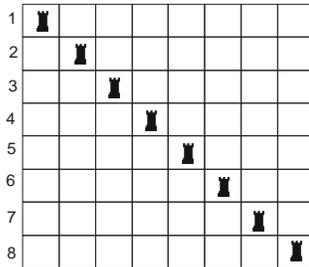


Kuis ke-3 IF2153 Matematika Diskrit (3 SKS) – Kombinatorial dan Graf
 Dosen: Rinaldi Munir & Harlili
 Kamis, 19 November 2007
 Waktu: 50 menit

1. Tentukan banyaknya cara menempatkan benteng pada papan catur berukuran 8×8 sehingga tidak terdapat benteng yang saling menyerang (yaitu, tidak terletak pada baris yang sama atau kolom yang sama).

Solusi:

Contoh :



Karena terdapat 8 benteng, 8 kolom, 8 baris maka benteng pasti terletak pada baris dan kolom yang berbeda. Perhatikan masing-masing baris.

Banyaknya cara menempatkan benteng pada baris 1 = 8

Banyaknya cara menempatkan benteng pada baris 2 = 7 (karena satu kolom telah diambil pada baris pertama, sehingga tersisa 7 kolom untuk ditempati)

.....

Banyaknya cara menempatkan benteng pada baris 8 = 1

Sehingga banyaknya cara menempatkan benteng adalah $8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 8!$

2. Tentukan banyaknya deret $a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq a_4 \leq a_5$ dengan $a_i \in \{1, 2, 3, \dots, 500\}$.

Solusi:

Deret tersebut merupakan kombinasi dari $\{1, 2, 3, \dots, 500\}$ dengan adanya pengulangan (misalkan 1, 1, 1, 2, 3 atau 1, 2, 2, 5, 100). Banyaknya kombinasi k dari n dengan pengulangan adalah $C(n+k-1, k)$. Sehingga untuk $k = 5$ dan $n = 500$, banyaknya deret dengan kondisi seperti di atas adalah $C(500+5-1, 5) = C(504, 5)$

3. Berapa kemungkinan untuk mengambil 5 buah kartu dari tumpukan 52 kartu *bridge* dengan paling sedikit 2 buah kartu As (kartu bernilai 1)?

Solusi:

Kemungkinan kartu yang terambil terdiri dari tepat 2 kartu As (dan 3 kartu sisanya bukan kartu As) adalah

$$C(48,3) \cdot C(4,2) = 17296 \cdot 6 = 103776$$

Kemungkinan kartu yang terambil terdiri dari tepat 3 kartu As adalah

$$C(48,2) \cdot C(4,3) = 1128 \cdot 4 = 4512$$

Kemungkinan kartu yang terambil terdiri dari tepat 4 kartu As adalah

$$C(48,1) \cdot C(4,4) = 48 \cdot 1 = 48$$

Kemungkinan total adalah

$$103776 + 4512 + 48 = 108336 \text{ kemungkinan}$$

4. Berapa jumlah maksimum dan jumlah minimum simpul pada graf sederhana yang mempunyai 12 buah sisi dan tiap simpul berderajat ≥ 3 ?

Solusi:

Jumlah sisi pada graf teratur berderajat r adalah $e = nr/2$

Jadi, $n = 2e/r = (2)(12)/r = 24/r$

Untuk $r = 3$, jumlah simpul yang dapat dibuat adalah maksimum, yaitu $n = 24/3 = 8$

Untuk r yang lain ($r > 3$ dan r merupakan pembagi bilangan bulat dari 24),

$$r = 4 \rightarrow n = 24/4 = 6$$

$$r = 6 \rightarrow n = 24/6 = 4 \rightarrow \text{tidak mungkin membentuk graf sederhana}$$

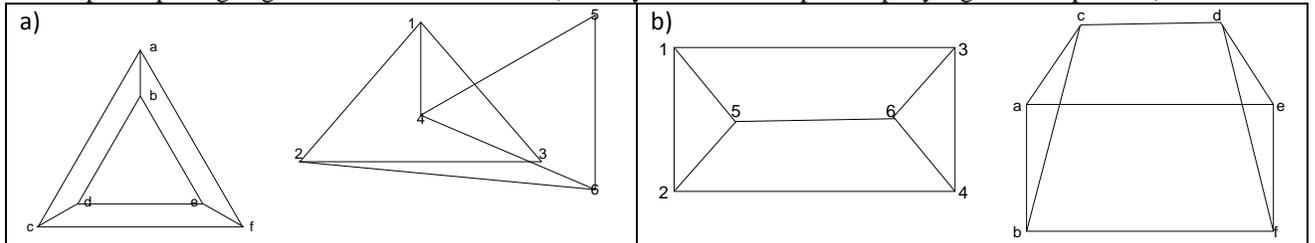
$$r = 8 \rightarrow n = 24/8 = 3 \rightarrow \text{tidak mungkin membentuk graf sederhana}$$

$$r = 12 \rightarrow n = 24/12 = 2 \rightarrow \text{tidak mungkin membentuk graf sederhana}$$

$$r = 24 \rightarrow n = 24/24 = 1 \rightarrow \text{tidak mungkin membentuk graf sederhana}$$

Jadi, jumlah simpul paling sedikit 6 buah dan paling banyak 8 buah.

5. Apakah pasangan graf dibawah ini isomorfik (kalau iya tentukan simpul-simpul yang berkorespondensi)



Solusi:

- a. Tidak isomorfik
- b. Isomorfik

6. Mungkinkah dibuat graf-sederhana 5 simpul dengan derajat masing-masing simpul adalah:

- a) 5, 2, 3, 2, 4
- b) 4, 4, 3, 2, 3
- c) 3, 3, 2, 3, 2
- d) 4, 4, 1, 3, 2

Jika mungkin, berikan satu contohnya, jika tidak mungkin, berikan alasan singkat.

Solusi:

- a) Tidak mungkin, karena ada simpul berderajat 5
- b) Mungkin [contoh banyak]
- c) Tidak mungkin, karena jumlah simpul berderajat ganjil ada 3 buah (alasan lain, karena jumlah derajat ganjil)
- d) Tidak mungkin, karena simpul-1 dan simpul-2 harus bertetangga dengan simpul sisanya, berarti simpul-3 minimal berderajat 2 (kontradiksi dengan simpul-3 berderajat 1)

Jawablah pada halaman kosong di bawah ini dan halaman dibaliknya. Jika tidak cukup gunakan kertas tambahan. Tandatangani dulu pernyataan ini (tidak menandatangani, berkas tidak diperiksa):

Saya menyatakan bahwa ujian ini dikerjakan dengan jujur (tanpa melakukan kecurangan)

(.....)

