

# Beberapa Teknik Memperkuat Algoritma RSA untuk Mengatasi Chosen-Plaintext Attack

Arief Pratama<sup>1)</sup>

1) Jurusan Teknik Informatika Sekolah Teknik Elektro dan Informatika ITB, Bandung, email: if14070@students.if.itb.ac.id

**Abstrak** -- RSA merupakan salah satu algoritma kunci public yang paling populer. Kekuatan algoritma ini terletak pada sulitnya memfaktorkan bilangan-bilangan besar menjadi factor-factor prima. Namun algoritma ini telah terbukti dapat dipecahkan dengan chosen-plaintext attack.

**Kata kunci:** RSA, CBC, chosen-plaintext attack, kriptanalisis

## 1. PENDAHULUAN

Chosen-plaintext attack merupakan jenis serangan di mana kriptanalisis memiliki plaintext, kemudian plaintext tersebut dienkripsi dengan kunci publik dan disimpan dalam kamus. Hasil enkripsinya dibandingkan dengan ciphertext yang ada. Jika terdapat kesamaan, maka kamus tersebut dapat digunakan kriptanalisis untuk mempelajari isi pesan.

Kriptanalisis telah dapat menghasilkan plaintext dari ciphertext yang ada, namun kuncinya sendiri belum ditemukan [2]. Pada serangan jenis ini kriptanalisis dapat memilih plaintext tertentu untuk dienkripsikan, yaitu plaintext yang lebih mengarahkan penemuan kunci. Kriptanalisis berusaha untuk menemukan kunci pembangun ciphertext dengan membandingkan keseluruhan ciphertext dengan plaintext yang ada.

Dimiliki:

$$C_1 = E_k(P_1) \text{ dan } P_1$$

$$C_2 = E_k(P_2) \text{ dan } P_2$$

....

$$C_i = E_k(P_i) \text{ dan } P_i$$

Informasi tersebut dapat digunakan kriptanalisis dalam mencari kelemahan dalam cryptosystem RSA, dan dalam kasus terburuk kunci dapat dideduksi.

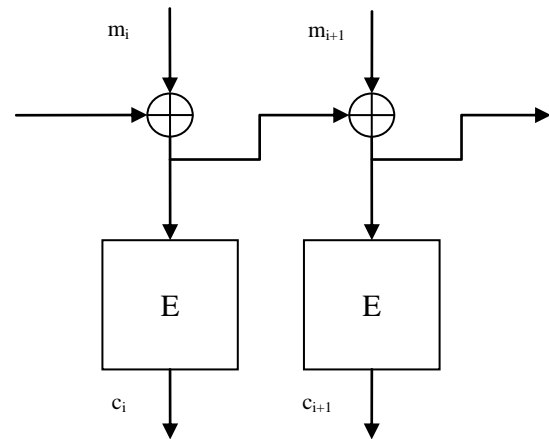
## 2. MODE-MODE OPERASI ENKRIPSI

Dalam makalah ini, penulis mengusulkan beberapa teknik untuk memperkuat algoritma ini, sehingga

dapat mengatasi kelemahan tersebut. Salah satu teknik yang diusulkan di sini adalah dengan menambah kerumitan pada plaintext sehingga para kriptanalisis sulit menemukan pasangan ciphertext pada dari chosen plaintext.

### 2.1. Mode enkripsi dengan menggunakan plaintexts sebelumnya

Pada mode ini, proses enkripsi dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 1 Alur proses enkripsi

Persamaan enkripsi:

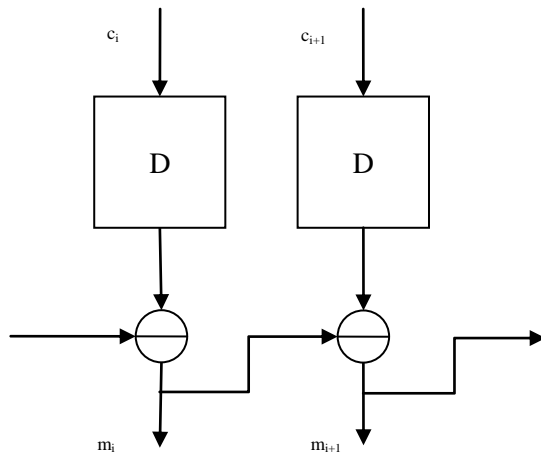
$$c_1 = m_1^e \text{ mod } n$$

$$c_2 = (m_2 \oplus m_1)^e \text{ mod } n$$

$$c_3 = (m_3 \oplus m_2 \oplus m_1)^e \text{ mod } n$$

...

$$c_i = (m_i \oplus m_{i-1} \oplus m_{i-2} \oplus \dots \oplus m_1)^e \text{ mod } n \quad (1)$$



**Gambar 2 Alur proses dekripsi**

$$\begin{aligned}
 m_1 &= c_1^d \bmod n \\
 m_2 &= (c_1^d \bmod n) \ominus m_1 \\
 m_2 &= (c_1^d \bmod n) \ominus (m_1 \oplus m_2) \\
 &\dots \\
 m_i &= (c_i^d \bmod n) \ominus (m_{i-1} \oplus m_{i-2} \oplus \dots \oplus m_1) \quad (2)
 \end{aligned}$$

Simbol  $\oplus$  adalah penjumlahan terhadap digit yang berkoresponden kemudian dimodulus 10. Simbol  $\ominus$  adalah pengurangan terhadap digit yang berkoresponden kemudian dimodulus 10. Setiap blok m diasumsikan memiliki panjang digit yang sama.

Contoh:

9387  $\oplus$  6623 dapat dihitung sebagai berikut:

$$(9 + 6) \bmod 10 = 5$$

$$(3 + 6) \bmod 10 = 9$$

$$(8 + 2) \bmod 10 = 0$$

$$(7 + 3) \bmod 10 = 0$$

Maka, 9387  $\oplus$  6623 = 5900.

5900  $\ominus$  6623 dapat dihitung sebagai berikut:

$$(5 - 6) \bmod 10 = 9$$

$$(9 - 6) \bmod 10 = 3$$

$$(0 - 2) \bmod 10 = 8$$

$$(0 - 3) \bmod 10 = 7$$

Maka, 5900  $\oplus$  6623 = 9387.

Contoh berikut akan menggambarkan proses enkripsi dan dekripsi pada mode ini.

$m = \text{HARI INI} = 726\ 582\ 733\ 273\ 787\ 003$

$$m_1 = 726 \qquad m_2 = 582$$

$$m_3 = 733 \qquad m_4 = 273$$

$$m_5 = 787 \qquad m_6 = 003$$

Parameter lainnya:  $e = 79, d = 1019, n = 3337$

Jika dengan menggunakan metode RSA konvensional, ciphertext yang dihasilkan adalah : 215 776 1743 933 1731 158

Proses enkripsi:

$$\begin{aligned}
 c_1 &= 726^{79} \bmod 3337 \\
 &= 215
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 c_2 &= (582 \oplus 726)^{79} \bmod 3337 \\
 &= 208^{79} \bmod 3337 \\
 &= 1150
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 c_3 &= (733 \oplus 208)^{79} \bmod 3337 \\
 &= 931^{79} \bmod 3337 \\
 &= 322
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 c_4 &= (273 \oplus 931)^{79} \bmod 3337 \\
 &= 104^{79} \bmod 3337 \\
 &= 2893
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 c_5 &= (787 \oplus 104)^{79} \bmod 3337 \\
 &= 881^{79} \bmod 3337 \\
 &= 932
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 c_6 &= (003 \oplus 881)^{79} \bmod 3337 \\
 &= 884^{79} \bmod 3337 \\
 &= 1450
 \end{aligned}$$

Ciphertext yang dihasilkan : 215 1150 322 2893 932 1450

Proses dekripsi :

$$\begin{aligned}
 m_1 &= 215^{1019} \bmod 3337 \\
 &= 726
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 m_2 &= (1150^{1019} \bmod 3337) \ominus 726 \\
 &= 208 \ominus 726 \\
 &= 582
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 m_3 &= (322^{1019} \bmod 3337) \ominus 208 \\
 &= 931 \ominus 208 \\
 &= 733
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 m_4 &= (2893^{1019} \bmod 3337) \ominus 931 \\
 &= 104 \ominus 931 \\
 &= 273
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 m_5 &= (932^{1019} \bmod 3337) \ominus 104 \\
 &= 881 \ominus 104 \\
 &= 787
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 m_6 &= (1450^{1019} \bmod 3337) \ominus 881 \\
 &= 884 \ominus 881 \\
 &= 003
 \end{aligned}$$

## 2.2. Mode enkripsi dengan mengadopsi mode CBC dari block cipher

CBC (*cipher block chaining*) adalah mode enkripsi yang memiliki persamaan sebagai berikut [1]:

$$C_i = E(P_i \oplus C_{i-1})$$

$$P_i = C_{i-1} \oplus D(C_i)$$

$$C_0 = \text{Initialization Vector}$$

Dengan mengadopsi mode tersebut ke persamaan RSA, maka kita dapat memperoleh :

a. Persamaan enkripsi

$$c_i = (m_i \oplus c_{i-1})^e \bmod n \quad (3)$$

Jika  $m_i$  dan  $c_{i-1}$  tidak memiliki panjang digit yang sama, maka modulo hanya dilakukan sepanjang digit terpendek, namun lebar digit hasil perhitungan harus sepanjang  $m_i$ .

Contoh:

$9387 \oplus 662$  dapat dihitung sebagai berikut:

$$(9 + 6) \bmod 10 = 5$$

$$(3 + 6) \bmod 10 = 9$$

$$(8 + 2) \bmod 10 = 0$$

Maka,  $9387 \oplus 662 = 5907$ .

b. Persamaan dekripsi

$$m_i = (c_i^d \bmod n) \oplus c_{i-1} \quad (4)$$

Dengan menggunakan plaintext dan kunci seperti contoh sebelumnya, maka proses enkripsi dan dekripsi pada mode ini dapat digambarkan sebagai berikut.

Proses enkripsi:

$$\begin{aligned} c_1 &= 726^{79} \bmod 3337 \\ &= 215 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c_2 &= (582 \oplus 215)^{79} \bmod 3337 \\ &= 797^{79} \bmod 3337 \\ &= 1138 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c_3 &= (733 \oplus 1138)^{79} \bmod 3337 \\ &= 846^{79} \bmod 3337 \\ &= 470 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c_4 &= (273 \oplus 470)^{79} \bmod 3337 \\ &= 643^{79} \bmod 3337 \\ &= 580 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c_5 &= (787 \oplus 580)^{79} \bmod 3337 \\ &= 264^{79} \bmod 3337 \\ &= 2937 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c_6 &= (003 \oplus 2937)^{79} \bmod 3337 \\ &= 296^{79} \bmod 3337 \\ &= 902 \end{aligned}$$

Ciphertext yang dihasilkan: 215 1138 470 580 2937 902

Proses dekripsi:

$$\begin{aligned} m_1 &= 215^{1019} \bmod 3337 \\ &= 726 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_2 &= (1138^{1019} \bmod 3337) \oplus 215 \\ &= 797 \oplus 215 \\ &= 582 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_3 &= (470^{1019} \bmod 3337) \oplus 1138 \\ &= 846 \oplus 1138 \\ &= 733 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_4 &= (580^{1019} \bmod 3337) \oplus 470 \\ &= 643 \oplus 470 \\ &= 273 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_5 &= (2937^{1019} \bmod 3337) \oplus 580 \\ &= 264 \oplus 580 \\ &= 787 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_6 &= (902^{1019} \bmod 3337) \oplus 2937 \\ &= 296 \oplus 2937 \\ &= 003 \end{aligned}$$

## 3. ANALISIS TERHADAP MODE OPERASI

### 3.1. Analisis mode enkripsi pertama

Pada contoh di atas, jika kriptanalis mengetahui bahwa plaintext mengandung blok 733, blok tersebut dapat dienkripsi menjadi :

$$733^{79} \bmod 3337 = 1743$$

Sedangkan pada ciphertext, enkripsi blok 733 akan menghasilkan 322.

Kriptanalis tidak akan menemukan blok 1743 dalam ciphertext, dan walaupun ditemukan blok tersebut bukanlah blok yang berkoresponden dengan plaintext 733.

Jika diasumsikan bahwa kriptanalis mengetahui bahwa blok plaintext 733 berkoresponden dengan ciphertext 322, maka :

$$322 = (733 \oplus X)^{79} \bmod 3337$$

Informasi yang didapat kriptanalis hanya terbatas pada nilai di atas. Nilai X hanya dapat ditemukan

jika menggunakan brute-force, yang memakan waktu lama untuk menyelesaikannya. Walaupun nilai X ditemukan, nilai tersebut tidak akan berarti apa-apa kecuali 733 merupakan blok kedua di mana X merupakan blok pertama. Untuk menghitung blok ketiga dan seterusnya, kriptanalis hanya dapat mengandalkan brute-force.

Berdasarkan rumus, proses enkripsi suatu blok plainteks melibatkan plainteks-plainteks sebelumnya. Namun dalam implementasinya, perhitungan modulo terhadap suatu plainteks dapat memanfaatkan perhitungan yang telah dilakukan terhadap plainteks sebelumnya. Perhitungan modulo terhadap suatu cipherteks juga dapat memanfaatkan perhitungan sebelumnya.

Hal ini tentu saja berpengaruh besar dalam performansi enkripsi/dekripsi. Namun jika implementasi seperti di atas digunakan, kesalahan perhitungan modulo pada suatu blok akan menghasilkan cipherteks/plainteks yang bersangkutan juga salah dan kesalahan itu merambat keseluruhan cipherteks/plainteks berikutnya.

### 3.2. Analisis mode enkripsi kedua (CBC)

Dengan menggunakan contoh yang diberikan pada subbab 2.2, jika kriptanalis mengetahui bahwa plaintext mengandung blok 733, maka dengan mode enkripsi konvensional RSA didapat:

$$733^{79} \bmod 3337 = 1743$$

Dengan menggunakan mode ini, cipherteks dihitung dengan :

$$C = (733 \oplus X)^{79} \bmod 3337$$

Di mana X merupakan blok ciphertext sebelum C. Untuk mendapatkan C, kriptanalis harus menghitung rumus di atas dengan menggunakan pasangan 2 blok yang berurutan secara brute-force.

Jika diasumsikan bahwa blok plainteks 733 berkoresponden dengan cipherteks 1743, maka kriptanalis dapat mencari X dengan mudah karena X merupakan blok cipher sebelum 1743.

Dalam implementasi, kesalahan enkripsi terhadap satu blok plainteks akan menyebabkan kesalahan terhadap cipherteks yang bersangkutan dan satu blok cipherteks sesudahnya.

## 4. PENGEMBANGAN LEBIH LANJUT

Kedua mode tersebut dapat dikembangkan lebih lanjut. Beberapa pengembangan yang dapat dilakukan adalah:

1. Menggunakan *initialization vektor* dalam enkripsi blok pertama.
2. Kedua mode di atas dapat dikombinasikan

sehingga cipher akan semakin rumit untuk dianalisis.

## 5. KESIMPULAN

Sebagaimana diketahui, dalam kasus-kasus tertentu chosen-plaintext attack dapat memungkinkan kriptanalis menemukan kunci RSA. Namun, kemungkinan tersebut dapat diperkecil dengan memperumit cryptosystem RSA. Dengan beberapa mode enkripsi yang penulis usulkan pada makalah ini, chosen-plaintext attack akan semakin sulit untuk dilakukan dan para kriptanalis akan semakin sulit dalam mengumpulkan informasi terkait plaintext.

Kedua mode enkripsi ini memiliki kelemahan jika diimplementasikan dalam saluran komunikasi kunci publik. Untuk mode pertama, kesalahan pada operasi  $\oplus$  pada suatu blok akan menyebabkan kesalahan cipherteks yang bersangkutan dan seluruh cipherteks sesudahnya. Untuk mode kedua, kesalahan enkripsi pada satu blok akan mengakibatkan kesalahan pada blok tersebut dan satu blok sesudahnya.

Mode enkripsi pada cryptosystem RSA yang penulis usulkan pada makalah ini hanyalah sebagian kecil dari berbagai mode yang dapat ditemukan.

## DAFTAR REFERENSI

- [1] Munir, Rinaldi, "Diktat Kuliah IF5054 Kriptografi", Institut Teknologi Bandung, 2006.
- [2] Hapsari, Anggun Dkk, "Teknik-teknik Kriptanalis", Departemen Teknik Informatika Institut Teknologi Bandung, 2002.