Bahan kuliah IF4020 Kriptografi

05 - Kriptografi Klasik

(Bagian 4)

Oleh: Dr. Rinaldi Munir

Prodi Informatika

Sekolah Teknik Elektro dan Informatika

2019

Affine Cipher

- Perluasan dari *Caesar cipher*
- Enkripsi: $C \equiv mP + b \pmod{n}$
- Dekripsi: $P \equiv m^{-1}(C - b) \pmod{n}$
- Kunci: m dan b

<u>Keterangan</u>:

1. n adalah ukuran alfabet
2. m bilangan bulat yang relatif prima dengan n
3. b adalah jumlah pergeseran
4. *Caesar cipher* adalah khusus dari *affine cipher* dengan $m = 1$
5. m^{-1} adalah inversi $m \pmod{n}$, yaitu $m \cdot m^{-1} \equiv 1 \pmod{n}$

- Contoh:

  Plainteks: `kripto` (10 17 8 15 19 14)

  n = 26, ambil m = 7 (7 relatif prima dengan 26)

  Enkripsi: $C \equiv 7P + 10 \pmod{26}$

  $p_1 = 10 \rightarrow c_1 \equiv 7 \cdot 10 + 10 \equiv 80 \equiv 2 \pmod{26}$ (huruf 'C')

  $p_2 = 17 \rightarrow c_2 \equiv 7 \cdot 17 + 10 \equiv 129 \equiv 25 \pmod{26}$ (huruf 'Z')

  $p_3 = 8 \rightarrow c_3 \equiv 7 \cdot 8 + 10 \equiv 66 \equiv 14 \pmod{26}$ (huruf 'O')

  $p_4 = 15 \rightarrow c_4 \equiv 7 \cdot 15 + 10 \equiv 115 \equiv 11 \pmod{26}$ (huruf 'L')

  $p_5 = 19 \rightarrow c_5 \equiv 7 \cdot 19 + 10 \equiv 143 \equiv 13 \pmod{26}$ (huruf 'N')

  $p_6 = 14 \rightarrow c_6 \equiv 7 \cdot 14 + 10 \equiv 108 \equiv 4 \pmod{26}$ (huruf 'E')

  Cipherteks: `CZOLNE`

- Dekripsi:

  - Mula-mula hitung m^{-1} yaitu 7^{-1} (mod 26) dengan memecahkan $7x \equiv 1$ (mod 26)

    Solusinya: $x \equiv 15$ (mod 26) sebab $7 \cdot 15 = 105 \equiv 1$(mod 26).

  - Jadi, $P \equiv 15\,(C - 10)$ (mod 26)

$c_1 = 2 \rightarrow p_1 \equiv 15 \cdot (2 - 10) = -120 \equiv 10$ (mod 26) (huruf ‘k’)

$c_2 = 25 \rightarrow p_2 \equiv 15 \cdot (25 - 10) = 225 \equiv 17$ (mod 26) (huruf ‘r’)

$c_3 = 14 \rightarrow p_3 \equiv 15 \cdot (14 - 10) = 60 \equiv 8$ (mod 26) (huruf ‘i’)

$c_4 = 11 \rightarrow p_4 \equiv 15 \cdot (11 - 10) = 15 \equiv 15$ (mod 26) (huruf ‘p’)

$c_5 = 13 \rightarrow p_5 \equiv 15 \cdot (13 - 10) = 45 \equiv 19$ (mod 26) (huruf ‘t’)

$c_6 = 4 \rightarrow p_6 \equiv 15 \cdot (4 - 10) = -90 \equiv 14$ (mod 26) (huruf ‘o’)

Plainteks yang diungkap kembali: `kripto`

- *Affine cipher* tidak aman, karena kunci mudah ditemukan dengan *exhaustive search*,

- sebab ada 25 pilihan untuk *b* dan 12 buah nilai *m* yang relatif prima dengan 26 (yaitu 1, 3, 5, 7, 9, 11, 15, 17, 19, 21, 23, dan 25).

- Salah satu cara memperbesar faktor kerja untuk *exhaustive key search:* enkripsi tidak dilakukan terhadap huruf individual, tetapi dalam blok huruf.

- Misal, pesan `kriptografi` dipecah menjadi kelompok 4-huruf:

  `krip togr afi`

  (ekivalen dengan 10170815 19140617 000508, dengan memisalkan

  ‘A’ = 0, ‘B’ = 1, …, ‘Z’ = 25)

- Nilai terbesar yang dapat muncul untuk merepresentasikan blok: 25252525 (ZZZZ), maka 25252525 dapat digunakan sebagai modulus *n*.
- Nilai *m* yang relatif prima dengan 25252525, misalnya 21035433,
- *b* dipilih antara 1 dan 25252525, misalnya 23210025.

- Fungsi enkripsi menjadi:

$$C \equiv 21035433P + 23210025 \pmod{25252525}$$

- Fungsi dekripsi, setelah dihitung, menjadi

$$P \equiv 5174971\,(C - 23210025) \pmod{25252525}$$

Kriptanalisis Affine Cipher

- *Affine cipher* mudah diserang dengan *known-plaintext attack*.

- Misalkan kriptanalis mempunyai dua buah plainteks, P_1 dan P_2, yang berkoresponden dengan cipherteks C_1 dan C_2,

- maka m dan b mudah dihitung dari buah kekongruenan simultan berikut ini:

$$C_1 \equiv mP_1 + b \pmod{n}$$

$$C_2 \equiv mP_2 + b \pmod{n}$$

- Contoh: Misalkan kriptanalis menemukan

  cipherteks **C** dan plainteks berkorepsonden `K`

  cipherteks **E** dan plainteks berkoresponden `O`.

- Kriptanalis *m* dan *n* dari kekongruenan berikut:

  $2 \equiv 10m + b \pmod{26}$ (i)

  $4 \equiv 14m + b \pmod{26}$ (ii)

- Kurangkan (ii) dengan (i), menghasilkan

  $2 \equiv 4m \pmod{26}$ (iii)

  Solusi: $m = 7$

  Substitusi $m = 7$ ke dalam (i),

  $2 \equiv 70 + b \pmod{26}$ (iv)

  Solusi: $b = 10$.

Hill Cipher

- Dikembangkan oleh Lester Hill (1929), berbasis aljabar linier
- Menggunakan *m* buah persamaan linier
- Untuk m = 3 (enkripsi setiap 3 huruf),

$$C_1 = (k_{11}\, p_1 + k_{12} p_2 + k_{13}\, p_3) \bmod 26$$
$$C_2 = (k_{21}\, p_1 + k_{22} p_2 + k_{23}\, p_3) \bmod 26$$
$$C_3 = (k_{31}\, p_1 + k_{32} p_2 + k_{33}\, p_3) \bmod 26$$

$\Rightarrow$

$$\begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix}$$

C = KP

- Contoh:

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} 17 & 17 & 5 \\ 21 & 18 & 21 \\ 2 & 2 & 19 \end{pmatrix}$$

Plainteks: `paymoremoney`

Enkripsi tiga huruf pertama: `pay = (15, 0, 24)`

Cipherteks: $C = \begin{pmatrix} 17 & 17 & 5 \\ 21 & 18 & 21 \\ 2 & 2 & 19 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 15 \\ 0 \\ 24 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 375 \\ 819 \\ 486 \end{pmatrix} \bmod 26 = \begin{pmatrix} 11 \\ 13 \\ 18 \end{pmatrix}$ = `LNS`

Cipherteks selengkapnya: `LNSHDLEWMTRW`

- Dekripsi perlu menghitung $\mathbf{K}^{-1}$ sedemikian sehingga $\mathbf{KK}^{-1} = \mathbf{I}$ ($\mathbf{I}$ matriks identitas).

$$\mathbf{K}^{-1} = \begin{pmatrix} 4 & 9 & 15 \\ 15 & 17 & 6 \\ 24 & 0 & 17 \end{pmatrix}$$

sebab

$$\begin{pmatrix} 17 & 17 & 5 \\ 21 & 18 & 21 \\ 2 & 2 & 19 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 9 & 15 \\ 15 & 17 & 6 \\ 24 & 0 & 17 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 443 & 442 & 442 \\ 858 & 495 & 780 \\ 494 & 52 & 365 \end{pmatrix} \bmod 26 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- Cara menghitung matriks invers 2 x 2:

K = $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ $\quad$ K^{-1} = $\dfrac{1}{\det(K)}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$

= $\dfrac{1}{ad - bc}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$

Contoh: K = $\begin{pmatrix} 3 & 10 \\ 15 & 9 \end{pmatrix}$

det(K) = (3)(9) – (15)(10) = 27 – 150 = –123 mod 26 = 7

$$\mathbf{K}^{-1} = \frac{1}{7}\begin{pmatrix} 3 & 10 \\ 15 & 9 \end{pmatrix} = 7^{-1}\begin{pmatrix} 9 & -10 \\ -15 & 3 \end{pmatrix}$$

$$= 15\begin{pmatrix} 9 & -10 \\ -15 & 3 \end{pmatrix} = 15\begin{pmatrix} 9 & 16 \\ 11 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 135 & 240 \\ 165 & 45 \end{pmatrix} \bmod 26 = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 9 & 19 \end{pmatrix}$$

<u>Keterangan</u> (ingat kembali teori bilangan di dalam Matematika Diskrit):

(i) 7^{-1} (mod 26) $\equiv$ 15, karena (7)(15) = 105 mod 26 = 1

(ii) –10 $\equiv$ 16 (mod 26)

(iii) –15 $\equiv$ 11 (mod 26))

Periksa bahwa:

$$\mathbf{KK}^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & 10 \\ 15 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 9 & 19 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \cdot 5 + 10 \cdot 9 & 3 \cdot 6 + 10 \cdot 19 \\ 15 \cdot 5 + 9 \cdot 9 & 15 \cdot 6 + 9 \cdot 19 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 105 & 208 \\ 156 & 261 \end{pmatrix} \bmod 26 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- Untuk matriks 3 x 3:

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}, \quad \mathbf{K}^{-1} = \frac{1}{\det(\mathbf{K})} \begin{pmatrix} A & B & C \\ D & E & F \\ G & H & I \end{pmatrix}^T = \frac{1}{\det(\mathbf{K})} \begin{pmatrix} A & D & G \\ B & E & H \\ C & F & I \end{pmatrix}$$

- yang dalam hal ini,

$A = (ei - hf)$ $\quad B = -(di - fg)$ $\quad C = (dh - eg)$

$D = -(bi - hc)$ $\quad E = (ai - cg)$ $\quad F = -(ah - bg)$

$G = (bf - ec)$ $\quad H = -(af - cd)$ $\quad I = (ae - bd)$

dan

$\det(\mathbf{K}) = aA + bB + cC$

- Dekripsi:

P = **K**$^{-1}$ **C**

Cipherteks: `LNS` atau C = (11, 13, 18)

Plainteks: $$\begin{pmatrix} 4 & 9 & 15 \\ 15 & 17 & 6 \\ 24 & 0 & 17 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 11 \\ 13 \\ 18 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 431 \\ 494 \\ 570 \end{pmatrix} \bmod 26 = \begin{pmatrix} 15 \\ 0 \\ 24 \end{pmatrix}$$

C = (15, 0, 24) = (P, A, Y)

- Kekuatan Hill cipher terletak pada penyembunyian frekuensi huruf tunggal

- Huruf plainteks yang sama belum tentu dienkripsi menjadi huruf cipherteks yang sama.

Kriptanalisis Hill Cipher

- *Hill cipher* mudah dipecahkan dengan *known-plaintext attack*.
- Misalkan untuk *Hill cipher* dengan *m* = 2 diketahui:
  - P = (19, 7) → *C* = (0, 23)
  - P = (4, 17) → *C* = (12, 6)
  - Jadi, **K**(19, 7) = (0, 23) dan **K**(4, 17) = (12, 6)

$$\begin{pmatrix} 0 & 12 \\ 23 & 6 \end{pmatrix} = \mathrm{K}\begin{pmatrix} 19 & 4 \\ 7 & 17 \end{pmatrix} \bmod 26 \qquad \rightarrow \mathbf{K} = \mathbf{CP}^{-1} \bmod 26$$

$$\leftarrow \mathrm{C} \rightarrow \qquad \leftarrow \mathrm{P} \rightarrow$$

- Matriks balikan dari *P* adalah P^{-1} = $\begin{pmatrix} 19 & 4 \\ 7 & 17 \end{pmatrix}^{-1} \bmod 26 = \begin{pmatrix} 25 & 14 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}$
- Sehingga

$$\mathbf{K} = \mathbf{CP}^{-1} \bmod 26 = \begin{pmatrix} 0 & 12 \\ 23 & 6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 25 & 14 \\ 5 & 5 \end{pmatrix} \bmod 26 = \begin{pmatrix} 8 & 8 \\ 7 & 14 \end{pmatrix}$$

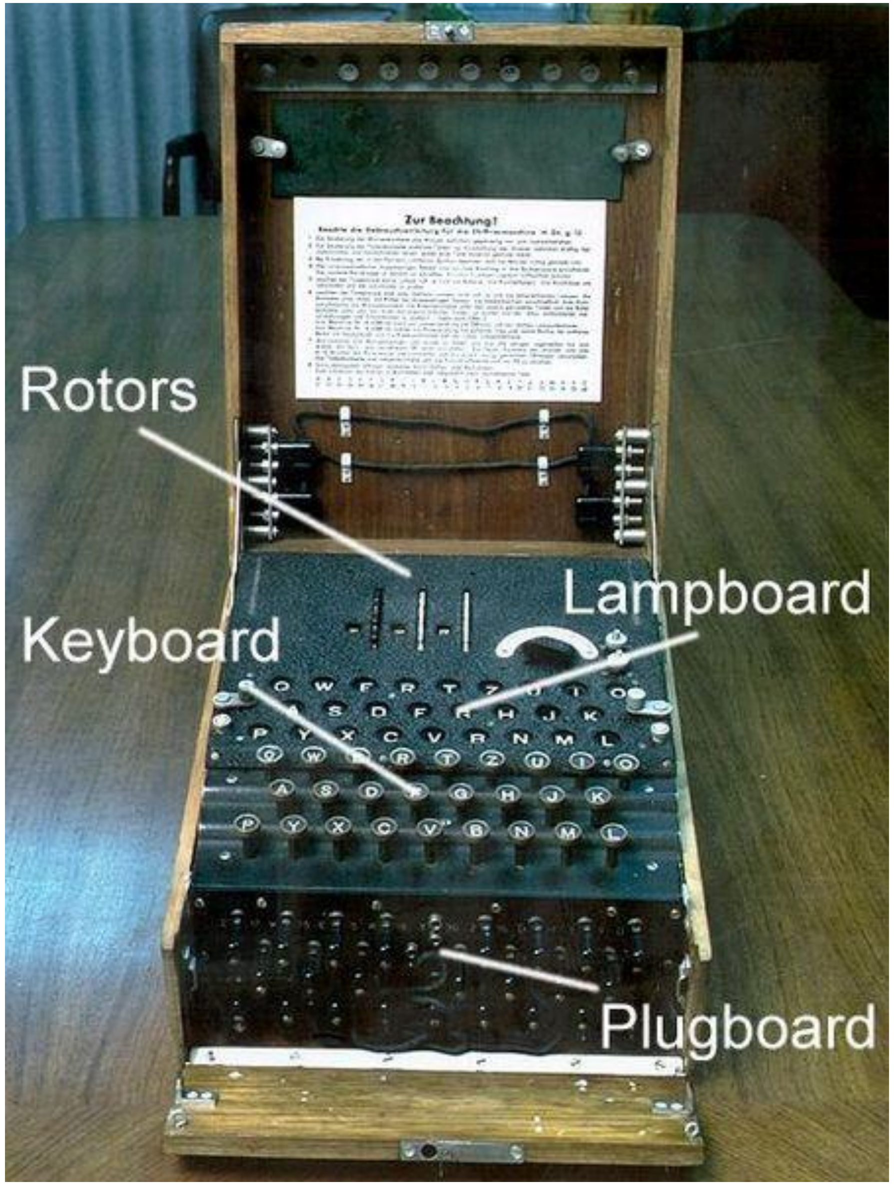
Enigma *Cipher*

- Enigma adalah mesin enkripsi elektromekanik untuk melakukan enkripsi dan dekripsi.

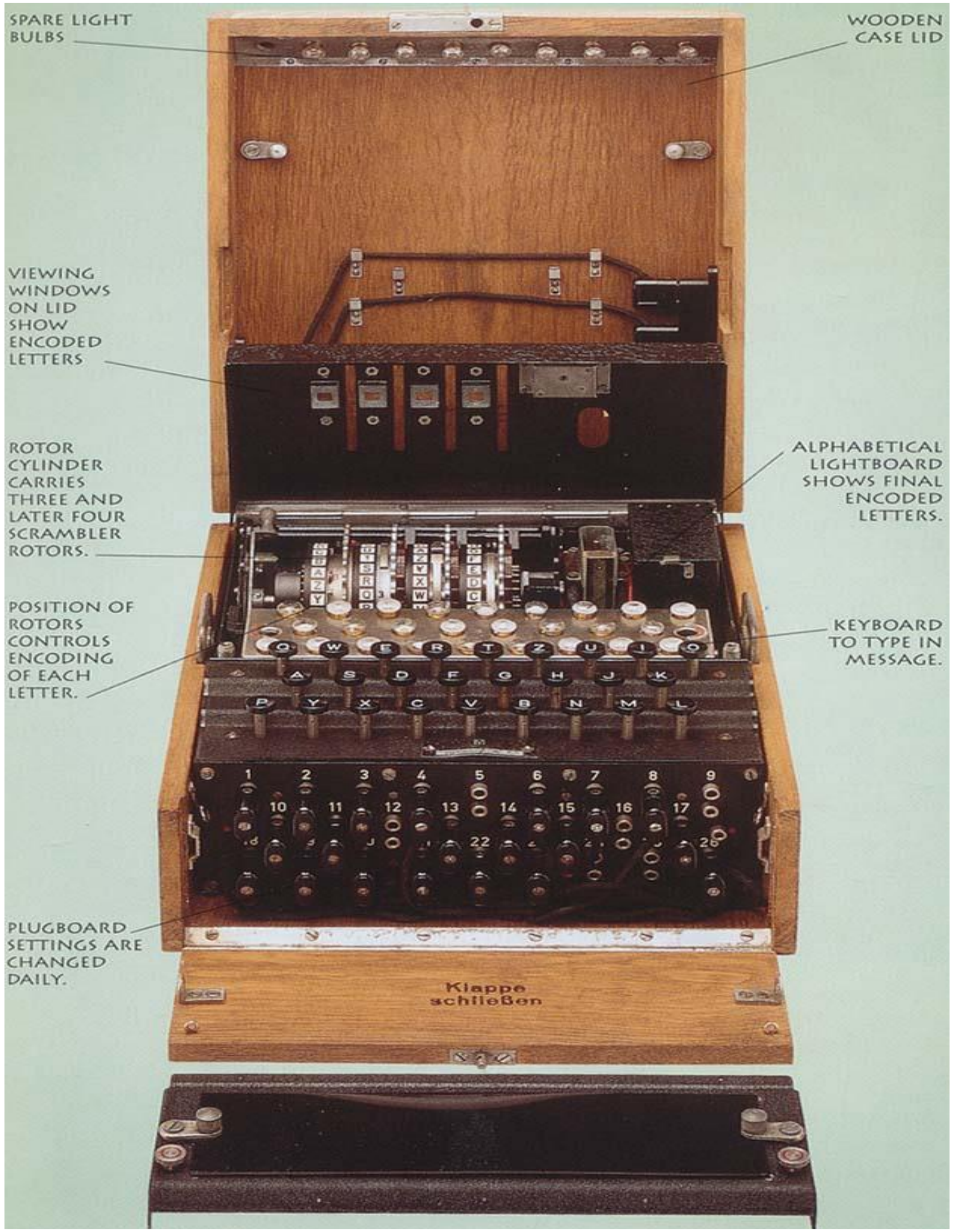
- Ditemukan dan dipatenkan oleh insinyur Jerman, Arthur Scherbius, untuk tujuan komersil, diplomatik, dan militer

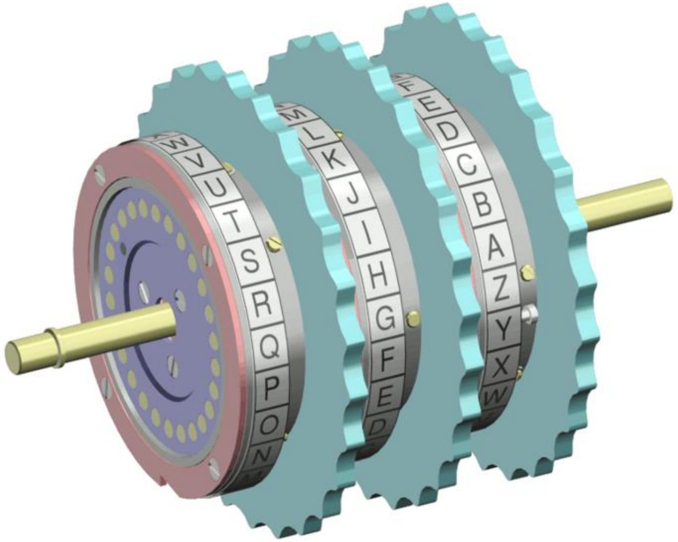
- Menjadi terkenal karena digunakan oleh tantara Nazi Jerman selama Perang Dunia II untuk mengenkripsi/dekripsi pesan-pesan militer.

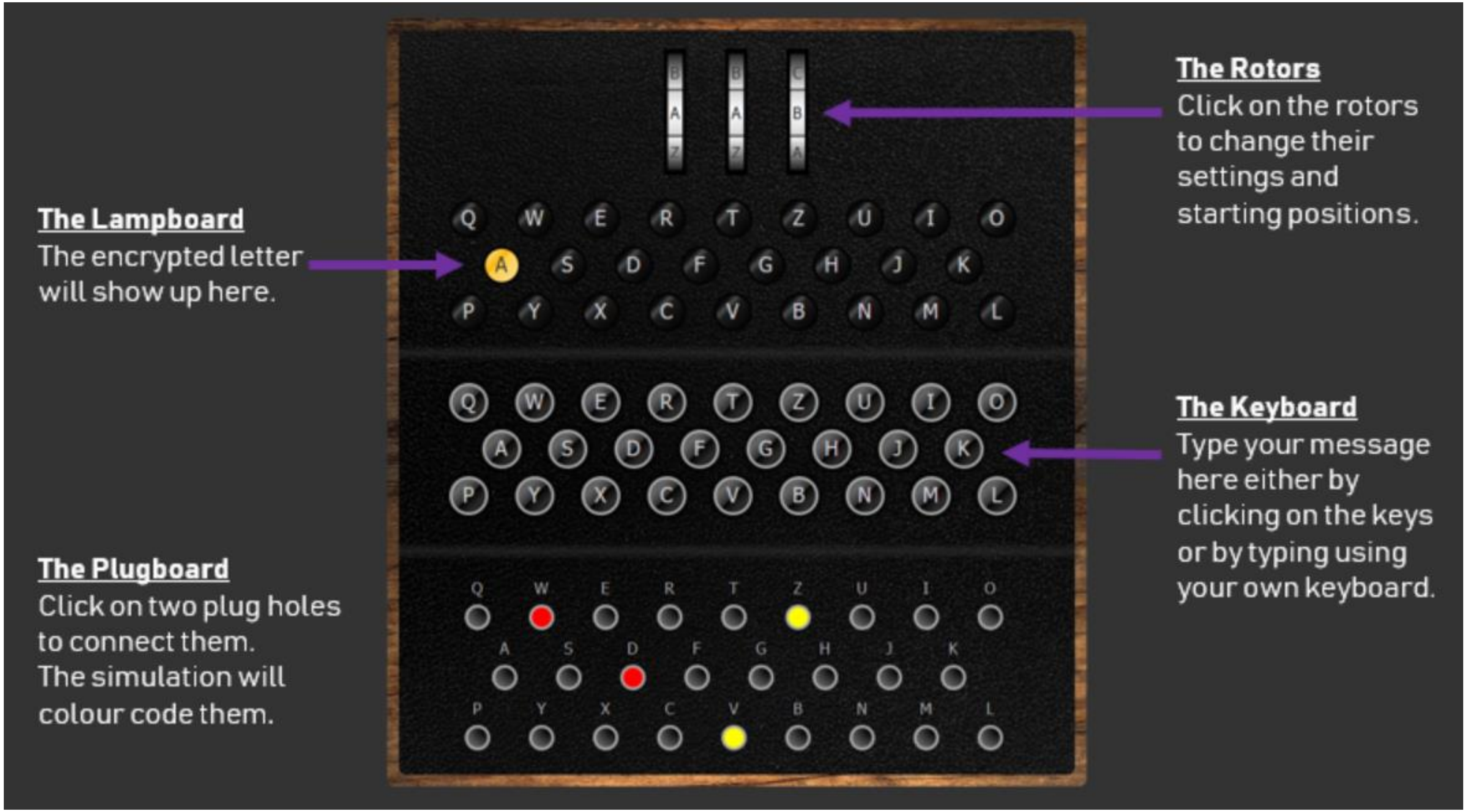
- Enigma berasal dari bahasa latin, *enigmae*, yang artinya teka-teki.



Enigma Rotors







Sumber gambar: https://www.101computing.net/enigma/enigma-instructions.html

Operator mengetik huruf plainteks pada keyboard, lalu menyalin ulang huruf cipherteks yang menyala pada *lampboard*. Cipherteks dikirim ke penerima pesan

- Enigma menggunakan sistem *rotor* (roda berputar) untuk membentuk huruf cipherteks yang berubah-ubah.

- Setiap rotor melakukan substitusi abjad-tunggal (*monoalphabetic cipher*).

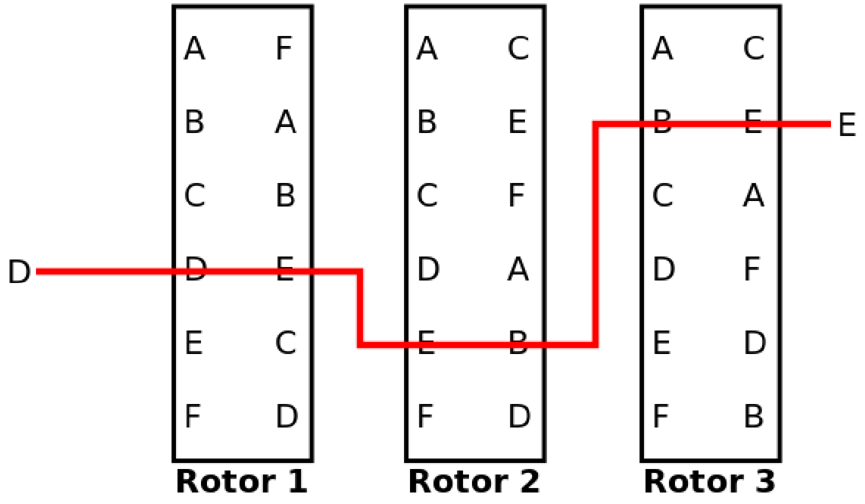
- Hasil substitusi oleh suatu rotor menjadi huruf input untuk operasi substitusi rotor selanjutnya.

- Hasil substitusi oleh rotor terakhir menjadi huruf cipherteks.

- Setiap kali sebuah huruf dienkripsi oleh sebuah rotor, *rotor* berputar satu huruf untuk membentuk huruf cipherteks baru bagi huruf plainteks berikutnya.

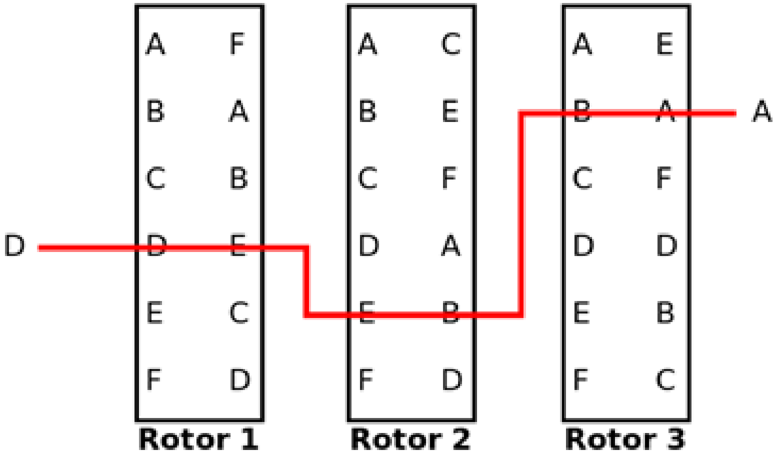
- Setelah berputar 26 huruf rotor kembali pada posisi semula. Jadi, diperoleh cipher abjad-majemuk dengan periode 26.

- Sebagai contoh, tinjau 3 rotor yang disederhanakan menjadi hanya 6 huruf alfabet:



- Misalkan huruf plainteks D ditekan pada keyboard
- Huruf D dienkripsi oleh roto pertama menjadi E
- Huruf E menjadi input untuk rotor kedua, dienkripsi menjadi B
- Huruf B menjadi input untuk rotor ketiga, dienkripsi menjadi E
- Jadi, huruf D dienkripsi menjadi E

- Setelah D dienkripsi menjadi E, rotor ketiga bergeser satu huruf.
- Jika D dienkripsi kembali, maka hasilnya adalah A



Sumber: https://www.usna.edu/Users/cs/nchamber/courses/ic211/s19/lab/l04/realenigma.html

- Model mesin enigma ada yang menggunakan 3 rotor atau 4 rotor, setiap rotor melakukan operasi substitusi cipher abjad-tunggal.

- Untuk mesin enigma 4-rotor, berarti terdapat $26 \times 26 \times 26 \times 26 = 456.976$ kemungkinan huruf cipherteks sebagai pengganti huruf plainteks sebelum terjadi perulangan urutan cipherteks.

- Setiap kali sebuah huruf selesai disubstitusi, *rotor* pertama bergeser satu huruf.

- Setiap kali *rotor* pertama selesai bergeser 26 kali, rotor kedua bergeser satu huruf. Setelah rotor kedua bergeser 26 kali, rotor ketiga bergeser satu huruf. Setelah rotor ketiga bergeser 26 kali, rotor keempat bergeser satu huruf.

Arah gerakan rotor

	Slow rotor		*Medium rotor*		*Fast rotor*		
A	24	21	26	20	1	8	A
B	25	3	1	1	2	18	B
C	26	15	2	6	3	26	C
D	1	1	3	4	4	17	D
E	2	19	4	15	5	20	E
F	3	10	5	3	6	22	F
G	4	14	6	14	7	10	G
H	5	26	7	12	8	3	H
I	6	20	8	23	9	13	I
J	7	8	9	5	10	11	J
K	8	16	10	16	11	4	K
L	9	7	11	2	12	23	L
M	10	22	12	22	13	5	M
N	11	4	13	19	14	24	N
O	12	11	14	11	15	9	O
P	13	5	15	18	16	12	P
Q	14	17	16	25	17	25	Q
R	15	9	17	24	18	16	R
S	16	12	18	13	19	19	S
T	17	23	19	7	20	6	T
U	18	18	20	10	21	15	U
V	19	2	21	8	22	21	V
W	20	25	22	21	23	2	W
X	21	6	23	9	24	7	X
Y	22	24	24	26	25	1	Y
Z	23	13	25	17	26	14	Z

(a) Kondisi rotor pada penekanan huruf B.
Huruf B menjadi huruf cipherteks I

Arah gerakan rotor

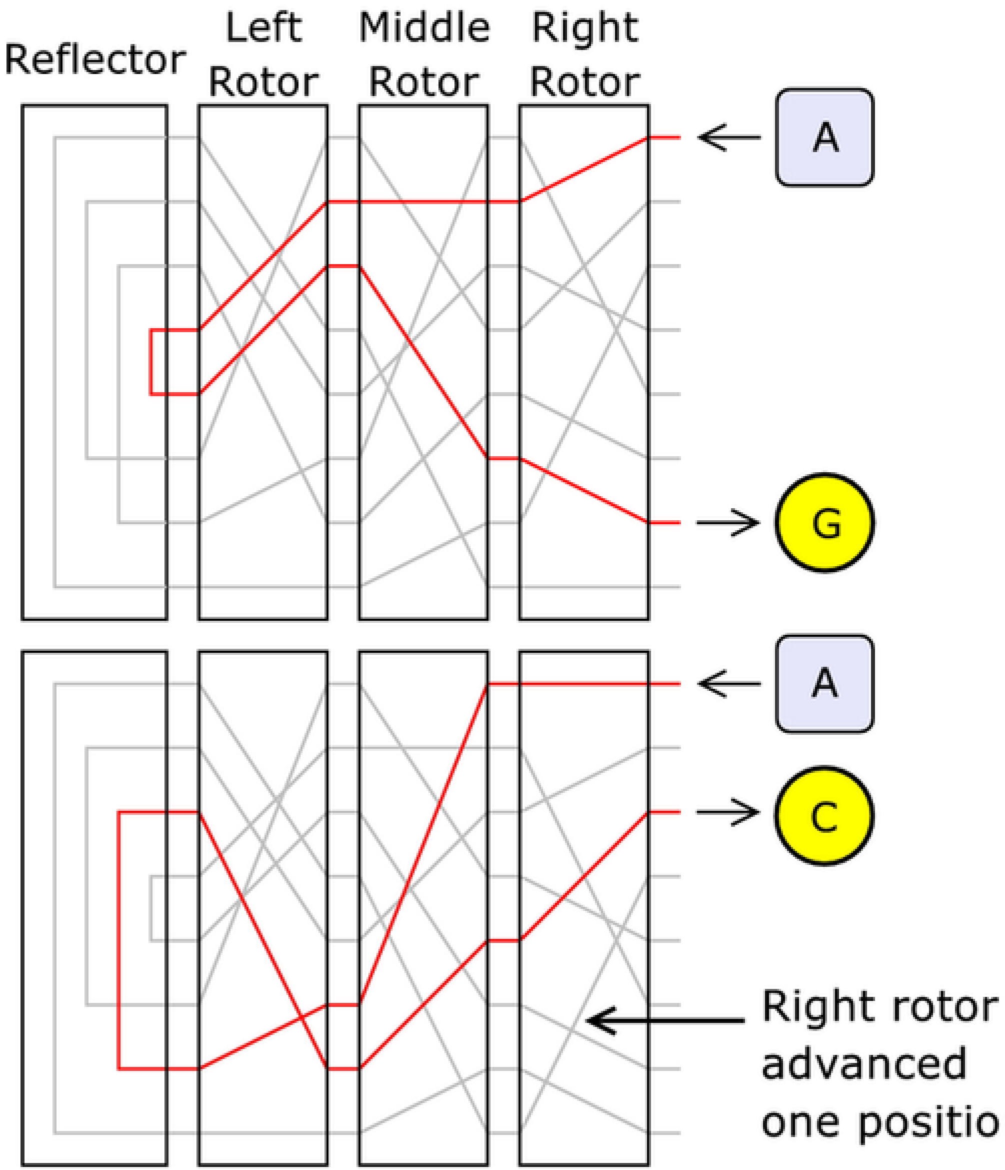
	Slow rotor		*Medium rotor*		*Fast rotor*		
A	24	21	26	20	26	14	A
B	25	3	1	1	1	8	B
C	26	15	2	6	2	18	C
D	1	1	3	4	3	26	D
E	2	19	4	15	4	17	E
F	3	10	5	3	5	20	F
G	4	14	6	14	6	22	G
H	5	26	7	12	7	10	H
I	6	20	8	23	8	3	I
J	7	8	9	5	9	13	J
K	8	16	10	16	10	11	K
L	9	7	11	2	11	4	L
M	10	22	12	22	12	23	M
N	11	4	13	19	13	5	N
O	12	11	14	11	14	24	O
P	13	5	15	18	15	9	P
Q	14	17	16	25	16	12	Q
R	15	9	17	24	17	25	R
S	16	12	18	13	18	16	S
T	17	23	19	7	19	19	T
U	18	18	20	10	20	6	U
V	19	2	21	8	21	15	V
W	20	25	22	21	22	21	W
X	21	6	23	9	23	2	X
Y	22	24	24	26	24	7	Y
Z	23	13	25	17	25	1	Z

(b) Posisi rotor setelah penekanan huruf B

- Posisi awal keempat *rotor* dapat di-*set*; dan posisi awal ini menyatakan kunci dari Enigma.

- Kriptanalisis mesin Enigma pertama kali ditemukan pada tahun 1932 oleh kriptografer Polandia, yaitu Marian Rejewski, Jerzy Różycki dan Henryk Zygalski.

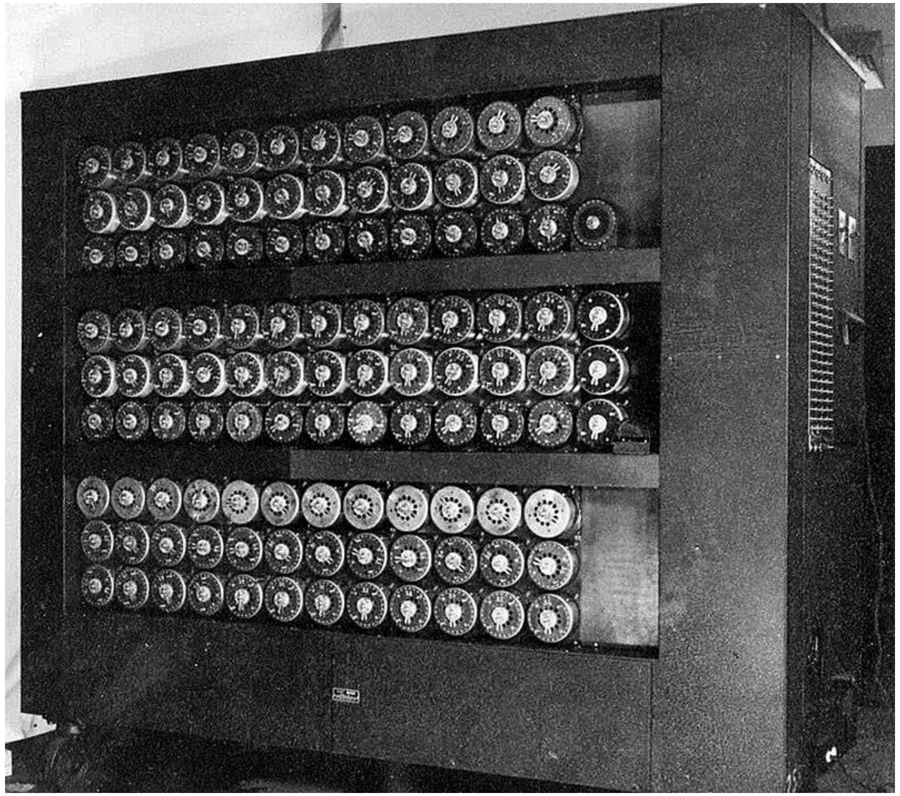
- Pemerintahan Nazi Jerman kemudian mendesain ulang mesin Enigma pada tahun 1939 dengan menambahkan *plugboard* dan *refelector*, sehingga proses enkripsi menjadi lebih kompleks. Metode kriptanalisis Enigma sebelumnya tidak dapat digunakan lagi.



- Jerman sangat percaya diri bahwa Enigma tidak akan dapat dipecahkan.

- Namun, dengan bantuan Polandia, Perancis dan Inggris kemudian membuat mesin pemecah Enigma baru ini, yang diberi nama *bombe*.

- *Bombe* dirancang oleh Alan Turing.



- *Bombe* berhasil memecahkan Enigma Cipher buatan Jerman.

- Keberhasilan memecahkan Enigma Cipher dianggap sebagai faktor yang memperpendek perang dunia kedua menjadi hanya dua tahun.

Coba simulator online Enimga di: https://www.101computing.net/enigma/enigma-instructions.html