

Kuis ke-1 IF2153 Matematika Diskrit (3 SKS) - Logika, Himpunan, Relasi, dan Fungsi
Dosen: Rinaldi Munir & Harlili
Kamis, 20 September 2007
Waktu: 50 menit

- Proposisi: Karena Sabtu dan Minggu lalu diadakan penutupan acara PMB 2007, acara kumpul rutin Unit Tenis Meja (UTM) dibatalkan dan rapat ITB Open ditunda hingga hari ini.
(a) Nyatakan proposisi di atas dalam notasi simbolik (ekspresi logika) (7,5)
(b) Tuliskan inversinya. (7,5)
- Tentukan validitas argumen berikut:
Mahasiswa diperbolehkan mengambil mata kuliah Matematika Diskrit jika telah melewati tahun pertama dua dan berada pada semester ganjil. Mahasiswa jurusan Farmasi tidak diperbolehkan mengambil mata kuliah Matematika Diskrit. Dengan demikian mahasiswa jurusan Farmasi belum melewati tahun pertama atau sedang berada pada semester genap. (20)
- Berapa banyak bilangan bulat antara 1 dan 300 (termasuk 1 dan 300) yang habis dibagi 3 atau 5 tetapi tidak habis dibagi 15? (15)
- Misalkan A , B , dan C adalah himpunan. Buktikan dengan hukum-hukum himpunan bahwa
 $(A - B) \cap (A - C) = A - (B \cup C)$. (15)
- Fungsi Ackermann adalah fungsi rekursif dengan dua peubah bilangan bulat yang didefinisikan sbb:
(i) jika $m = 0$, maka $A(m, n) = n + 1$;
(ii) jika $m \neq 0$ dan $n = 0$, maka $A(m, n) = A(m - 1, 1)$;
(iii) jika $m \neq 0$ dan $n \neq 0$, maka $A(m, n) = A(m - 1, A(m, n - 1))$.
Tentukan nilai $A(1, 4)$! (15)
- Misalkan R adalah relasi yang didefinisikan pada himpunan bilangan bulat, yaitu $R: |x| \leq |y|$
(a) Apakah R refleksif (ya/tidak)? Alasan?
(a) Apakah R menghantar (ya/tidak)? Alasan?
(b) Apakah R setangkup (ya/tidak)? Alasan?
(c) Apakah R tolak-setangkup (ya/tidak)? Alasan?. (20)

Solusi:

- p : Sabtu dua minggu lalu diadakan penutupan PMB 2007
 q : acara kumpul rutin UATM dibatalkan
 r : rapat ITB Open ditunda hingga hari ini

Invers : $\sim p \rightarrow \sim q \vee \sim r$

Jika Sabtu dua minggu lalu tidak diadakan penutupan PMB 2007, acara kumpul rutin UATM tidak akan dibatalkan atau rapat ITB Open tidak akan ditunda hingga hari ini

Proposisi yang terlibat:

p : Mahasiswa diperbolehkan mengambil mata kuliah Matematika Diskrit

q : Mahasiswa telah melewati semester dua

r : Mahasiswa sedang berada pada semester ganjil

Pernyataan tersebut ekuivalen dengan:

$$\frac{(q \wedge r) \rightarrow p}{\sim p} \\ \sim q \vee \sim r$$

Pembuktian hukum:

$$\frac{(q \wedge r) \rightarrow p}{\sim p} \\ \sim(q \wedge r) \quad (\text{modus Tollens})$$

$$\equiv \sim q \vee \sim r \quad (\text{De Morgan})$$

Berdasarkan tabel kebenaran:

p	q	r	$\sim q$	$\sim r$	$q \wedge r$	$(q \wedge r) \rightarrow p$	$\sim p$	$\sim q \vee \sim r$	$((q \wedge r) \rightarrow p) \wedge \sim p$	$((q \wedge r) \rightarrow p) \wedge \sim p \rightarrow (\sim q \vee \sim r)$
T	T	T	F	F	T	T	F	F	F	T
T	T	F	F	T	F	T	F	T	F	T
T	F	T	T	F	F	T	F	T	F	T
T	F	F	T	T	F	T	F	T	F	T
F	T	T	F	F	T	F	T	F	F	T
F	T	F	F	T	F	T	T	T	T	T
F	F	T	T	F	F	T	T	T	T	T
F	F	F	T	T	F	T	T	T	T	T

Karena pada akhir tabel, diperoleh nilai T di semua baris, maka pernyataan tersebut **bernilai benar**

2. Misalkan p = banyaknya bilangan bulat antara 1 – 300 yang habis dibagi 3
 q = banyaknya bilangan bulat antara 1 – 300 yang habis dibagi 5
 r = banyaknya bilangan bulat antara 1 – 300 yang habis dibagi 15
 s = banyaknya bilangan bulat antara 1 – 300 yang habis dibagi 3 atau 5 tetapi tidak habis dibagi 15

Maka,

$$n(p) = 300/3 = 100, n(q) = 300/5 = 60$$

$$n(p \cap q) = 300/15 = 20 = n(r)$$

$$n(t) = n(p) + n(q) - 2 \cdot n(p \cap q) \\ = 100 + 60 - 2 \cdot 20 = 100 + 60 - 40 = 120$$

3. $(A - B) \cap (A - C) = (A \cap \bar{B}) \cap (A \cap \bar{C})$ (Definisi Selisih)
 $= A \cap (\bar{B} \cap \bar{C})$ (Hukum Distributif)
 $= A \cap \overline{B \cup C}$ (Hukum DeMorgan)
 $= A - (B \cup C)$ (Definisi Selisih)

4. $A(1,4)$
 $= A(0, A(1,3))$
 $= A(0, A(0, A(1,2)))$
 $= A(0, A(0, A(0, A(1,1))))$
 $= A(0, A(0, A(0, A(0, A(0,1))))$
 $= A(0, A(0, A(0, A(0, 2))))$
 $= A(0, A(0, A(0, 3)))$
 $= A(0, A(0, 4))$
 $= A(0, 5)$
 $= 6$

5. a) Ya, karena untuk setiap x anggota bilangan bulat $|x| \leq |x|$ yang berarti (x, x) anggota R .
b) Ya, karena untuk setiap x, y, z anggota himpunan bilangan bulat jika $|x| \leq |y|$ dan $|y| \leq |z|$ maka $|x| \leq |z|$.
c) Tidak. Ambil $x = 3$ dan $y = 4$. $(3, 4)$ anggota R karena $|3| \leq |4|$ tetapi $(4, 3)$ bukan anggota R karena tidak benar bahwa $|4| \leq |3|$.

- d) Tidak. Ambil $x = 3$ dan $y = -3$. Diketahui bahwa $(3, -3)$ dan $(-3, 3)$ keduanya anggota R namun $3 \neq -3$. Hal ini berarti relasi tersebut tidak tolak-setangkep.