Kuis ke-2 *IF251 Matematika Diskrit*
Pokok Bahasan: Himpunan
Tanggal: 17 September 2002, Waktu: 25 menit

Soal

1. Daftarkan semua anggota himpunan berikut:
   (a) $P(\varnothing)$ (b) $\varnothing \times P(\varnothing)$ (c) $\{\varnothing\} \times P(\varnothing)$ (d) $P(P(\{3\}))$

Jawaban:
(a) $P(\varnothing) = \{\varnothing\}$
(b) $\varnothing \times P(\varnothing) = \varnothing$ (ket: jika $A = \varnothing$ atau $B = \varnothing$ maka $A \times B = \varnothing$)
(c) $\{\varnothing\} \times P(\varnothing) = \{\varnothing\} \times \{\varnothing\} = \{(\varnothing,\varnothing)\}$
(d) $P(P(\{3\})) = P(\{ \varnothing, \{3\} \}) = \{\varnothing, \{\varnothing\}, \{\{3\}\}, \{\varnothing, \{3\}\} \}$

2. Misalkan $X = \{4, 5, 6\}$ dan Z = $\{4, 5, 6, 7, 8\}$. Tentukan semua kemungkinan himpunan Y sedemikian hingga
   $X \subset Y$ dan $Y \subset$ Z, yaitu X adalah *proper subset* dari Y dan Y adalah *proper subset* dari Z.

Jawaban:
Y harus mengandung semua elemen X dan sekurang-kurangnya satu elemen dai Z. Dengan demikian, $Y = \{4, 5, 6, 7\}$ atau $Y = \{4, 5, 6, 8\}$. Y tidak boleh memuat 7 dan 8 sekaligus karena Y adalah *proper subset* dari Z.

3. Jika A dan B masing-masing adalah himpunan, buktikan bahwa $(A \oplus B) \cap A = A \cap \overline{B}$

Jawaban:

$(A \oplus B) \cap A = [(A \cap \overline{B}) \cup (B \cap \overline{A})] \cap A$	(definisi operasi beda-setangkup)
$= [(A \cap \overline{B}) \cap A] \cup [(B \cap \overline{A}) \cap A]$	(hukum distributif)
$= [(A \cap A) \cap \overline{B})] \cup [(A \cap \overline{A}) \cap B]$	(hukum asosiatif)
$= (A \cap \overline{B}) \cup [(\overline{A \cap A}) \cap B]$	(hukum idempoten)
$= (A \cap \overline{B}) \cup (\varnothing \cap B)$	(hukum komplemen)
$= (A \cap \overline{B}) \cup \varnothing$	(hukum Null)
$= A \cap \overline{B}$	(hukum identitas)

Terbukti.

4. Buktikan hukum penyerapan: (a) $A \cup (A \cap B) = A$ dan (b) $A \cap (A \cup B) = A$

Jawaban:

(a)

$A \cup (A \cap B) = (A \cap U) \cup (A \cap B)$	(hukum identitas)
$= A \cap (U \cup B)$	(hukum distributif)
$= A \cap U$	(hukum identitas)
$= A$	(hukum identitas)

Terbukti.

(b) Bukti mengikuti prinsip dualitas dari jawaban (a)

$A \cap (A \cup B) = (A \cup \varnothing) \cap (A \cup B)$	(hukum identitas)
$= A \cup (\varnothing \cap B)$	(hukum distributif)
$= A \cup \varnothing$	(hukum identitas)
$= A$	(hukum identitas)

Terbukti.