

Kuis ke-6 IF251 Matematika Diskrit  
 Pokok Bahasan: Graf  
 Tanggal: 11 November 2002  
 Waktu: 25 menit

**Soal**

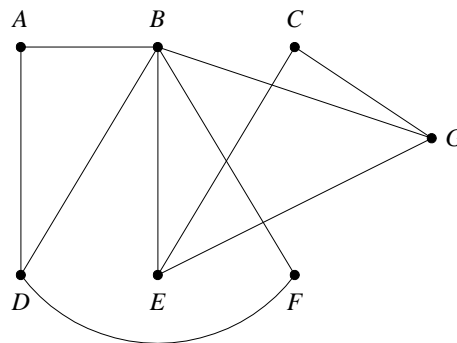
1. Ada 7 jenis zat kimia yang perlu disimpan di dalam gudang. Beberapa pasang dari zat itu tidak dapat disimpan di dalam ruangan yang sama, karena campuran gasnya bersifat eksplosif (mudah meledak). Untuk zat yang semacam itu perlu dibangun ruang-ruang terpisah yang dilengkapi ventilasi dan penyedot udara keluar yang berlainan. Jika lebih banyak ruang yang dibutuhkan, berarti lebih banyak ongkos yang harus dikeluarkan. Karena itu perlu diketahui berapa banyak minimum ruangan yang diperlukan untuk dapat menyimpan semua zat kimia dengan aman. Berikut ini adalah daftar pasangan zat kimia yang tidak dapat disimpan di dalam ruangan yang sama:

Zat kimia	Tidak dapat disimpan bersama zat kimia
A	B, D
B	A, D, E, F, G
C	E, G
D	A, F, B
E	B, C, G
F	B, D
G	C, E, B

Gambarkan graf yang menyatakan persoalan di atas, lalu jelaskan arti simpul dan sisi yang menghubungkan dua buah simpul.

Jawab: simpul melambangkan zat kimia, sisi menyatakan bahwa dua zat kimia yang dihubungkannya tidak boleh disimpan bersama-sama.

Grafnya adalah sebagai berikut:



2. Berapa jumlah maksimum dan jumlah minimum simpul pada graf sederhana yang mempunyai 12 buah sisi dan tiap simpul berderajat  $\geq 3$ ?

Jawab: Tiap simpul berderajat sama  $\rightarrow$  graf teratur.

Jumlah sisi pada graf teratur berderajat  $r \rightarrow e = nr/2$

Jadi,  $n = 2e/r = (2)(12)/r = 24/r$

Untuk  $r = 3$ , jumlah simpul yang dapat dibuat adalah maksimum, yaitu  $n = 24/3 = 8$

Untuk  $r$  yang lain ( $r > 3$  dan  $r$  merupakan pembagi bilangan bulat dari 24),

$$r = 4 \rightarrow n = 24/4 = 6$$

$$r = 6 \rightarrow n = 24/6 = 4 \rightarrow \text{tidak mungkin membentuk graf sederhana}$$

$$r = 8 \rightarrow n = 24/8 = 3 \rightarrow \text{tidak mungkin membentuk graf sederhana}$$

$$r = 12 \rightarrow n = 24/12 = 2 \rightarrow \text{tidak mungkin membentuk graf sederhana}$$

$$r = 24 \rightarrow n = 24/24 = 1 \rightarrow \text{tidak mungkin membentuk graf sederhana}$$

Jadi, jumlah simpul paling sedikit 6 buah dan paling banyak 8 buah.

3. Misalkan graf sederhana planar dan terhubung memiliki 24 buah simpul, masing-masing simpul berderajat 4. Representasi planar dari graf tersebut membagi bidang datar menjadi sejumlah wilayah atau muka. Berapa banyak wilayah yang terbentuk?

Jawab:  $n =$  jumlah simpul  $= 24$

Jumlah derajat  $= 24 \times 4 = 96$

Dari teorema jabat tangan: jumlah derajat  $= 2 \times$  jumlah sisi

jadi,  $e =$  jumlah derajat/2  $=$  jumlah sisi  $= 96/2 = 48$

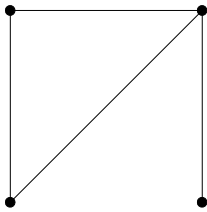
Dari hukum Euler:  $n - e + f = 2 \rightarrow f =$  jumlah wilayah  $= 2 - n + e = 2 - 24 + 48 = 26$  buah

4. Apakah graf sederhana yang disajikan oleh pasangan matriks ketetanggaan di bawah ini isomorfik? Jelaskan jawaban, lalu gambarkan grafnya!

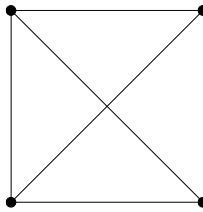
$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Jawab: Keduanya tidak isomorfik karena jumlah sisi pada graf pertama dan graf kedua tidak sama. Graf pertama ( $G_1$ ) mempunyai 4 buah sisi (hitung jumlah elemen 1 di atas diagonal utama), sedangkan graf kedua ( $G_2$ ) mempunyai 5 buah sisi (hitung jumlah elemen 1 di atas diagonal utama).

Gambar kedua graf yang dimaksud:



$G_1$



$G_2$