Bahan Kuliah II4021 Kriptografi

Digital Signature Algorithm (DSA) dan Elliptic Curve DSA (ECDSA)

Oleh: Rinaldi Munir

Program Studi Teknik Informatika
STEI-ITB
2024

Pendahuluan

- DSS (Digital Signature Standard) adalah bakuan (standard) untuk tanda-tangan digital.
- Diresmikan pada bulan Agustus 1991 oleh NIST (*The National Institute of Standard and Technology*)

- *DSS* terdiri dari dua komponen:

  1. Algoritma tanda-tangan digital: *Digital Signature Algorithm* (*DSA*).

  2. Fungsi *hash* standard: *Secure Hash Algorithm* (*SHA-1*).

Digital Signature Algorithm (*DSA*)

- *DSA* termasuk ke dalam algoritma kriptografi kunci-publik.
- *DSA* tidak dapat digunakan untuk enkripsi pesan; *DSA* dispesifikasikan khusus untuk tanda-tangan digital saja.

- *DSA* mempunyai dua fungsi utama:

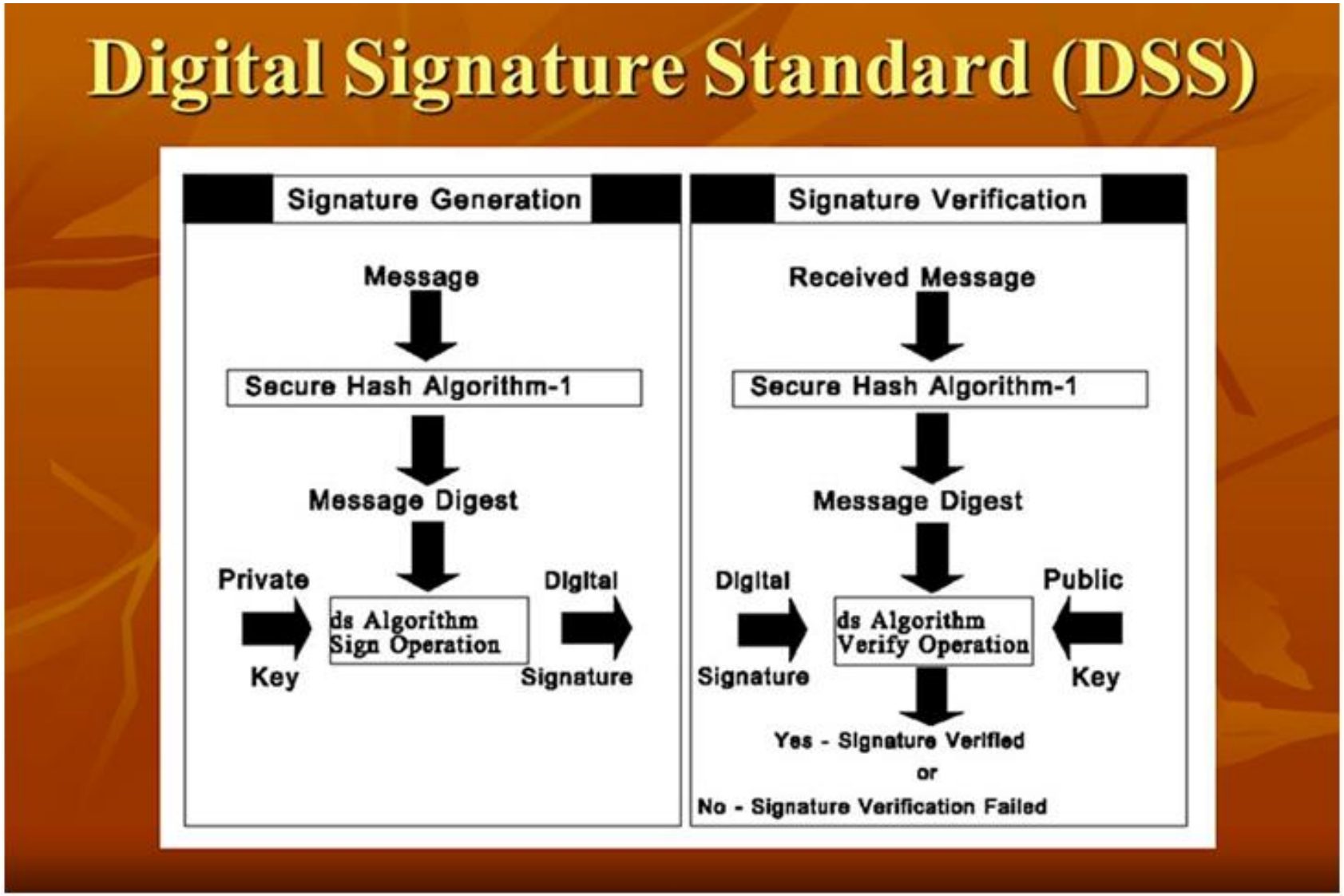
  1. Pembangkitan tanda-tangan (*signature generation*),
  2. Pemeriksaan keabsahan tanda-tangan (*signature verification*).

- *DSA* dikembangkan dari algoritma *ElGamal.*

- *DSA* menggunakan dua buah kunci, yaitu kunci publik dan kunci privat.

- Pembentukan tanda-tangan menggunakan kunci privat, sedangkan verifikasi tanda-tangan menggunakan kunci publik.

- DSA menggunakan fungsi *hash SHA-1* (*Secure Hash Algorithm*) untuk menghasilkan *message digest* yang berukuran 160 bit (SHA-sudah dijelaskan pada materi kuliah sebelumnya).



Sumber: https://signx.wondershare.com/knowledge/digital-signature-algorithm.html

Parameter DSA

1. p, bilangan prima, panjangnya L bit, $512 \leq L \leq 1024$ dan L harus kelipatan 64. Parameter p bersifat publik.
2. q, bilangan prima 160 bit, merupakan faktor dari $p - 1$. Dengan kata lain, $(p - 1) \bmod q = 0$. Parameter q bersifat publik.
3. $g = h^{(p-1)/q} \bmod p$, $h < p - 1$ sedemikian sehingga $h^{(p-1)/q} \bmod p > 1$. Parameter g bersifat publik.
4. x, kunci privat, adalah bilangan bulat kurang dari q.
5. $y = g^x \bmod p$, kunci publik.
6. m, pesan yang akan diberi tanda-tangan.

Pembangkitan Sepasang Kunci

1. Pilih bilangan prima p dan q, yang dalam hal ini $(p - 1) \bmod q = 0$.
2. Hitung $g = h^{(p-1)/q} \bmod p$, yang dalam hal ini $1 < h < p - 1$ dan $h^{(p-1)/q} \bmod p > 1$.
3. Tentukan kunci privat x, yang dalam hal ini x, dalam hal ini $0 < x < q$.
4. Hitung kunci publik $y = g^x \bmod p$.

Prosedur di atas menghasilkan:

parameter publik: (p, q, g, y)

parameter privat: x

Pembangkitan Tanda-tangan (*Signing*)

1. Hitung *message digest* pesan *m* dengan fungsi *hash* SHA-1, $H(m)$.

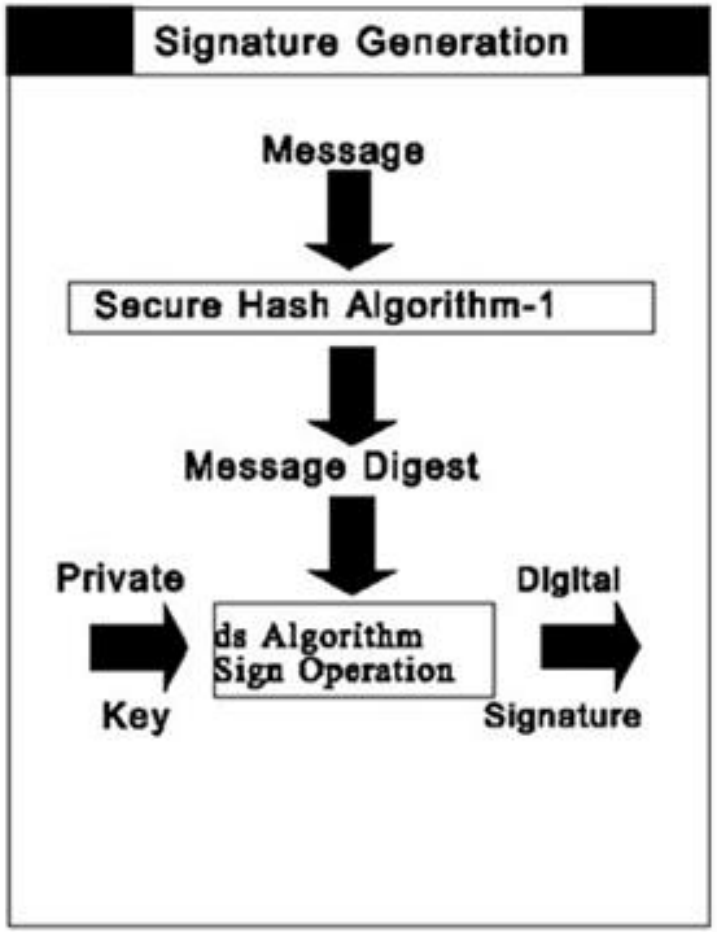
2. Tentukan bilangan acak k, $0 < k < q$.

3. Tanda-tangan dari pesan *m* adalah bilangan *r* dan *s*. Hitung *r* dan *s* sebagai berikut (kunci privat = *x*):

   $$r = (g^k \bmod p) \bmod q$$

   $$s = (k^{-1}(H(m) + x \cdot r)) \bmod q$$

4. Kirim pesan *m* beserta tanda-tangan (*r*, *s*)



Verifikasi Keabsahan Tanda-tangan (*Verifying*)

1. Hitung *message digest* pesan *m* dengan fungsi *hash* SHA-1, $H(m)$.

2. Verifikasi tanda-tangan, *r* dan *s*, sebagai berikut (kunci publik = *y*): :

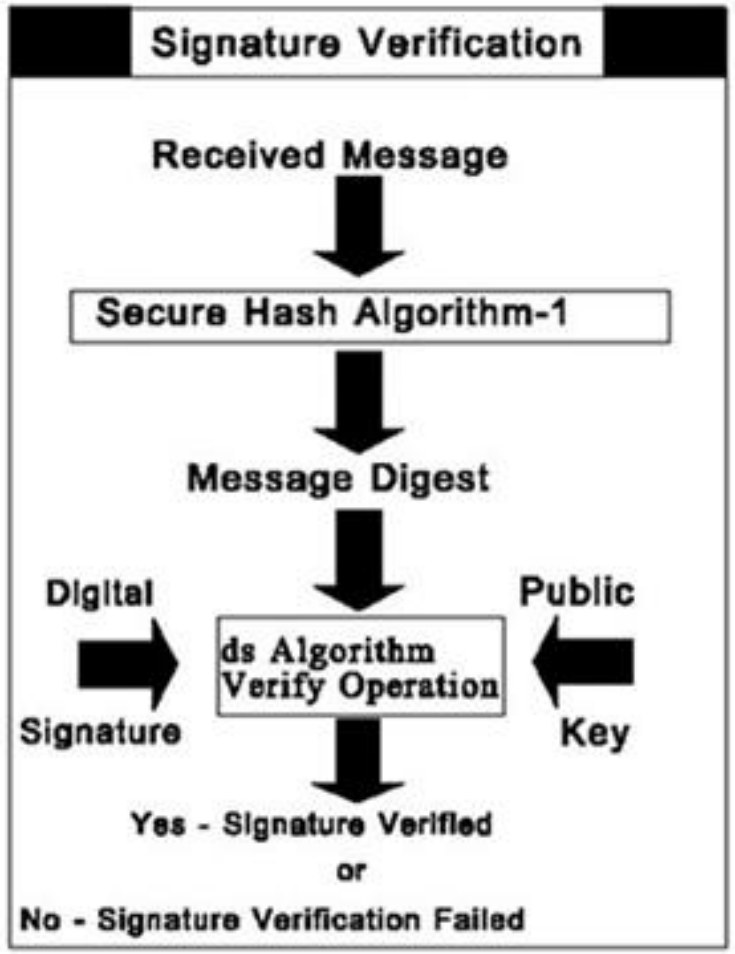
$$w = s^{-1} \bmod q$$

$$u_1 = (H(m) \cdot w) \bmod q$$

$$u_2 = (r \cdot w) \bmod q$$

$$v = ((g^{u1} \cdot y^{u2}) \bmod p) \bmod q)$$

2. Jika $v = r$, maka tanda-tangan digital sah (terverifikasi), sebaliknya tidak sah.



Ringkasan DSA

Global Public-Key Components

p prime number where $2^{L-1} < p < 2^L$ for $512 \leq L \leq 1024$ and L a multiple of 64; i.e., bit length of between 512 and 1024 bits in increments of 64 bits

q prime divisor of $(p - 1)$, where $2^{159} < q < 2^{160}$; i.e., bit length of 160 bits

g $= h^{(p-1)/q} \bmod p$, where h is any integer with $1 < h < (p - 1)$ such that $h^{(p-1)/q} \bmod p > 1$

User's Private Key

x random or pseudorandom integer with $0 < x < q$

User's Public Key

$y = g^x \bmod p$

User's Per-Message Secret Number

k = random or pseudorandom integer with $0 < k < q$

Signing

$r = (g^k \bmod p) \bmod q$

$s = [k^{-1} (\mathrm{H(M)} + xr)] \bmod q$

Signature = (r, s)

Verifying

$w = (s')^{-1} \bmod q$

$\mathrm{u_1} = [\mathrm{H(M')}w] \bmod q$

$\mathrm{u_2} = (r')w \bmod q$

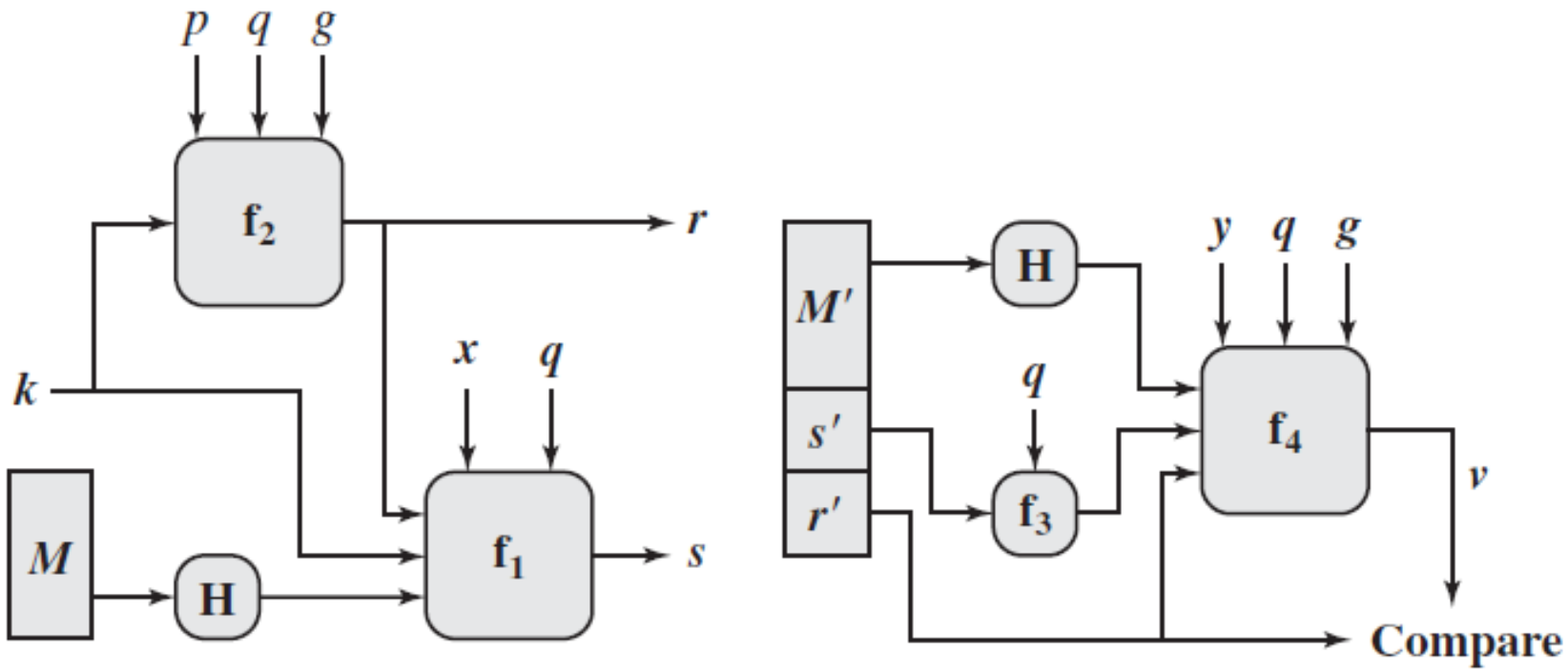
$v = [(g^{u1}\, y^{u2}) \bmod p] \bmod q$

TEST: $v = r'$

M = message to be signed

$\mathrm{H}(M)$ = hash of M using SHA-1

M', r', s' = received versions of M, r, s



$s = \mathrm{f}_1(\mathrm{H}(M), k, x, r, q) = (\mathrm{k}^{-1}\,(\mathrm{H}(M) + xr)) \bmod q$

$r = \mathrm{f}_2(k, p, q, g) = (g^k \bmod p) \bmod q$

(a) Signing

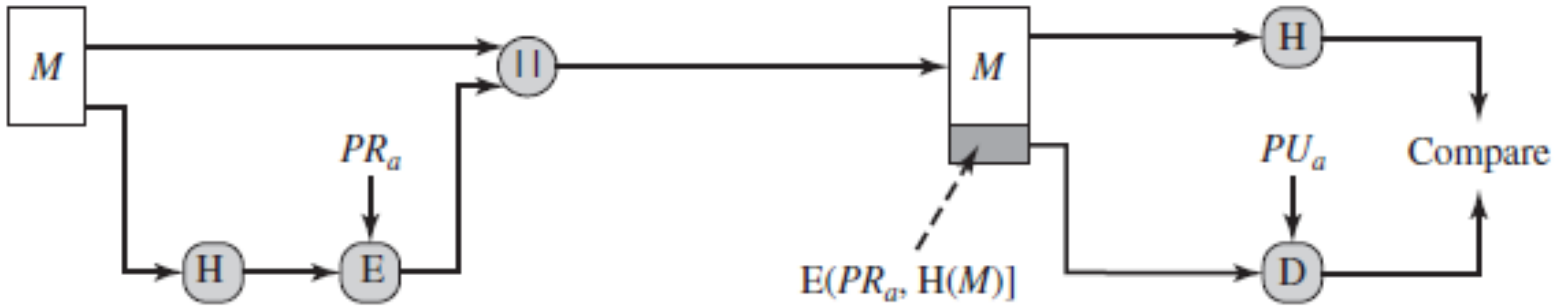
$w = \mathrm{f}_3(s', q) = (s')^{-1} \bmod q$

$v = \mathrm{f}_4(\mathrm{y}, q, g, \mathrm{H}(M'), w, r')$

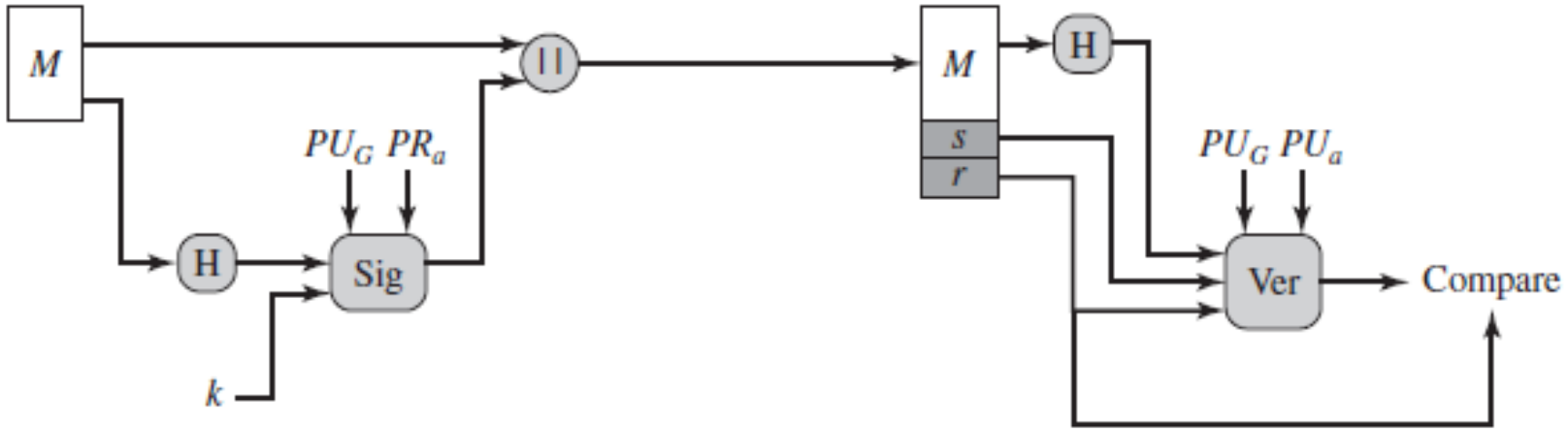
$= ((g^{(\mathrm{H}(M')w) \bmod q}\, \mathrm{y}^{r'w \bmod q}) \bmod p) \bmod q$

(b) Verifying

Perbandingan DSA dengan RSA dalam tanda tangan digital



(a) RSA approach



(b) DSS approach

Contoh Perhitungan *DSA*

A. Prosedur Pembangkitan Sepasang Kunci

1. Pilih bilangan prima p dan q, yang dalam hal ini $(p - 1) \bmod q = 0$.

   $p = 59419$

   $q = 3301$ (memenuhi $(59419 - 1) \bmod 3301 = 0$)

2. Hitung $g = h^{(p-1)/q} \bmod p$, yang dalam hal ini $1 < h < p - 1$ dan $h^{(p-1)/q} \bmod p > 1$.

   $g = 100^{(59419-1)/3301} \bmod (59419) = 18870$ (dengan $h = 100$)

3. Tentukan kunci privat x, yang dalam hal ini $x < q$.

   $x = 3223$

4. Hitung kunci publik $y = g^x \bmod p$.

   $y = 18870^{3223} \bmod 59419 = 29245$ (cek dengan Wolframalpha ☺)

B. Prosedur Pembangkitan Tanda-tangan (Signing)

1. Hitung nilai *hash* dari pesan *m*, misalkan $H(m) = 4321$

2. Tentukan bilangan acak $k < q$.

   $k = 997$

   $k^{-1} \equiv 2907 \pmod{3301}$

parameter publik: (p = 59419 , q = 3301, g = 18870)
parameter privat: x = 3223

3. Hitung tanda-tangan digital, *r* dan *s*, sebagai berikut:

   $r = (g^k \bmod p) \bmod q = (18870^{997} \bmod 3301) = 848$

   $s = (k^{-1}(H(m) + x \cdot r)) \bmod q = (2907\ (4321 + 3223 \cdot 848)) \bmod 3301$

   $= 7957694475 \bmod 3301 = 183$

4. Kirim pesan *m* dan tanda-tangan, (*r*, s) = (848, 183)

C. Prosedur Verifikasi Tanda-tangan

1. Hitung nilai *hash* dari pesan *m*, misalkan $H(m) = 4321$
2. Verifikasi tanda-tangan, $(r, s) = (848, 183)$, sebagai berikut:

   $s^{-1} \equiv 469 \pmod{3301}$

   $w = s^{-1} \bmod q = 469 \bmod 3301 = 469$

   $u_1 = (H(m) \cdot w) \bmod q = (4321 \cdot 469)\ 2026549 \bmod 3301 = 3036$

   $u_2 = (r \cdot w) \bmod q = (848 \cdot 469) = 397712 \bmod 3301 = 1592$

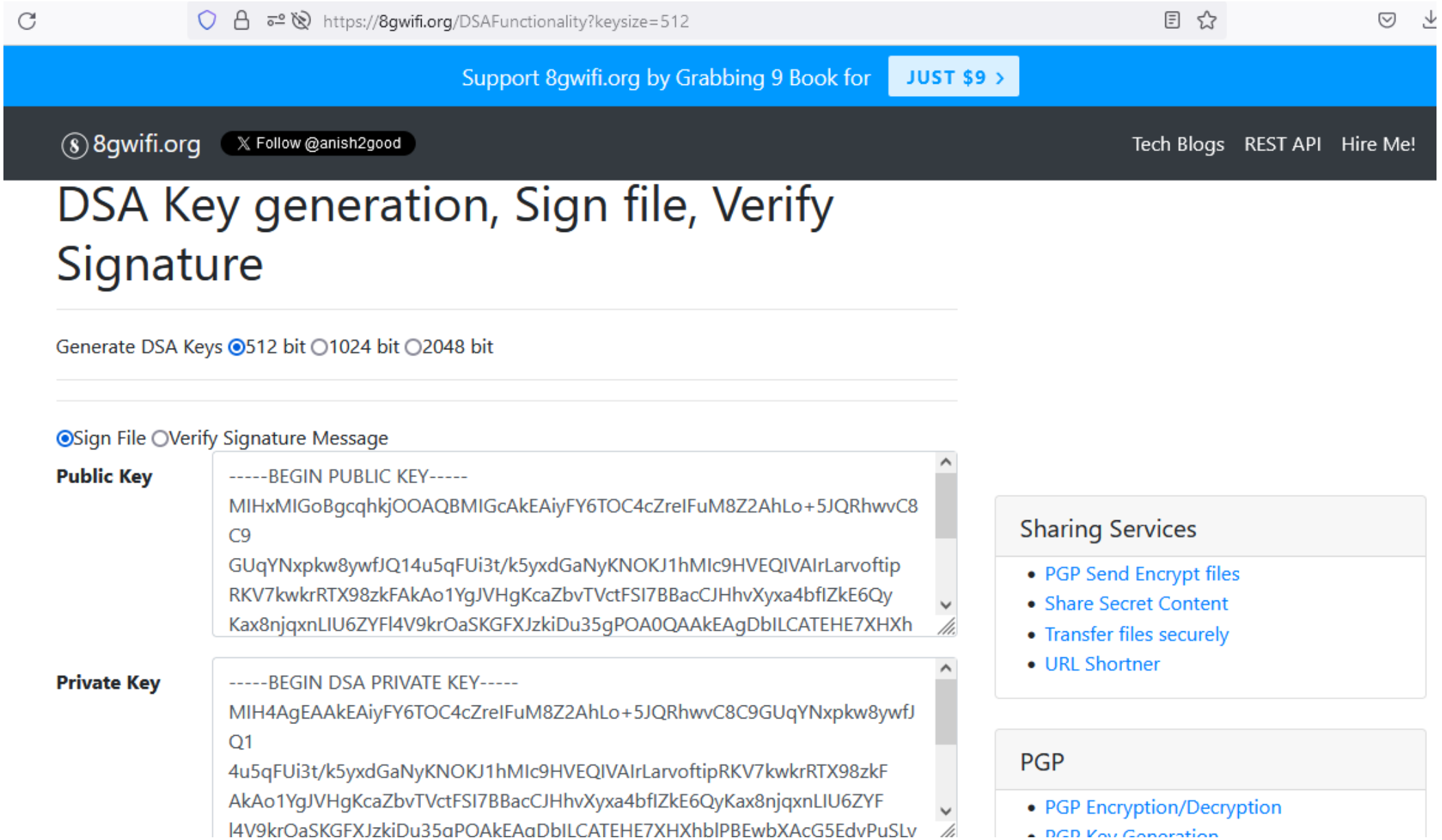
   $v = ((g^{u1} \cdot y^{u2}) \bmod p) \bmod q) = (18870^{3086} \cdot 29245^{1592}) \bmod 3301$

   $= 3036\ 848 \bmod 3301 = 848$

   parameter publik: (p = 59419 , q = 3301, g = 18870, y = 29245)

3. Karena $v = r$, maka tanda-tangan sah.

Kalkulator DSA online: https://8gwifi.org/DSAFunctionality?keysize=512



ECDSA

- ECDSA adalah varian DSA untuk komputasi dalam kurva elliptic, sehingga diberi nama Elliptic Curve Digital Signature Algorithm

- Besaran yang digunakan di dalam ECDSA
    1. Persamaan kurva elliptic dalam modulus p
    2. Titik basis G (dipilih dari himpunan titik di dalam kurav elliptic)
    3. Bilangan bulat n, dengan syarat nG = O, O adalah titik di infinity
    4. Kunci privat pengirim pesan, bilangan bulat d
    5. Kunci publik pengirim pesan, titik Q = dG
    6. Pesan, m

1. Pembangkitan tanda tangan digital

1. Pilih bilangan acak k, $1 \leq k \leq n - 1$
2. Hitung $kG = (x_1, y_1)$
3. Hitung $r = x_1 \bmod p$
4. Hitung $k^{-1} \bmod q$
5. Hitung e = HASH(m), m adalah pesan yang akan ditandatangani, HASH adalahfungsi hash yang digunakan, misalmya SHA-1, SHA-2, dsb.
6. Hitung $s = k^{-1} (e + dr) \bmod p$, d adalah kunci privat pengirim
7. Tanda-tangan digital adalah (r, s)

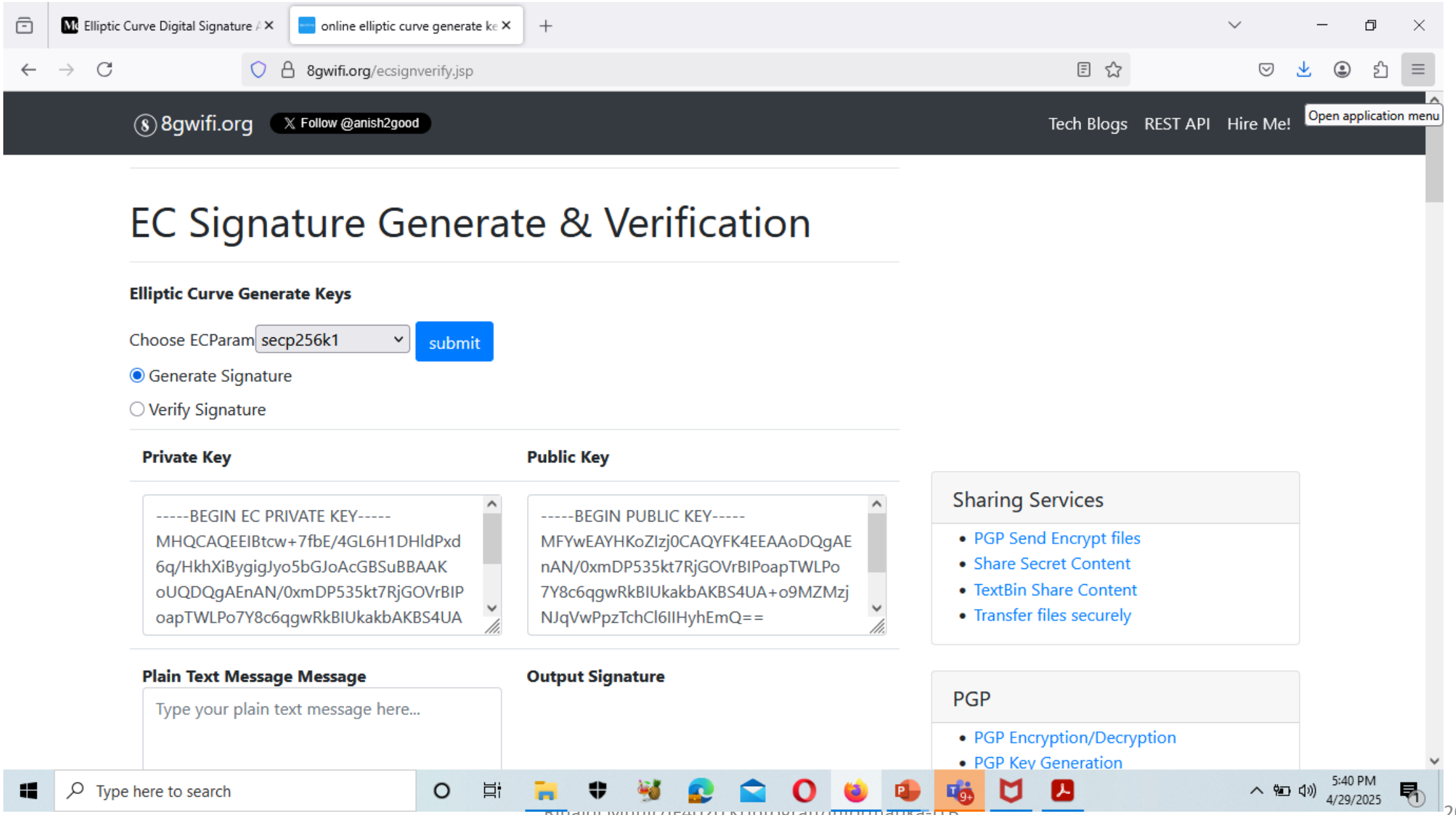
Pengirim pesan mengirim pesan m + (r, s) kepada penerima pesan.

2. Verifikasi tanda-tangan

Penerima pesan memverifikasi tanda-tangan sebagai berikut:

1. Periksa apakah r dan s terdapat di dalam selang [1, n-1]
2. Hitung e = HASH(m).
3. Hitung $w = s^{-1} \bmod n$
4. Hitung $u_1 = ew \bmod n$ dan $u_2 = rw \bmod n$.
5. Hitung titik $(x_1,y_1) = u_1G + u_2Q$.
6. Tanda-tangan valid jika $r = x_1 \bmod n$, invalid jika bukan.

https://8gwifi.org/ecsignverify.jsp



SELAMAT BELAJAR