karena itu, aturan-aturan tersebut tidak sah di dalam logika tradisional. Akan tetapi di sisi lain, aturan penarikan kesimpulan tersebut terlihat memainkan peranan penting dalam pembelajaran dan pemikiran kreatif. Jika semua aturan tersebut tidak sah menurut teori tradisional, maka bagaimana kita bisa tahu bahwa penarikan kesimpulan tersebut bisa lebih baik dari hanya asal tebak?

#### 4.3 Paradoks

Logika tradisional sering sekali menghasilkan kesimpulan yang berbeda dengan yang biasa dihasilkan oleh manusia.

*Sorites paradox*: Jika kita menumpuk gandum dan mengambil satu biji saja, maka tumpukan gandum tersebut tetap saja merupakan suatu tumpukan. Jadi, tidak mungkin satu biji gandum bisa membuat perbedaan apakah itu merupakan suatu tumpukan atau bukan. Jika dianggap satu biji gandum tidak bisa membuat suatu tumpukan gandum, maka kemudian dua biji juga tidak, tiga juga tidak, dan seterusnya. Pada akhirnya akan terlihat bahwa berapapun jumlah biji gandumnya tidak akan bisa membuat suatu tumpukan gandum.

*Implication paradox*: Logika tradisional menggunakan “ $P \rightarrow Q$ ” untuk mengindikasikan “Jika P maka Q”.

Menurut definisi, implikasi proposisi tersebut akan benar apabila P Salah atau Q benar. Akan tetapi “jika  $1+1=3$ , maka bulan terbuat dari keju” tidak terkesan benar.

*Confirmation paradox:* Gagak hitam biasa dijadikan bukti positif bahwa “Semua gagak berwarna hitam.” Untuk alasan yang sama, non-gagak non-hitam bisa dijadikan bukti positif bahwa “Semua yang tidak berwarna hitam adalah bukan gagak.” Karena kedua pernyataan tersebut ekuivalen menurut logika tradisional, maka karung goni berwarna putih juga merupakan bukti bahwa “semua gagak berwarna hitam”, yang mana kontra-intuitif.

*Wason's selection task:* Jika diperlihatkan 4 kartu yang bertuliskan A, B, 4, dan 7 secara berurutan kemudian dibalik dan diberikan suatu aturan untuk di uji: “jika pada satu sisi, sebuah kartu bertuliskan huruf vocal, maka kartu pada sisi yang lainnya akan bertuliskan angka genap.” Kartu mana yang harus dibuka untuk menentukan nilai kebenaran dari aturan tersebut? Menurut logika tradisional, jawabannya adalah A dan 7, tetapi kita seringkali memilih A dan 4.

## 5. Perbedaan Asumsi dalam Penalaran

Semua problem yang dipaparkan pada bagian sebelumnya tidak ada yang baru. Bahkan sebenarnya setiap problem tersebut telah ditemukan pemecahannya dalam berbagai bentuk logika dan penalaran non klasikal. Akan tetapi, beberapa solusi tersebut mencoba untuk menghadapi setiap problem secara terpisah, bukan dalam satu kesatuan.

Terdapat suatu kesamaan yang umum pada beberapa masalah tersebut, yaitu pemecahannya terletak di luar matematika. Pada zaman Aristotle, tujuan dari ilmu logika adalah untuk mencari sebuah bentuk abstrak dari sebuah penarikan kesimpulan yang sah dalam semua bidang. Tujuan ini berubah semenjak memasuki zaman Frege. Pada saat itu tujuannya adalah untuk membangun suatu fondasi logika yang solid untuk matematika. Atas dasar alasan ini, para ahli logika mengembangkan sebuah logika baru untuk memodelkan penarikan kesimpulan yang sah dalam matematika, khususnya proses deduksi biner yang bisa menurunkan suatu teorema dari suatu aksioma dan postulat.

Lalu, apakah perbedaan “logika kognitif” yang digunakan dalam kehidupan sehari-hari dan “logika matematika” yang digunakan dalam matematika? Kunci perbedaannya terletak pada dasar yang dijadikan asumsi saat proses penalaran tersebut dilangsungkan. Asumsi yang diberikan berkenaan dengan cukup atau tidaknya pengetahuan atau sumber-sumber lain yang dibutuhkan dalam

menyelesaikan masalah yang sedang dihadapi. Berdasarkan aspek ini, bisa dikembangkan tiga tipe sistem penalaran:

### 1. sistem yang murni aksiomatis.

Sistem ini didesain berdasarkan asumsi bahwa pengetahuan dan sumber-sumber lain yang dibutuhkan sudah cukup. Semua pengetahuan yang relevan sudah tersisipkan sepenuhnya dalam aksioma dan setiap pernyataan tidak mempunyai batasan waktu. Dengan ini, sistem tidak akan mempunyai kemampuan untuk meningkatkan kapasitasnya dan beradaptasi dengan lingkungannya.

### 2. sistem yang semi aksiomatis

Sistem ini didesain berdasarkan asumsi bahwa pengetahuan dan sumber-sumber lain yang dibutuhkan belum cukup hanya dalam beberapa aspek. Oleh karena itu diperlukan sedikit adaptasi sistem. Walaupun demikian, dalam sistem ini *defaults* dan fakta-fakta biasanya tidak dapat diubah, dan tekanan waktu tidak terlalu diperhatikan. Kebanyakan dari logika-logika non-klasikal yang berlaku saat sekarang berada pada sistem ini.

### 3. sistem yang tidak aksiomatis.

Dalam sistem ini, asumsi ketidakcukupan sumber data dan pengetahuan dijadikan sebagai dasarnya. Hal ini disebabkan karena di luar matematika, sebuah sistem sering ditemukan harus bekerja dengan keterbatasan pengetahuan dan sumber-sumber data. Dengan demikian, sistem ini bekerja dengan batasan-batasan sebagai berikut:

*Finite:* Sistem memiliki kapasitas pemroses informasi yang konstan.

*Realtime:* Setiap tugas yang dikerjakan memiliki batasan waktu.

*Open:* Sistem tidak membatasi pengalaman yang bisa diterima, selama mereka bisa direpresentasikan dalam bahasa *interface* yang bersangkutan.

Untuk sistem penalaran tradisional, hal-hal tersebut biasanya memerlukan intervensi manusia, atau menyebabkan sistem menolak tugas atau pengetahuan yang terlibat. Akan tetapi, bagi sebuah sistem non-aksiomatis, keadaan tersebut adalah keadaan normal, dan harus bisa diatur dengan baik oleh sistemnya sendiri. Untuk menghadapi situasi tersebut, desain dari sebuah sistem penalaran harus diubah secara mendasar.

## 6. Kesimpulan

Logika matematika belum mampu memetakan seluruh penalaran manusia. Hal ini disebabkan oleh kompleksnya asumsi yang harus diterapkan kepada suatu sistem penalaran agar bisa sesuai dengan penalaran manusia. Dengan demikian, belum bisa dibuat suatu sistem simulasi yang bisa mensimulasikan sepenuhnya kemampuan logika kognitif manusia.

### DAFTAR REFERENSI

- [1] Bergamini, David. 1982. *MATEMATIKA*. Jakarta: Tira Pustaka. Hal: 170-175.
- [2] Munir, Rinaldi. (2004). *Bahan Kuliah IF2153 Matematika Diskrit*. Bandung: Departemen Teknik Informatika, Institut Teknologi Bandung.
- [3] Stephen G. Simpson. 1999. *Logic and Mathematics*. Papers. Department of Mathematics, Pennsylvania State University.
- [4] Wang, P. (\_\_\_\_). *Cognitive Logic versus Mathematical Logic*. Papers. Department of Computer and Information Sciences, Temple University.
- [5] Deductive Reasoning, Wikipedia Online, URL: [http://en.wikipedia.org/deductive\\_reasoning.html](http://en.wikipedia.org/deductive_reasoning.html)  
Waktu akses: Kamis, 26-12-2007  
Pukul: 10.30 - 10.35
- [6] Logic, Wikipedia Online, URL: <http://en.wikipedia.org/logic.html>  
Waktu akses: Kamis, 26-12-2007  
Pukul: 10.14 - 10.20
- [7] Mathematical Logic, Wikipedia Online, URL: [http://en.wikipedia.org/mathematical\\_logic.html](http://en.wikipedia.org/mathematical_logic.html)  
Waktu akses: Kamis, 26-12-2007  
Pukul: 10.21 - 10.25