Kuis ke-*1 IF251 Matematika Diskrit*
Pokok Bahasan: Kombinatorial
Tanggal: 9 September 2002, Waktu: 20 menit

Soal

1. Sebuah klub beranggotakan 8 pria dan 10 wanita. Berapa banyak cara memilih panitia yang terdiri dari 6 orang dengan jumlah wanita lebih banyak daripada pria?

Jawaban

Panitia: 6 orang, jumlah wanita lebih banyak daripada jumlah pria
Panitia terdiri dari 5 wanita, 1 pria → *dapat dibentuk dengan* $C(10,5) \times C(8,1)$
Panitia terdiri dari 4 wanita, 2 pria → *dapat dibentuk dengan* $C(10,4) \times C(8,2)$
Panitia terdiri dari 6 wanita, 0 pria → *dapat dibentuk dengan* $C(10,6) \times C(8,0)$

Jumlah cara pembentukan panitia seluruhnya:
$C(10,5) \times C(8,1) + C(10,4) \times C(8,2) + C(10,6) \times C(8,0)$

Soal

2. Suatu bilangan dibentuk dari angka-angka 2, 3, 4, 5, 7, 8, dan 9. Misalkan pengulangan angka <u>tidak</u> dibolehkan. Berapa banyak bilangan 4-angka yang kurang dari 5000 namun habis dibagi 5 yang dapat dibentuk dari angka-angka tersebut?

Jawaban

Ada 4 digit bilangan yang akan dibentuk: _ _ _ _

Karena disyaratkan bilangan kelipatan 5, maka digit paling kanan hanya dapat diisi dengan angka 5 (satu cara).
Digit posisi ke-1 dapat diisi dengan 3 cara (yaitu 2, 3, dan 4)
Digit posisi ke-2 dapat diisi dengan 5 cara (2 digit lain sudah dipakai untuk posisi ke-1 dan ke-4)
Digit posisi ke-3 dapat diisi dengan 4 cara (3 digit lain sudah dipakai untuk posisi ke-1, ke-2 dan ke-4)

Jumlah bilangan bulat yang dapat dibentuk: $3 \times 5 \times 4 \times 1 = 60$ *buah*

Soal

3. Berapa banyak solusi bilangan bulat dari $x_1 + x_2 + x_3 = 10$ jika $0 \le x_1 \le 2$, $x_2 > 1$, dan $x_3 \ge 0$.?

Jawaban

Analogikan dengan membagi 10 buah bola yang identik ke dalam 3 buah kotak, sebutlah kotak x_1, x_2, dan kotak x_3.

Nilai x_1 ada 3 kemungkinan: 0, 1 dan 2. Untuk masing-masing nilai x_1, kita rinci perhitungan untuk x_i lainnya.

Kasus $x_1 = 0$, persamaan menjadi $x_2 + x_3 = 10$. Isikan 2 ke dalam x_2 (karena $x_2 > 1$). Bagikan 8 buah bola sisa ke dalam x_2 dan x_3, semuanya ada $C(2 + 8 – 1, 8) = C(9,8)$ cara.

Kasus $x_1 = 1$, persamaan menjadi $x_2 + x_3 = 9$. Isikan 2 ke dalam x_2 (karena $x_2 > 1$). Bagikan 7 buah bola sisa ke dalam x_2 dan x_3, semuanya ada $C(2 + 7 – 1, 7) = C(8,7)$ cara.

Kasus $x_1 = 2$, persamaan menjadi $x_2 + x_3 = 8$. Isikan 2 ke dalam x_2 (karena $x_2 > 1$). Bagikan 6 buah bola sisa ke dalam x_2 dan x_3, semuanya ada $C(2 + 6 – 1, 6) = C(7,6)$ cara.

Jumlah solusi seluruhnya = $C(9, 8) + C(8, 7) + C(7, 6) = 9 + 8 + 7 = 24$ buah

Soal

4. Dari sejumlah besar koin 25-an, 50-an, 100-an, dan 500-an, berapa banyak cara lima koin dapat diambil?

Jawaban

Ini adalah kombinasi dengan membolehkan pengulangan, karena koin tertentu dapat terambil lebih dari sekali. Di sini $n = 4$, $r = 5$, sehingga seluruhnya ada $C(4 + 5 – 1, 5) = C(8, 5)$cara untuk mengambil lima koin.

Soal

5. Tentukan banyak cara pengaturan agar 3 orang mahasiswa departemen IF, 4 orang mahasiswa TK, 4 orang mahasiswa GL, dan 2 orang mahasiswa FA dapat duduk dalam satu baris sehingga mereka dari departemen yang sama duduk berdampingan?

Jawaban

Ada 4! atau $P(4, 4)$ cara untuk menyusun tempat duduk dari 4 departemen yang berbeda. Untuk setiap kasus, ada 3! cara untuk mengatur duduk mahasiswa IF, 4! cara untuk mengatur duduk mahasiswa TK, 4! cara untuk mengatur duduk mahasiswa GL, dan 2! cara untuk mengatur duduk mahasiswa FA.

Jumlah cara pengaturan duduk seluruhnya: $4! \times 3! \times 4! \times 4! \times 2!$