

Kuis ke-5 IF251 Matematika Diskrit
 Pokok Bahasan: Aljabar Boolean
 Tanggal: 28 Oktober 2002
 Waktu: 45 menit

Soal

1. Nyatakan fungsi Boolean $f(x,y,z) = x'(x + y' + z')$ hanya dengan menggunakan operator + dan komplemen (') saja.

Jawaban:

$$\begin{aligned}
 f(x,y,z) &= x'(x + y' + z') \\
 &= x'x + x'y' + x'z' && \text{(hukum distributif)} \\
 &= 0 + (x + y)' + (x + z)' && \text{(hukum komplemen dan de Morgan)} \\
 &= (x + y)' + (x + z)' && \text{(hukum identitas)}
 \end{aligned}$$

2. Sebuah instruksi dalam sebuah program adalah

`if A > B then writeln(A) else writeln(B);`

Nilai A dan B yang dibandingkan masing-masing panjangnya dua bit (misalkan a_1a_2 dan b_1b_2).

- (a) Buatlah rangkaian logika (yang sudah disederhanakan tentunya) yang menghasilkan keluaran 1 jika $A > B$ atau 0 jika tidak.
 (b) Gambarkan kembali rangkaian logikanya jika hanya menggunakan gerbang *NAND* saja (petunjuk: gunakan hukum de Morgan)

Jawaban:

- (a) Tabel kebenaran: fungsi f bernilai 1 jika A (a_1a_2) lebih besar dari B (b_1b_2)

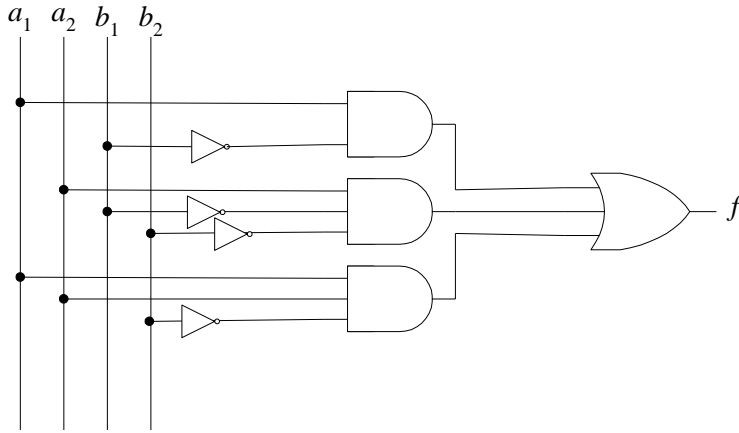
Desimal		Biner				$f(a_1, a_2, b_1, b_2)$
A	B	a_1	a_2	b_1	b_2	
0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	1	0
0	2	0	0	1	0	0
0	3	0	0	1	1	0
1	0	0	1	0	0	1
1	1	0	1	0	1	0
1	2	0	1	1	0	0
1	3	0	1	1	1	0
2	0	1	0	0	0	1
2	1	1	0	0	1	1
2	2	1	0	1	0	0
2	3	1	0	1	1	0
3	0	1	1	0	0	1
3	1	1	1	0	1	1
3	2	1	1	1	0	1
3	3	1	1	1	1	0

Peta Karnaugh:

b_1b_2	00	01	11	10	
a_1a_2	00	01	11	10	
00	0	0	0	0	
01	1	0	0	0	
11	1	1	0	1	
10	1	1	0	0	

Fungsi Boolean: $f(a_1, a_2, b_1, b_2) = a_1b_1' + a_2b_1'b_2' + a_1a_2b_2'$

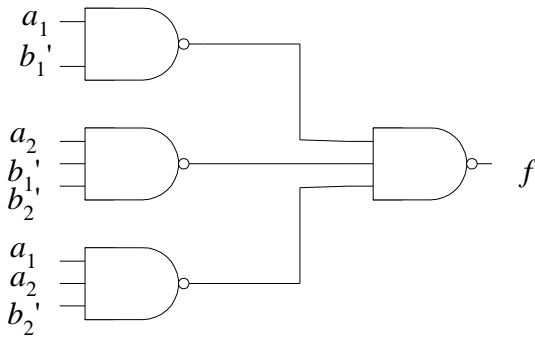
Rangkaian logikanya:



$$(b) f(a_1, a_2, b_1, b_2) = a_1b_1' + a_2b_1'b_2' + a_1a_2b_2'$$

$$= ((a_1b_1')' (a_2b_1'b_2')' (a_1a_2b_2')')' \quad (\text{hukum De Morgan})$$

Rangkaian logika:



3. Gunakan Peta Karnaugh untuk merancang rangkaian logika yang dapat menentukan apakah sebuah digit desimal (direpresentasikan dalam bit) merupakan bilangan genap atau tidak (yaitu, memberikan nilai 1 jika genap dan 0 jika tidak).

Jawaban:

(a) Digit desimal: 0 .. 9 (direpresentasikan dalam 4 bit, misalkan $a_0a_1a_2a_3$)

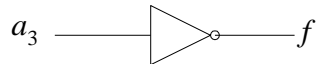
a_0	a_1	a_2	a_3	Desimal	$f(a_0, a_1, a_2, a_3)$
0	0	0	0	0	1
0	0	0	1	1	0
0	0	1	0	2	1
0	0	1	1	3	0
0	1	0	0	4	1
0	1	0	1	5	0
0	1	1	0	6	1
0	1	1	1	7	0
1	0	0	0	8	1
1	0	0	1	9	0
1	0	1	0	10	X
1	0	1	1	11	X
1	1	0	0	12	X
1	1	0	1	13	X
1	1	1	0	14	X
1	1	1	1	15	X

Peta Karnaugh:

	a_2a_3	00	01	11	10
a_0a_1	00	1	0	0	1
	01	1	0	0	1
	11	x	x	x	x
	10	1	0	x	x

Fungsi Boolean: $f(a_0, a_1, a_2, a_3) = a_3'$

Rangkaian logika:



4. Perhatikan bahwa dual dari ekspresi *XOR* berikut: $(x \oplus y)$ sama dengan komplementnya (pertunjuk: nyatakan ekspresi *XOR* dalam operator + dan \cdot).

Jawaban:

$$x \oplus y = xy' + x'y$$

$$\text{Dual dari ruas kanan: } (x + y')(x' + y)$$

$$\text{Komplemen dari ekspresi XOR: } (xy' + x'y)' = (x'y)(xy')' = (x + y')(x' + y) = \text{dual}$$