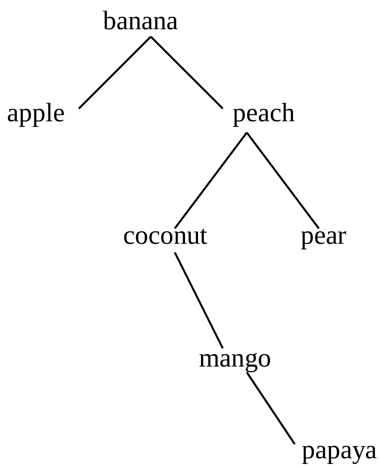
Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung

Nama :………………………….
NIM/Kelas :………………………….
T.tangan :………………………….

Kuis ke-4 IF2153 Matematika Diskrit (3 SKS) – Pohon dan Kompleksitas Algoritma
Dosen: Rinaldi Munir & Harlili
Kamis, 13 Desember 2007
Waktu: 50 menit

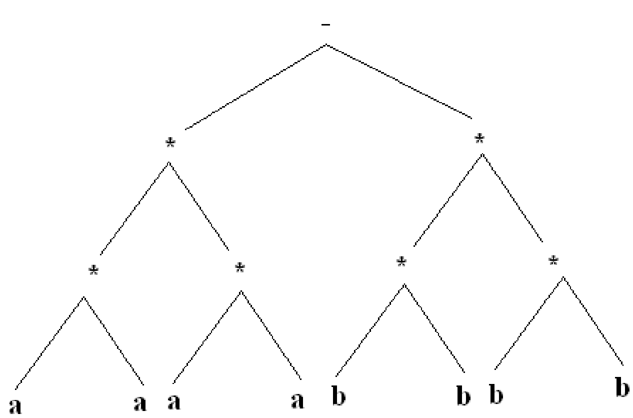
1. Gambarkan pohon pencarian (*search tree*) untuk kata-kata: *banana*, *peach*, *apple*, *pear*, *coconut*, *mango*, dan *papaya* berdasarkan urutan alfabet.

Penyelesaian:



2. Gambarkan pohon ekspresi dengan kedalaman paling minimum untuk $a^4 - b^4$ dengan tidak menggunakan simpul ^ (pangkat), tetapi hanya menggunakan simpul *a*, *b*, *, dan –.

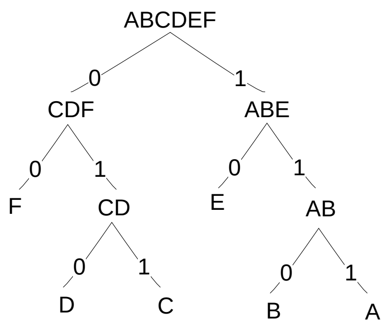
Penyelesaian:



3. Berikan kode Huffman untuk tiap simbol berikut (dengan frekuensi yang diberikan). Gambarkan pula pohon Huffman yang terbentuk dan tentukan kode Huffman untuk setiap simbol.

A : 0.08	B : 0.10	C : 0.12	D : 0.15	E : 0.20	F : 0.35

Penyelesaian:



A : 111	B : 110	C : 011	D : 010	E : 10	F : 00

4. Tentukan nilai Ω-besar dari $T(n) = n + n \log n$, dimana n adalah bilangan bulat positif.

Penyelesaian:

$T(n) = n + n \log n \geq n + n = 2n = 2 \,.\, n$

Sehingga $T(n) = n + n \log n = \Omega(n)$

5. Diberikan potongan program dalam Bahasa C sebagai berikut:

```
int i,j,a,n;
int a = 0;
for (i=0; i<n*n; i++)
    for (j=0; j≤i; j++)
        a = a + i*j;
```

Berapa kompleksitas waktu asimptotik algoritma tersebut (dalam notasi O-besar), berikan alasannya!

Penyelesaian:

Dalam kasus ini terdapat 2 buah pengulangan, yaitu:

a. pengulangan bagian dalam, dengan kompleksitas waktu asimptotik *O(i)*
b. pengulangan bagian luar, dengan kompleksitas waktu asimptotik:

$$\sum_{i=0}^{n^2} O(i) = O\left(\frac{n^2(n^2+1)}{2}\right) = O(n^4)$$

6. Perlihatkan bahwa $n^2 = O(2^n)$ tapi tidak berlaku sebaliknya.

Penyelesaian:

Bukti untuk $n^2 = O(2^n)$. Diperoleh $n^2 \leq 2^n$ untuk semua $n \geq 4$.

Bukti bahwa $2^n \neq O(n^2)$. Tidak akan ada konstanta C sehingga $2^n \leq Cn^2$ untuk semua $n \geq n_0$.

7. Berikan estimasi O-besar , Ω-besar, dan Θ-besar untuk $T(n) = 1^3 + 2^3 + .. + n^3$, dimana n adalah bilangan bulat positif.

Penyelesaian:

$T(n) = 1^3 + 2^3 + .. + n^3 = (1 + 2 + \ldots + n)^2 = (\frac{1}{2}n(n+1))^2 = \frac{1}{4}n^2(n^2+2n+1) =$

$\frac{1}{4}n^4 + \frac{1}{2}n^3 + \frac{1}{4}n^2 \leq \frac{1}{4}n^4 + \frac{1}{2}n^4 + \frac{1}{4}n^4 = n^4$

Sehingga $T(n) = 1^3 + 2^3 + .. + n^3 = O(n^4)$