

Bahan kuliah IF4020 Kriptografi

# Algoritma Pertukaran Kunci Diffie-Hellman

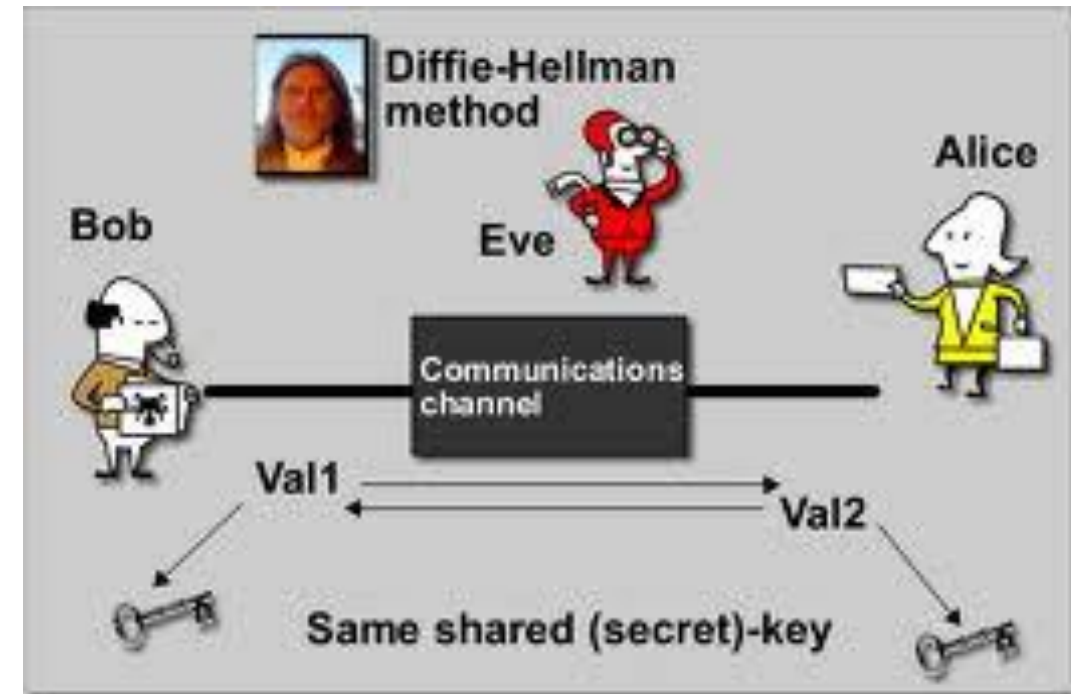


Oleh: Rinaldi Munir

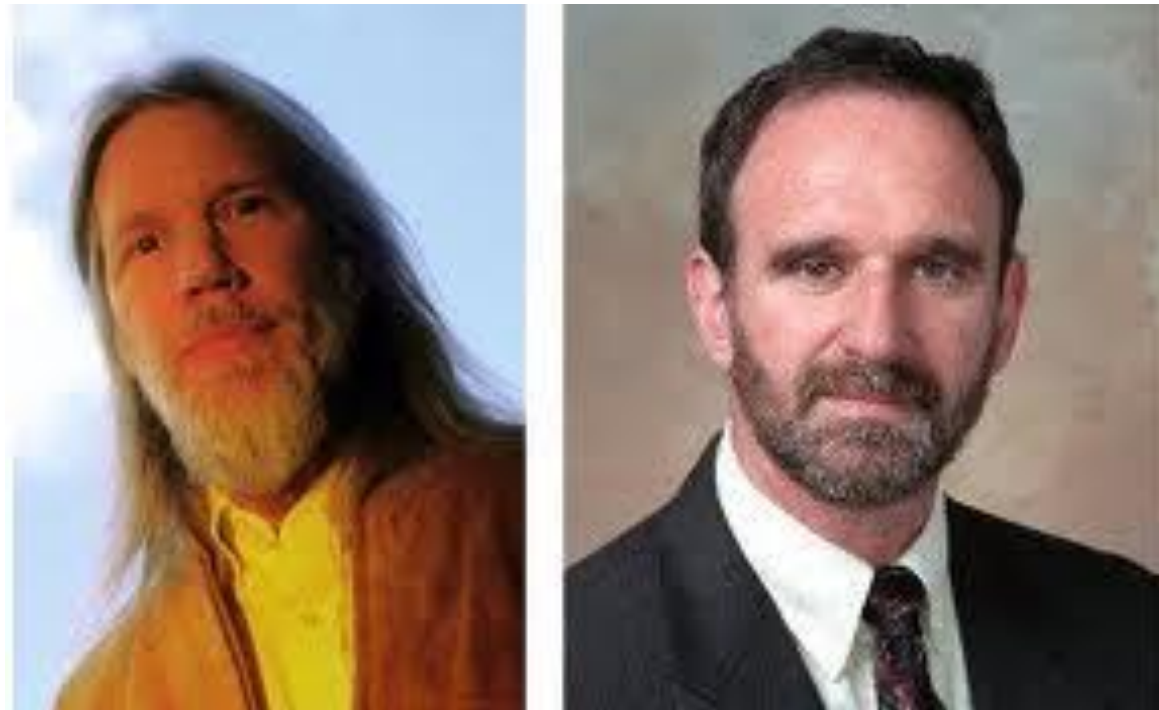
Program Studi Informatika  
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika  
Institut Teknologi Bandung  
2023

# Pendahuluan

- Algoritma (lebih tepat disebut **protokol**) **pertukaran kunci Diffie-Hellman (DH)** berguna untuk berbagi kunci rahasia yang sama antara dua entitas yang berkomunikasi.
- Kunci rahasia selanjutnya digunakan untuk mengenkripsi pesan-pesan dengan algoritma kriptografi kunci-simetri (misalnya DES, AES, dll)
- Keamanan algoritma DH didasarkan pada sulit menghitung logaritma diskrit dari sebuah bilangan bulat besar.

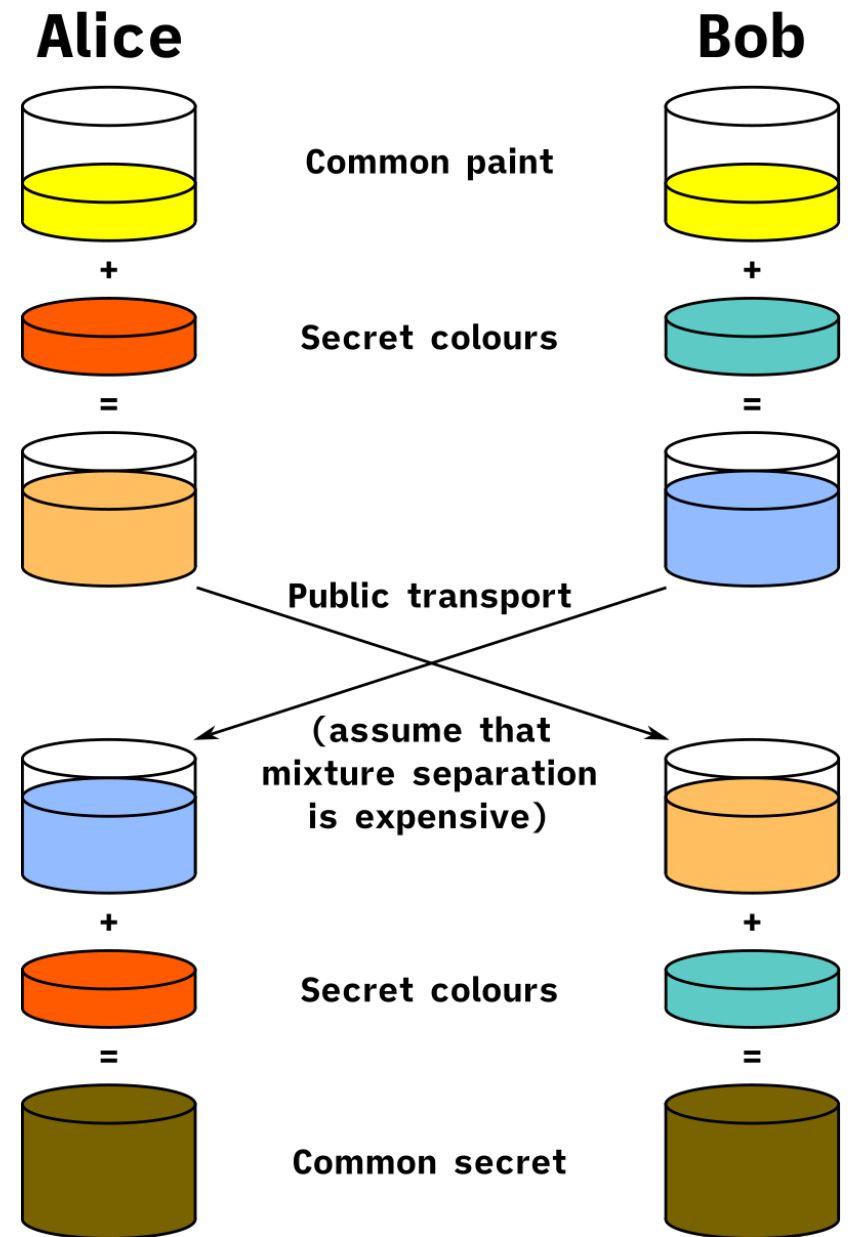


- Algoritma pertukaran kunci Diffie-Hellman dipublikasikan oleh Whitfield Diffie dan Martin Hellman pada tahun 1976



Whitfield **Diffie** dan Martin **Hellman**

- Analogi pertukaran kunci Diffie-Hellman adalah seperti pertukaran cat antara dua orang (Alice dan Bob).
- Mula-mula Alice dan Bob menyepakati cat bersama yang warnanya tidak perlu rahasia (misalnya cat berwarna kuning)
- Masing-masing Alice dan Bob memiliki cat warna lain yang rahasia (dalam hal ini merah dan biru *cyan*)
- Alice dan Bob mencampurkan cat kuning dengan cat rahasia mereka masing-masing. Misalkan hasil pencampurannya adalah cat oranye dan cat biru terang
- Kemudian Alice dan Bob saling mempertukarkan cat hasil pencampuran tersebut (dikirim melalui transportasi umum).
- Selanjutnya, Alice dan Bob mencampurkan lagi cat rahasianya masing-masing dengan cat hasil pertukaran tersebut.
- Sekarang Alice dan Bob memiliki cat berwarna sama yang rahasia.



# Parameter umum Diffie-Hellman

- Misalkan dua entitas yang berkomunikasi adalah Alice dan Bob.
- Mula-mula Alice dan Bob menyepakati dua buah bilangan prima (yang besar),  $p$  dan  $g$ , sedemikian sehingga  $g < p$ , dan  $g$  adalah akar primitif dari  $p$ .
- Nilai  $p$  dan  $g$  tidak perlu rahasia. Bahkan, Alice dan Bob dapat membicarakannya melalui saluran publik yang tidak aman sekalipun.

# Algoritma Pertukaran Kunci Diffie-Hellman

1. Alice membangkitkan bilangan bulat acak  $a$  dan mengirim hasil perhitungan berikut kepada Bob:

$$A = g^a \text{ mod } p$$

( $a$  = kunci privat Alice,  $A$  = kunci publik Alice)

2. Bob membangkitkan bilangan bulat acak  $b$  dan mengirim hasil perhitungan berikut kepada Alice:

$$B = g^b \text{ mod } p$$

( $b$  = kunci privat Bob,  $B$  = kunci publik Bob)

3. Alice menghitung

$$K = B^a \text{ mod } p$$

( $K = g^{ab} \text{ mod } p$ )

4. Bob menghitung

$$K = A^b \text{ mod } p$$

( $K = g^{ab} \text{ mod } p$ )

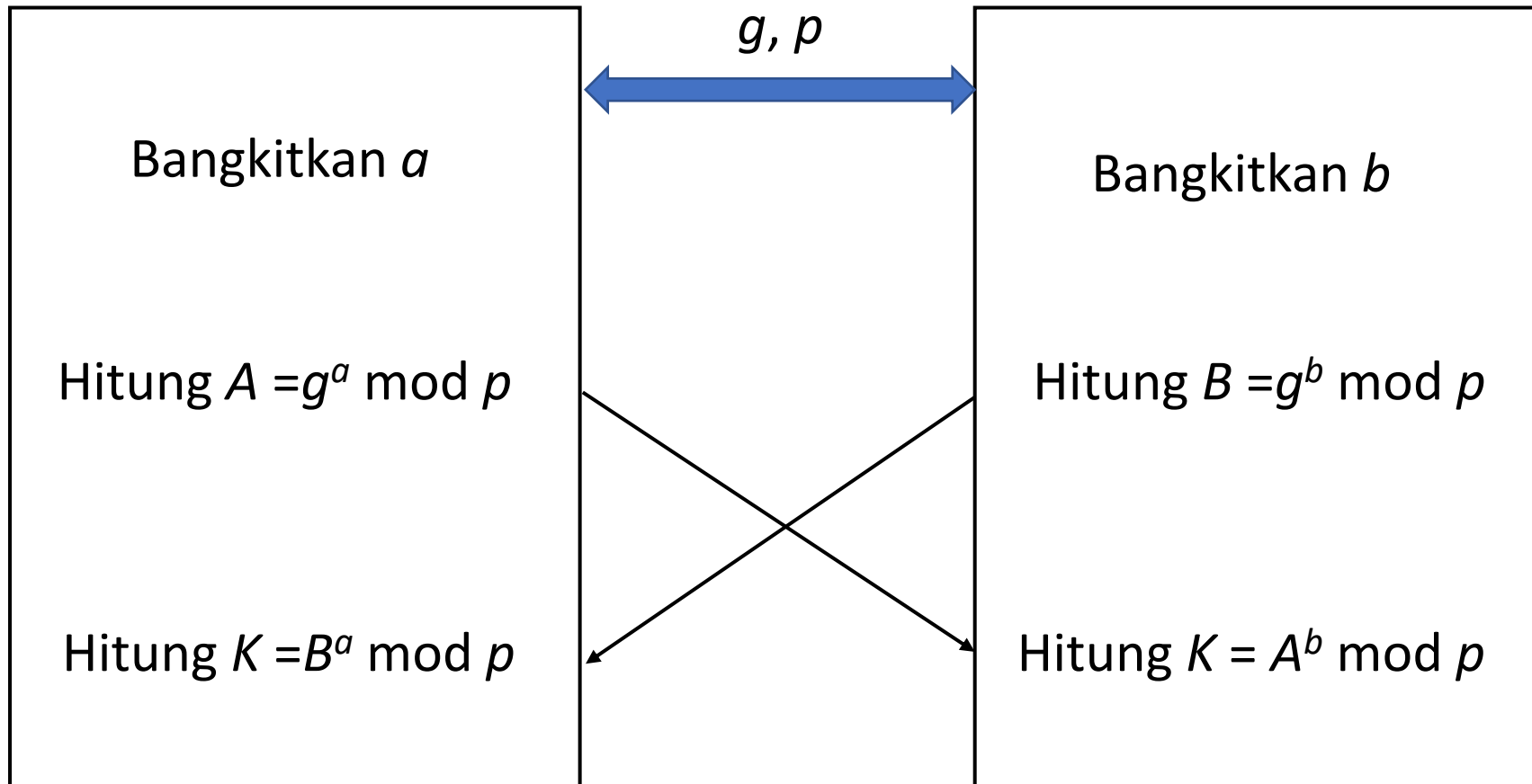
- Jika perhitungan dilakukan dengan benar, maka  $K = g^{ab} \text{ mod } p$ . Alice dan Bob sekarang memiliki kunci rahasia yang sama, yaitu  $K$ .



Alice



Bob



- Eve (seorang kriptanalis) yang menyadap pembicaraan Alice dan Bob tidak dapat menghitung  $K$ .
- Sebab Eve hanya memiliki informasi  $p$ ,  $g$ ,  $A$  dan  $B$  yang semuanya tidak rahasia, tetapi ia tidak mengetahui nilai  $a$  atau  $b$ .
- Untuk mengetahui  $a$ , Eve perlu melakukan perhitungan untuk menemukan  $a$  dari persamaan  $A = g^a \text{ mod } p$ . ( $a$  adalah logaritma diskrit dari  $A$  dalam modulus  $p$ )
- Sekali  $a$  diketahui, maka selanjutnya Eve menggunakannya untuk menghitung kunci rahasia  $K = B^a \text{ mod } p$ .
- Kabar baiknya, logaritma diskrit bilangan bulat yang besar sangat sulit dihitung. Jadi, Eve tidak dapat menemukan kunci  $K$ .



Contoh: Alice dan Bob menyepakati  $p = 353$  dan  $g = 3$  ( $3 < 353$ , dan 3 adalah akar primitif 353)

1. Alice memilih  $a = 97$  dan menghitung

$$A = g^a \bmod p = 3^{97} \bmod 353 = 40$$

Alice mengirim  $A$  kepada Bob.

2. Bob memilih  $b = 233$  dan menghitung

$$B = g^b \bmod p = 3^{233} \bmod 353 = 248$$

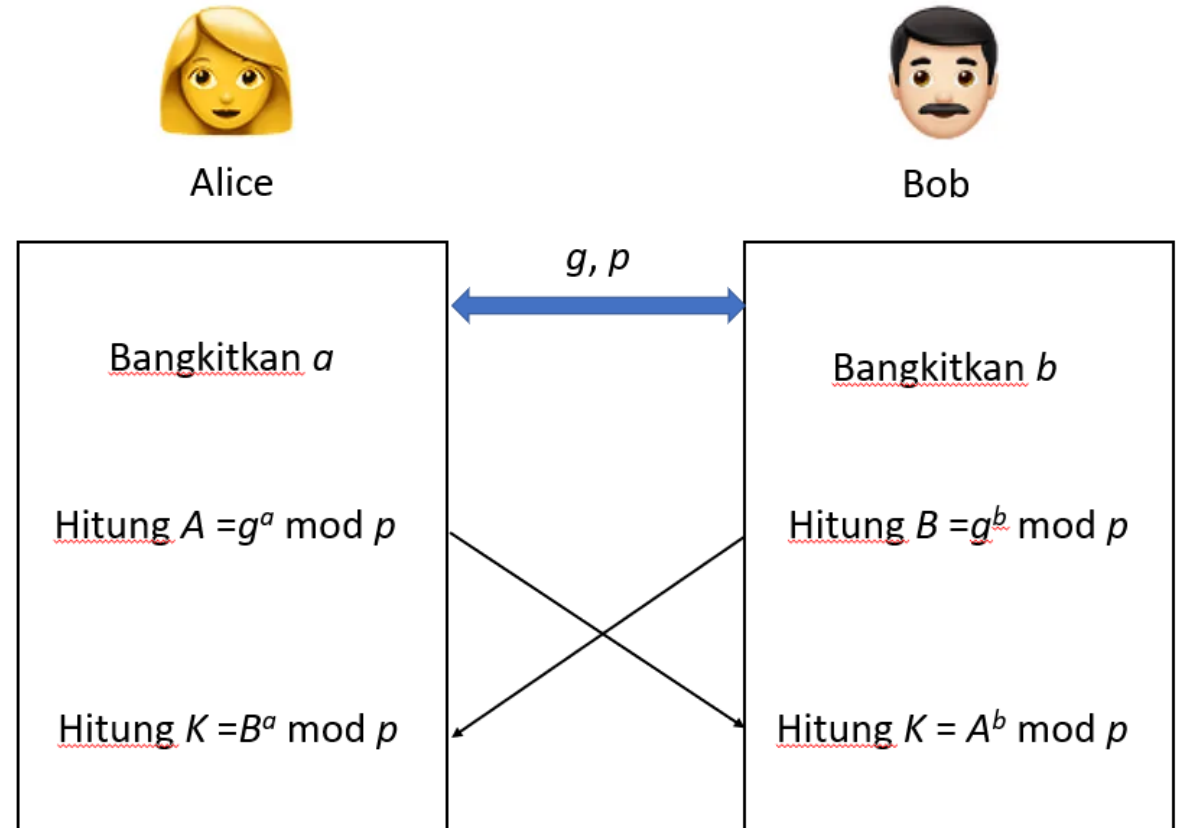
Bob mengirim  $B$  kepada Alice.

3. Alice menghitung kunci rahasia  $K$ ,

$$K = B^a \bmod p = 248^{97} \bmod 353 = 160$$

4. Bob menghitung kunci rahasia  $K$ ,

$$K = A^b \bmod p = 40^{233} \bmod 353 = 160$$



Jadi, Alice dan Bob sekarang sudah mempunyai kunci rahasia yang sama, yaitu  $K = 160$ . Mereka dapat menggunakan  $K$  sebagai kunci enkripsi dan dekripsi pesan dengan algoritma kunci simetri.

- Contoh lain:

## Diffie Hellman Key Exchange

	Alice	Evil Eve	Bob
	Alice and Bob exchange a Prime (P) and a Generator (G) in clear text, such that $P > G$ and G is Primitive Root of P $G = 7, P = 11$	Evil Eve sees $G = 7, P = 11$	Alice and Bob exchange a Prime (P) and a Generator (G) in clear text, such that $P > G$ and G is Primitive Root of P $G = 7, P = 11$
Step 1	Alice generates a random number: $X_A$ $X_A = 6$ (Secret)		Bob generates a random number: $X_B$ $X_B = 9$ (Secret)
Step 2	$Y_A = G^{X_A} \pmod{P}$ $Y_A = 7^6 \pmod{11}$ $Y_A = 4$		$Y_B = G^{X_B} \pmod{P}$ $Y_B = 7^9 \pmod{11}$ $Y_B = 8$
Step 3	Alice receives $Y_B = 8$ in clear-text	Evil Eve sees $Y_A = 4, Y_B = 8$	Bob receives $Y_A = 4$ in clear-text
Step 4	Secret Key = $Y_B^{X_A} \pmod{P}$ Secret Key = $8^6 \pmod{11}$ 🔑 Secret Key = 3		Secret Key = $Y_A^{X_B} \pmod{P}$ Secret Key = $4^9 \pmod{11}$ 🔑 Secret Key = 3

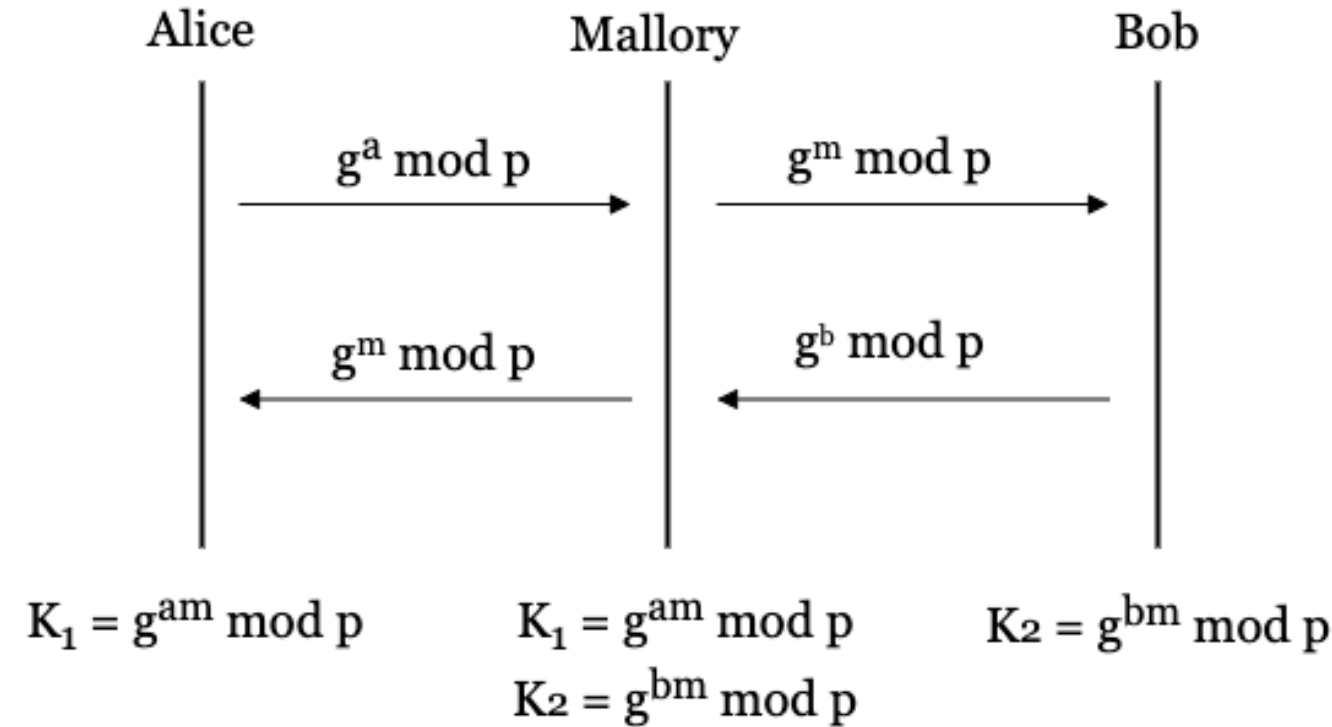
Copyright ©2005, Saqib Ali  
http://www.xml-dev.com

# Serangan pada Diffie-Hellman

- Pertukaran kunci Diffie-Hellman hanya aman terhadap serangan pasif, misalnya penyadapan (*eavesdropping*).
- Eva yang menyadap komunikasi antara Alice dan Bob hanya mengetahui nilai  $g$ ,  $p$ ,  $A$  dan  $B$  (semuanya publik). Dia tidak dapat mendeduksi  $a$  dan  $b$  (kunci privat Alice dan Bob) dari nilai-nilai publik tersebut. Untuk mendeduksi  $a$  dan  $b$ , Eva harus dapat menghitung logaritma diskrit dari persamaan  $A = g^a \bmod p$  atau  $B = g^b \bmod p$ .
- Namun, Diffie-Hellman tidak tahan terhadap serangan aktif seperti *man-in-the-middle attack*.
- Misalkan Mallory mengintervensi komunikasi antara Alice dan Bob. Kepada Alice Mallory menyamar (*impersonation*) sebagai Bob, dan kepada Bob Mallory menyamar sebagai Alice.

- Gambar *man-in-the-middle attack* berikut memperlihatkan cara Mallory menyepakati kunci yang sama dengan Alice ( $K_1 = g^{am} \text{ mod } p$ ) dan menyepakati kunci yang sama dengan Bob ( $K_2 = g^{bm} \text{ mod } p$ )

- Ketika Alice mengirim  $g^a \text{ mod } p$  kepada Bob, Mallory mengintersepsi komunikasi dan menggantikannya dengan  $g^m \text{ mod } p$  lalu mengirimkannya kepada Bob
- Ketika Bob mengirim  $g^b \text{ mod } p$  kepada Alice, Mallory mengintersepsi komunikasi dan menggantikannya dengan  $g^m \text{ mod } p$  lalu mengirimkannya kepada Alice.
- Alice menghitung  $K_1 = g^{am} \text{ mod } p$ , sama dengan yang dihitung Mallory,  $K_1 = g^{am} \text{ mod } p$
- Bob menghitung  $K_2 = g^{bm} \text{ mod } p$ , sama dengan yang dihitung Mallory,  $K_2 = g^{bm} \text{ mod } p$
- Selanjutnya Mallory mengetahui pesan2 rahasia dari Alice dan dari Bob yang diekripsi dengan dengan kunci  $K_1$  dan  $K_2$  tersebut



Sumber gambar: <https://textbook.cs161.org/crypto/key-exchange.html>

# Pertukaran kunci Diffie-Hellman untuk tiga pihak (Alice, Bob, dan Carol)

1. Alice, Bob, dan Carol menyepakati  $p$  dan  $g$ .
2. Alice, Bob, dan Carol membangkitkan kunci privat masing-masing,  $a$ ,  $b$ , dan  $c$ .
3. Alice menghitung  $g^a \bmod p$  dan mengirimkannya kepada Bob.
4. Bob menghitung  $(g^a)^b \bmod p = g^{ab} \bmod p$  dan mengirimkannya kepada Carol.
5. Carol menghitung  $K = (g^{ab})^c \bmod p = g^{abc} \bmod p$ .
6. Bob menghitung  $g^b \bmod p$  dan mengirimkannya kepada Carol.
7. Carol menghitung  $(g^b)^c \bmod p = g^{bc} \bmod p$  dan mengirimkannya kepada Alice.
8. Alice menghitung  $K = (g^{bc})^a \bmod p = g^{bca} \bmod p = g^{abc} \bmod p$ .
9. Carol menghitung  $g^c \bmod p$  dan mengirimkannya kepada Alice.
10. Alice menghitung  $(g^c)^a \bmod p = g^{ca} \bmod p$  dan mengirimkannya kepada Bob.
11. Bob menghitung  $K = (g^{ca})^b \bmod p = g^{cab} \bmod p = g^{abc} \bmod p$ .
12. Sekarang Alice, Bob, dan Carol sudah memiliki kunci rahasia yang sama, yaitu  $K$

- Algoritma Diffie-Hellman dipakai di dalam protokol SSL dan TLS. SSL/TLS digunakan untuk mengamankan komunikasi di internet antara *client* dan *server*.
- Pada tahun 2002, Hellman menyarankan algoritma DH diberi nama algoritma pertukaran kunci **Diffie–Hellman–Merkle** sebagai penghargaan terhadap kontribusi Ralph Merkle dalam penemuan kriptografi kunci-publik:

- Hellman menulis:

*The system...has since become known as Diffie–Hellman key exchange. While that system was first described in a paper by Diffie and me, it is a public key distribution system, a concept developed by Merkle, and hence should be called 'Diffie–Hellman–Merkle key exchange' if names are to be associated with it. I hope this small pulpit might help in that endeavor to recognize Merkle's equal contribution to the invention of public key cryptography.[7]*

Sumber: Wikipedia

## The IEEE Koji Kobayashi Computers and Communications Award

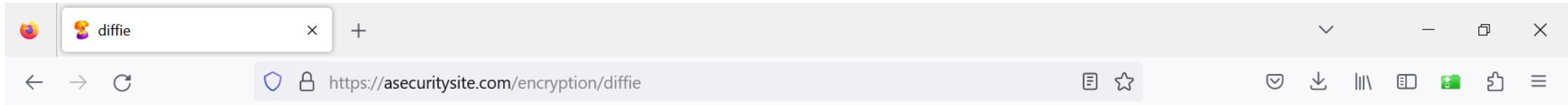
The 1999 award was given to Diffie, Hellman and Merkle for "For the revolutionary invention of public key cryptosystems which form the foundation for privacy, integrity and authentication in modern communication systems."

The 2000 award was given to Rivest, Shamir and Adleman "For the revolutionary invention of the RSA public key cryptosystem which is the first to be widely-adopted."



From left to right: Adi Shamir, Ron Rivest, Len Adleman, Ralph Merkle, Martin Hellman, and Whit Diffie (Picture courtesy of Eli Biham, taken at the presentation on Monday August 21 at Crypto 2000, an IACR conference)

Demo DH online: <https://asecuritysite.com/encryption/diffie>



## Diffie-Hellman Example

[\[Encryption Home\]](#)[\[Home\]](#)

Diffie-Hellman is a standard method of Alice and Bob being able to communicate, and end up with the same secret encryption key. It is used in many applications, and uses two numbers (G and N) for the first part of the calculation (of which N must be a prime number):

[\[Related Lecture\]](#) [\[Tutorial\]](#) [\[Software Tutorial\]](#)[\[Software Lecture\]](#) [\[Theory\]](#)[\[Blog\]](#) [\[Picking G value\]](#)

G:	<input type="text" value="1601"/>
N:	<input type="text" value="4789"/>

[Generate G and N](#)

Next Bob and Alice will generate two random numbers (X and Y), calculate an X value and a Y value, respectively:

<b>Bob's X Value</b>	<input type="text" value="20"/>	<b>Alice's Y value</b>	<input type="text" value="4"/>
	Bob's random value		Alice's random value
<b>Bob's A value</b>	<input type="text" value="2716"/>	<b>Alice's B value</b>	<input type="text" value="1302"/>
	$A = G^x \text{ mod } N$		$B = G^y \text{ mod } N$