

Contoh 1.36

Diberikan pernyataan “Tidak benar bahwa dia belajar Algoritma tetapi tidak belajar Matematika”.

- (a) Nyatakan pernyataan di atas dalam notasi simbolik (ekspresi logika)
- (b) Berikan pernyataan yang ekuivalen secara logika dengan pernyataan tersebut
(Petunjuk: gunakan hukum De Morgan)

Penyelesaian:

Misalkan

p : Dia belajar Algoritma

q : Dia belajar Matematika

maka,

(a) $\sim (p \wedge \sim q)$

(b) $\sim (p \wedge \sim q) \Leftrightarrow \sim p \vee q$ (Hukum De Morgan)

dengan kata lain: “Dia tidak belajar Algoritma atau belajar Matematika”



Contoh 1.37

Untuk menerangkan mutu sebuah hotel, misalkan p : Pelayanannya baik, dan q : Tarif kamarnya murah, r : Hotelnya berbintang tiga.

Terjemahkan proposisi-proposisi berikut dalam notasi simbolik (menggunakan p, q, r):

- (a) Tarif kamarnya murah, tapi pelayanannya buruk.
- (b) Tarif kamarnya mahal atau pelayanannya baik, namun tidak keduanya.
- (c) Salah bahwa hotel berbintang tiga berarti tarif kamarnya murah dan pelayanannya buruk.

Penyelesaian:

(a) $q \wedge \sim p$

(b) $\sim q \oplus p$

(c) $\sim (r \rightarrow (q \wedge \sim p))$



Contoh 1.39

Nyatakan pernyataan berikut “Anda tidak dapat terdaftar sebagai pemilih dalam Pemilu jika anda berusia di bawah 17 tahun kecuali kalau anda sudah menikah”.

Penyelesaian:

Misalkan

p : Anda berusia di bawah 17 tahun.

q : Anda sudah menikah.

r : Anda dapat terdaftar sebagai pemilih dalam Pemilu.

maka pernyataan di atas dapat ditulis sebagai

$$(p \wedge \sim q) \rightarrow \sim r$$



Contoh 1.40

Diberikan pernyataan “Perlu memiliki *password* yang sah agar anda bisa *log on* ke *server*”

- (a) Nyatakan pernyataan di atas dalam bentuk proposisi “jika p , maka q ”.
- (b) Tentukan ingkaran, konvers, invers, dan kontraposisi dari pernyataan tersebut.

Penyelesaian:

Misalkan

p : Anda bisa *log on* ke *server*

q : Memiliki *password* yang sah

maka

(a) Jika anda bisa *log on* ke *server* maka anda memiliki *password* yang sah

(b) 1) Ingkaran:

“Anda bisa *log on* ke *server* dan anda tidak memiliki *password* yang sah”

2) Konvers:

“Jika anda memiliki *password* yang sah maka anda bisa *log on* ke *server*”

3) Invers:

“Jika anda tidak bisa *log on* ke *server* maka anda tidak memiliki *password* yang sah”

4) Kontraposisi :

“Jika anda tidak memiliki *password* yang sah maka anda tidak bisa *log on* ke *server*”



Contoh 1.41

Diberikan pernyataan “Untuk mendapatkan satu kupon undian, Anda cukup membeli dua produk senilai Rp 50.000,-”.

- (a) Nyatakan pernyataan di atas dalam bentuk proposisi “jika p , maka q ”.
- (b) Tentukan ingkaran, konvers, invers, dan kontraposisi dari pernyataan tersebut.

Penyelesaian:

Misalkan

p : Anda mendapatkan satu kupon undian

q : Anda membeli dua produk senilai Rp 50.000,-

maka

- (a) Jika Anda membeli dua produk senilai Rp. 50.000,-, maka Anda mendapatkan satu kupon undian.
- (b) 1) Ingkaran:
“Anda membeli dua produk senilai Rp. 50.000,- dan Anda tidak mendapatkan satu kupon undian.”

2) Konvers:

“Jika Anda mendapatkan satu kupon undian, maka Anda membeli dua produk Rp. 50.000,-”

3) Invers:

“Jika Anda tidak membeli dua produk senilai Rp. 50.000,-, maka Anda tidak mendapatkan satu kupon undian.”

4) Kontraposisi :

“Jika Anda tidak mendapatkan satu kupon undian, maka Anda tidak membeli dua produk senilai Rp. 50.000,-”



Contoh 1.42

Tentukan ingkaran dan kontraposisi dari pernyataan berikut: “Dia tidak pergi ke kampus maupun ke perpustakaan bilamana hari ini hujan”.

Penyelesaian:

Misalkan

p : Dia pergi ke kampus

q : Dia pergi ke perpustakaan

r : Hari ini hujan

Maka kalimat di atas dapat dituliskan dalam bentuk:

$$r \rightarrow (\sim p \wedge \sim q)$$

Untuk menentukan ingkarannya, terapkan hukum-hukum logika sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \sim(r \rightarrow (\sim p \wedge \sim q)) &\Leftrightarrow \sim(\sim r \vee (\sim p \wedge \sim q)) \\ &\Leftrightarrow r \wedge \sim(\sim p \wedge \sim q) \\ &\Leftrightarrow r \wedge (p \vee q) \end{aligned}$$

Jadi ingkarannya adalah

“Hari ini hujan, dan dia pergi ke kampus atau ke perpustakaan”

Untuk menentukan kontraposisinya, terapkan hukum-hukum logika sebagai berikut:

$$\sim(\sim p \wedge \sim q) \rightarrow \sim r \Leftrightarrow (p \vee q) \rightarrow \sim r$$

Jadi kontraposisinya adalah

“Jika dia pergi ke kampus atau ke perpustakaan, maka hari ini tidak hujan”



Contoh 1.43

Tunjukkan bahwa $[\sim p \wedge (p \vee q)] \rightarrow q$ adalah tautologi.

Penyelesaian:

Buat tabel kebenaran sebagai berikut:

Tabel 1.21 Tabel kebenaran $[\sim p \wedge (p \vee q)] \rightarrow q$

p	q	$\sim p$	$p \vee q$	$\sim p \wedge (p \vee q)$	$[\sim p \wedge (p \vee q)] \rightarrow q$
T	T	F	T	F	T
T	F	F	T	F	T
F	T	T	T	T	T
F	T	T	F	F	T

Dari Tabel 1.21 terlihat bahwa $[\sim p \wedge (p \vee q)] \rightarrow q$ adalah tautologi.



Contoh 1.44

Sebagian besar orang percaya bahwa harimau Jawa sudah lama punah. Tetapi, pada suatu hari Amir membuat pernyataan-pernyataan kontroversial sebagai berikut:

- (a) Saya melihat harimau di hutan.
- (b) Jika saya melihat harimau di hutan, maka saya juga melihat srigala.

Misalkan kita diberitahu bahwa Amir kadang-kadang suka berbohong dan kadang-kadang jujur. Gunakan tabel kebenaran untuk memeriksa apakah Amir benar-benar melihat harimau di hutan?

Penyelesaian:

Misalkan

p : Amir melihat harimau di hutan

q : Amir melihat srigala

Pernyataan untuk soal (a) adalah p sedangkan pernyataan untuk (b) adalah $p \rightarrow q$. Tabel kebenaran untuk p dan $p \rightarrow q$ ditunjukkan pada Tabel 1.22.

Tabel 1.22 Tabel kebenaran p dan $p \rightarrow q$

p	q	$p \rightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

Bila Amir dianggap berbohong, maka apa yang dikatakan Amir itu keduanya salah, atau bila dia dianggap jujur maka apa yang dikatakan Amir itu keduanya benar. Tabel 1.22 menunjukkan bahwa mungkin bagi q dan $p \rightarrow q$ benar, tetapi tidak mungkin keduanya salah. Ini berarti Amir mengatakan yang sejujurnya, dan kita menyimpulkan bahwa Amir memang benar melihat harimau di hutan.

Anda juga dapat menjawab soal ini tanpa menggunakan tabel kebenaran. Tinjau dua kasus. Kasus pertama, Amir berbohong, maka apa yang dikatakan Amir itu keduanya salah. Ini berarti p salah, dengan demikian implikasi $p \rightarrow q$ pasti benar apa pun nilai kebenaran pernyataan q . Ini jelas kontradiksi. Jadi, pastilah Amir benar (kasus kedua), yang berarti Amir memang benar melihat harimau di hutan. ■

Contoh 1.23

[LIU85] Sebuah pulau didiami oleh dua suku asli. Penduduk suku pertama selalu mengatakan hal yang benar, sedangkan penduduk dari suku lain selalu mengatakan kebohongan. Anda tiba di pulau ini dan bertanya kepada seorang penduduk setempat apakah di pulau tersebut ada emas atau tidak. Ia menjawab, “Ada emas di pulau ini jika dan hanya jika saya selalu mengatakan kebenaran”. Apakah ada emas di pulau tersebut?

Penyelesaian:

Misalkan

p : saya selalu menyatakan kebenaran

q : ada emas di pulau ini

Pernyataan orang tersebut dapat dinyatakan sebagai

$$p \leftrightarrow q$$

Tinjau dua kemungkinan kasus mengenai orang yang kita tanya tadi. Kasus 1, orang yang memberi jawaban adalah orang dari suku yang selalu menyatakan hal yang benar. Kasus

1, orang yang memberi jawaban adalah orang dari suku yang selalu menyatakan hal yang bohong. Kita analisis setiap kasus satu persatu sebagai berikut:

Kasus 1: orang tersebut selalu menyatakan hal yang benar. Ini berarti p benar, dan jawabannya terhadap pertanyaan kita pasti juga benar, sehingga pernyataan bi-implikasi tersebut bernilai benar. Dari Tabel 1.12 kita melihat bahwa bila p benar dan $p \leftrightarrow q$ benar, maka q harus benar. Jadi, ada emas di pulau tersebut adalah benar.

Kasus 2: orang tersebut selalu menyatakan hal yang bohong. Ini berarti p salah, dan jawabannya terhadap pertanyaan kita pasti juga salah, sehingga pernyataan bi-implikasi tersebut salah. Dari Tabel 1.12 kita melihat bahwa bila p salah dan $p \leftrightarrow q$ salah, maka q harus benar. Jadi, ada emas di pulau tersebut adalah benar.

Dari kedua kasus, kita selalu berhasil menyimpulkan bahwa ada emas di pulau tersebut, meskipun kita tidak dapat memastikan dari suku mana orang tersebut. ■
