

18 - Pendeteksian Tepi (Bagian 1)

IF4073 Pemrosesan Citra Digital

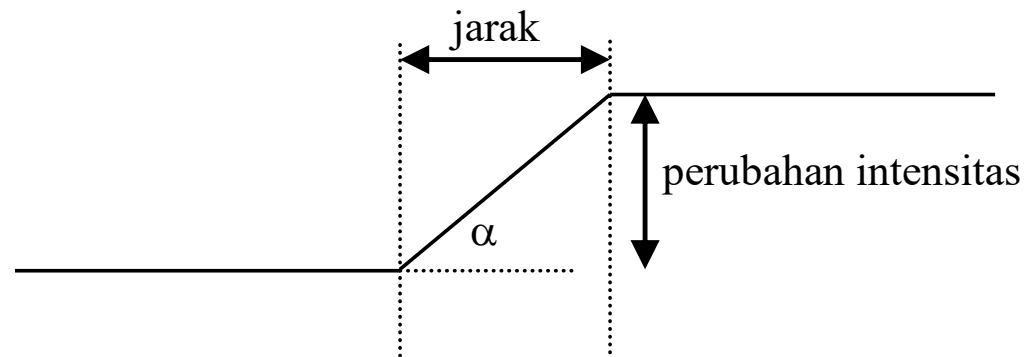
Oleh: Dr. Ir. Rinaldi, M.T



Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung
2025

Tepi (*edge*)

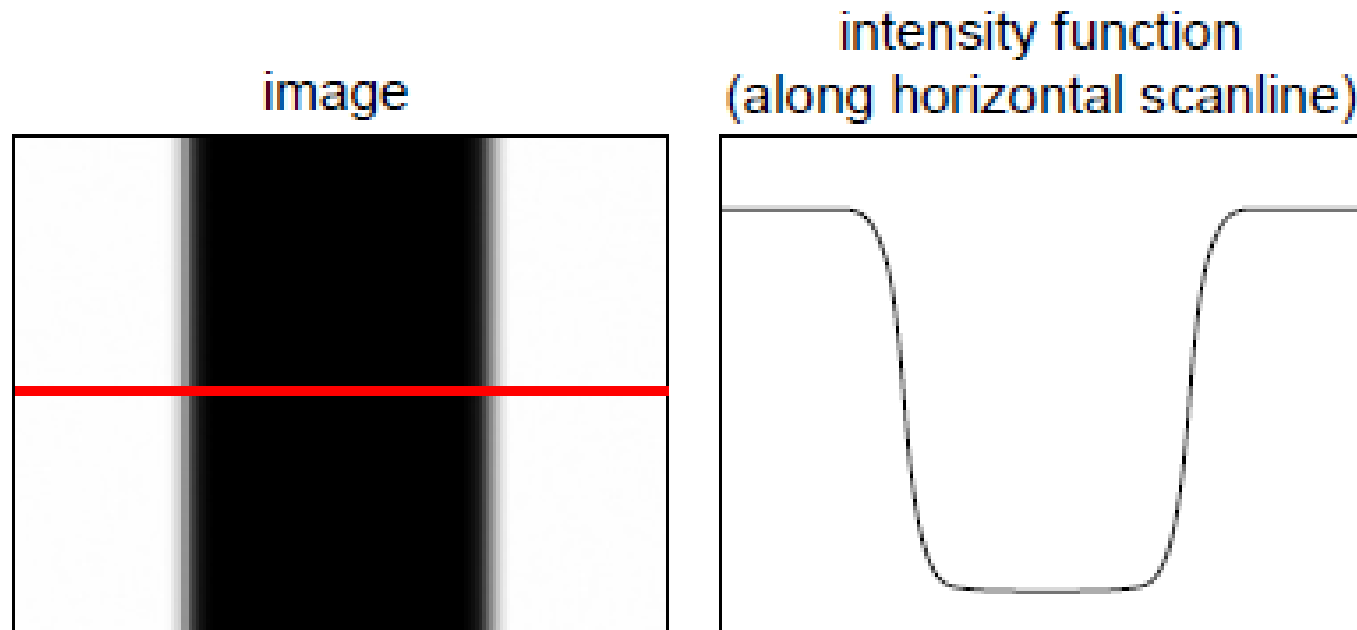
- Tepi (*edge*) adalah **perubahan** nilai intensitas nilai keabuan yang mendadak (besar) dalam jarak yang singkat.



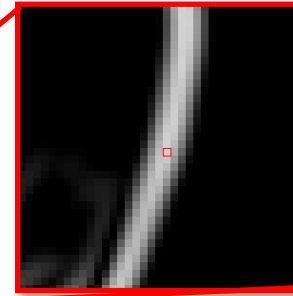
α = arah tepi

- Tepi memiliki **arah**, dan arah ini berbeda-beda bergantung pada perubahan intensitas

- Tepi biasanya terdapat pada batas antara dua daerah yang berbeda intensitas dengan perubahan yang sangat cepat di dalam citra.

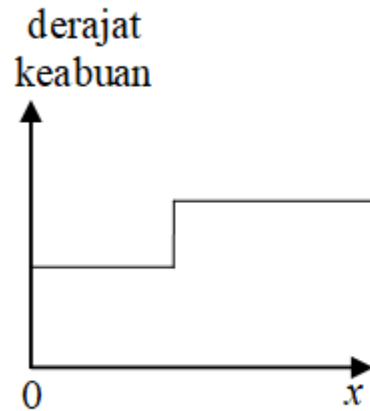


Di mana tepi?

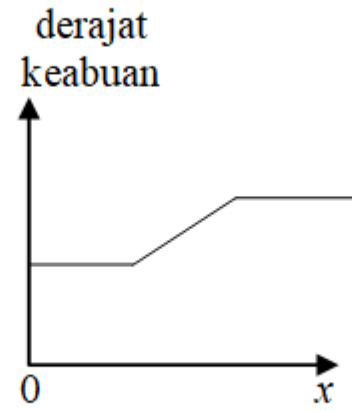


Ini tepi

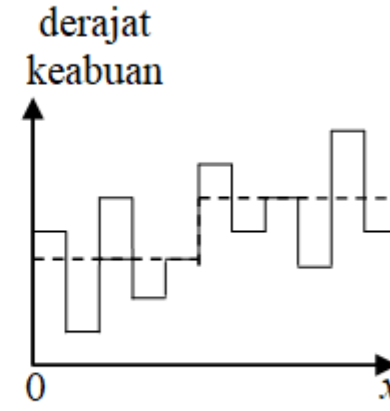
- Empat macam tepi: **tepi curam** (*step edge*), **tepi landai** (*ramp edge*), **tepi garis** (*line edge*), dan **tepi atap** (*roof edge*).



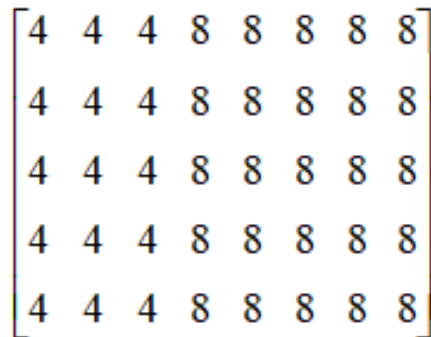
(a) Tepi curam



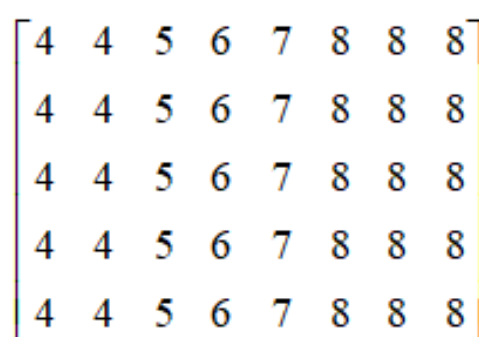
(b) tepi landai



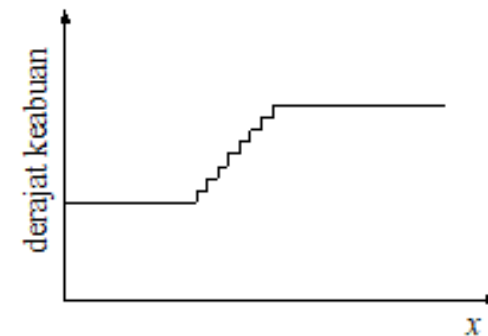
(c) tepi curam dengan derau



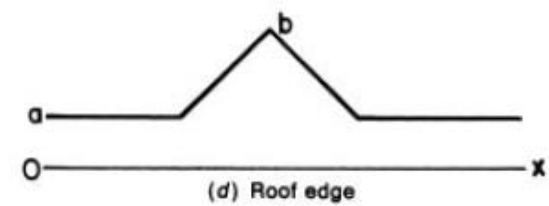
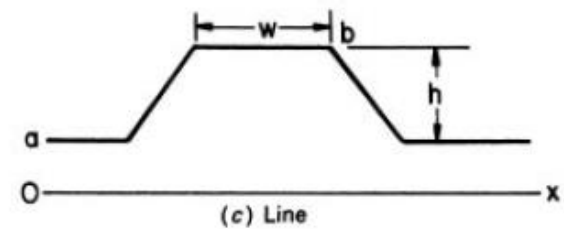
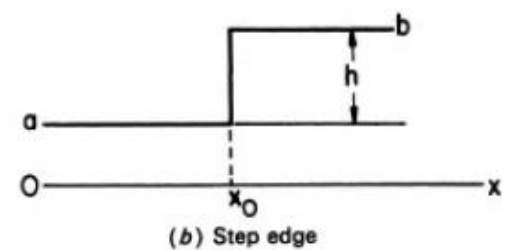
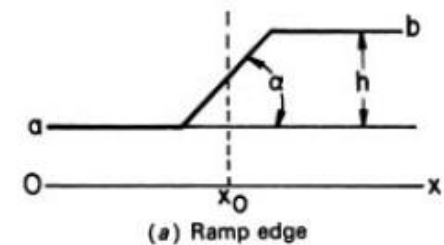
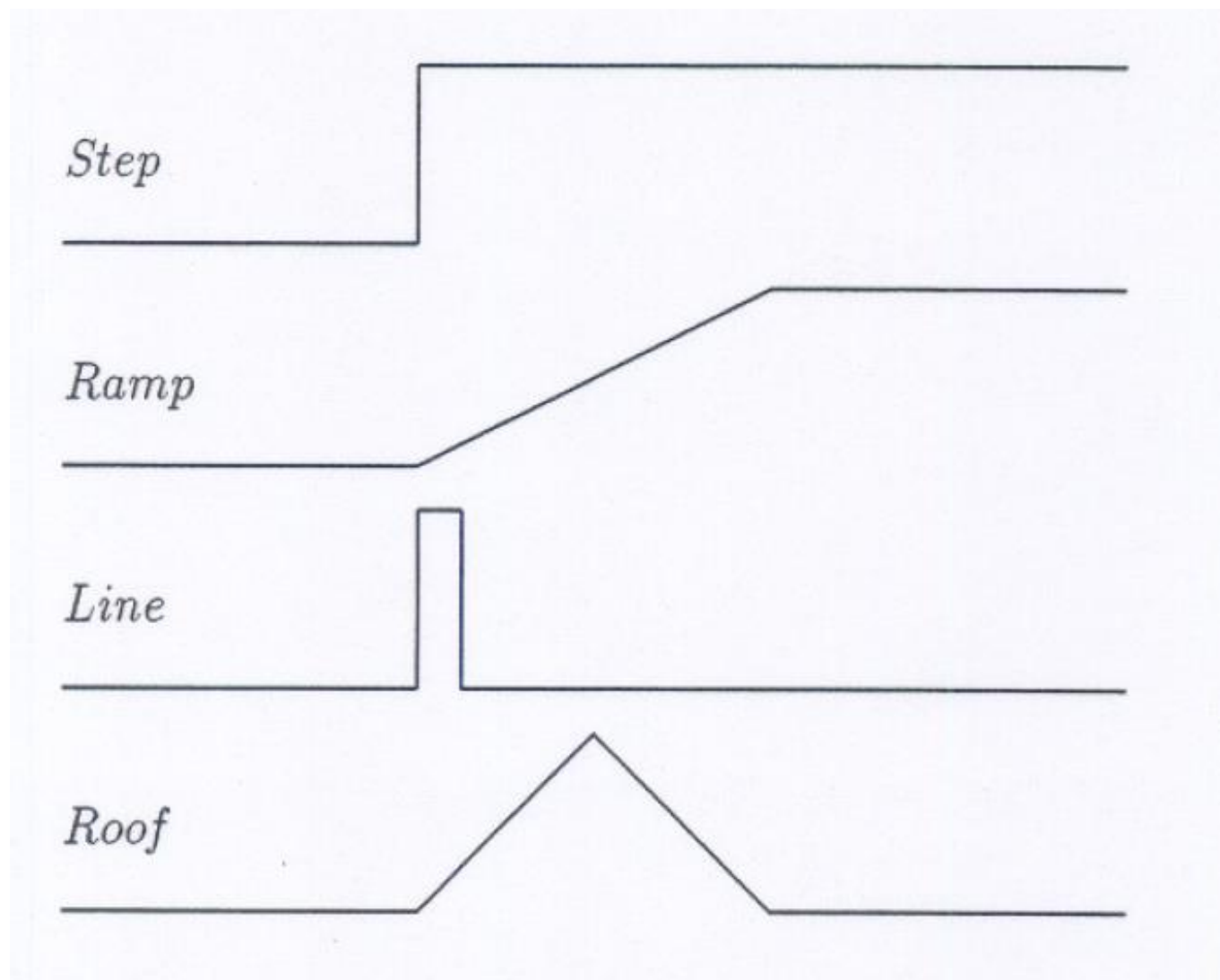
Citra dengan tepi curam



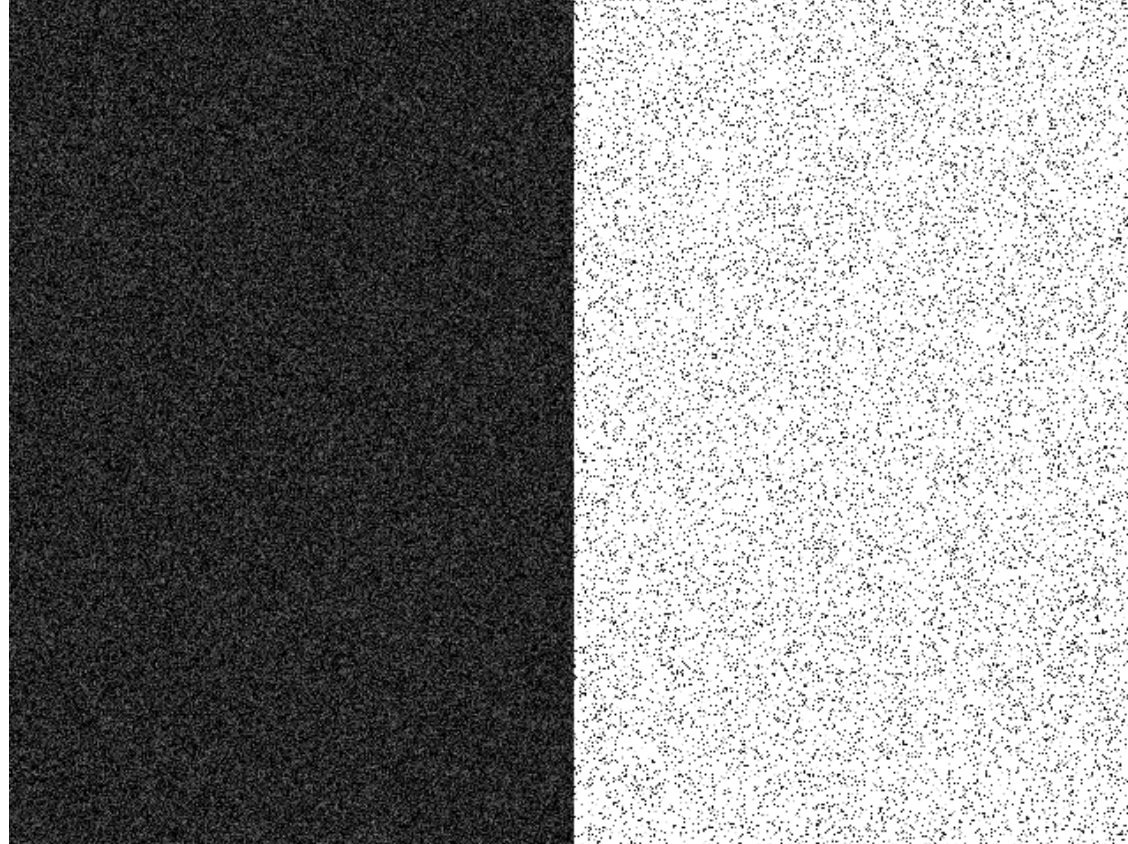
Citra dengan tepi landai



Breakdown tepi landai

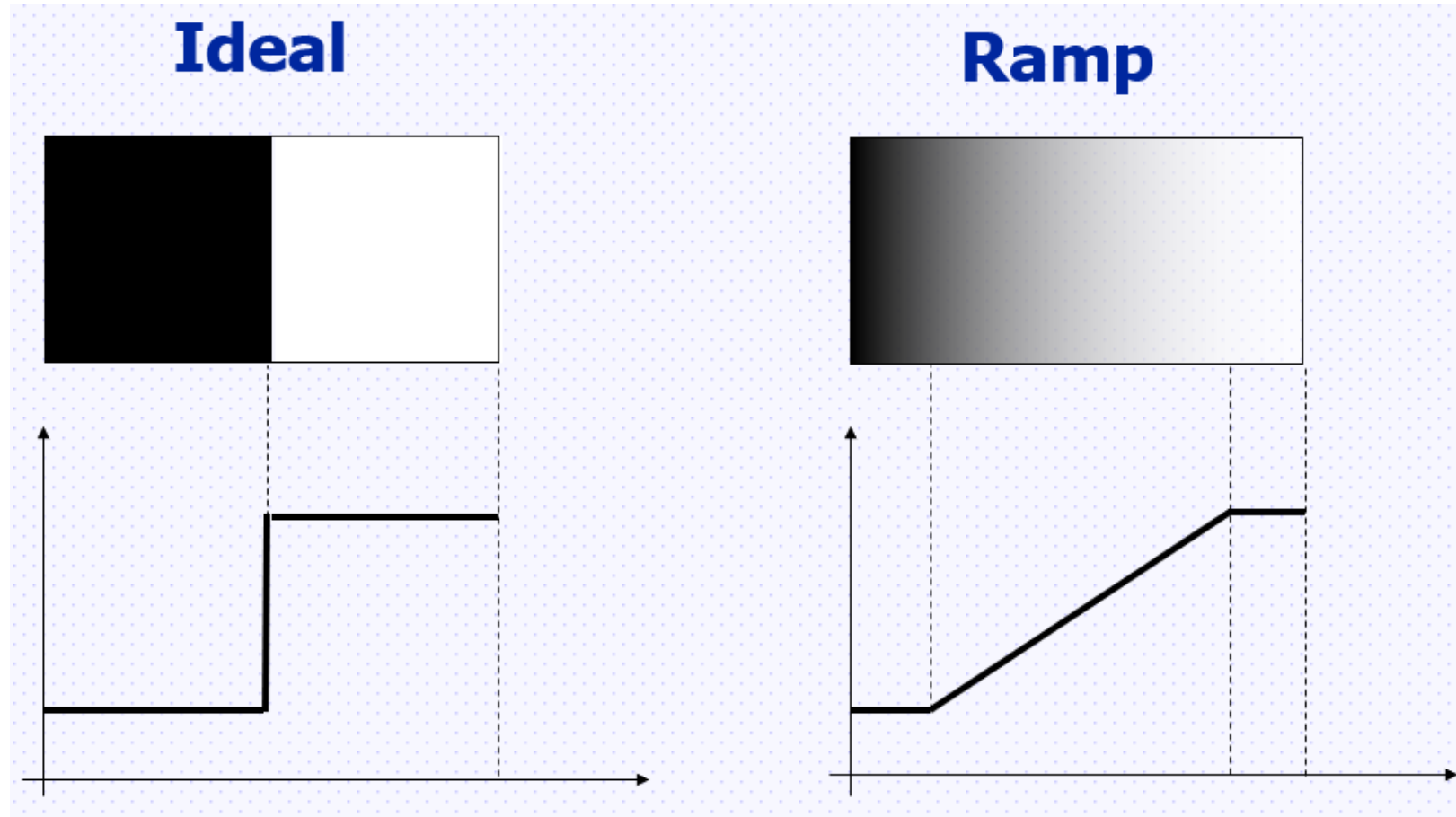


Citra mengandung derau



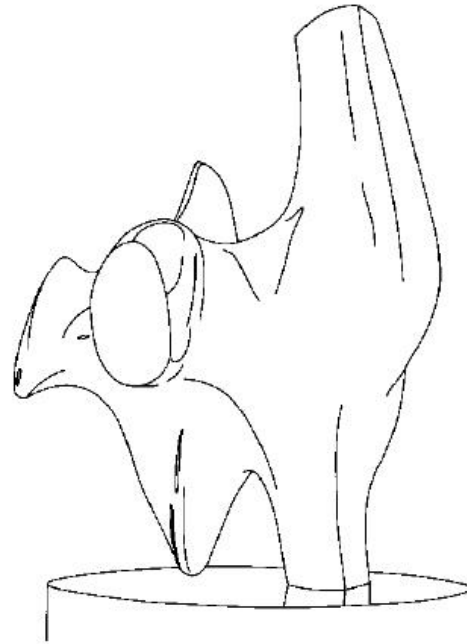
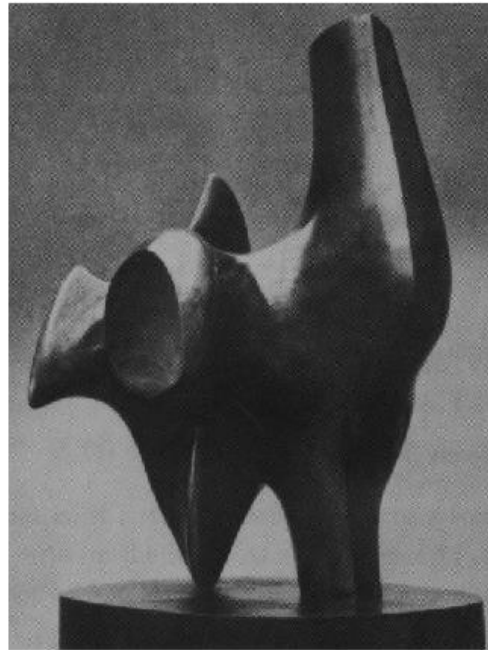
Harus bisa membedakan derau dengan tepi yang sebenarnya

- Idealnya sebuah tepi berbentuk curam (kemiringan 90 derajat), namun kebanyakan tepi berbentuk landai (*ramp*) dan tepi yang mengandung derau



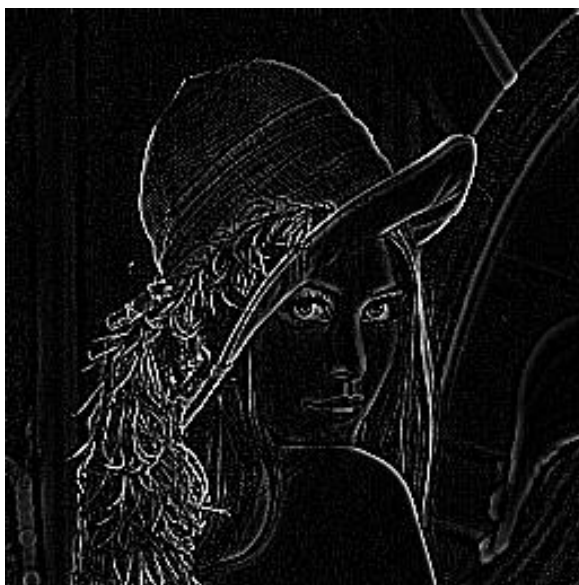
Tujuan Pendeteksian Tepi

- Pendeteksian tepi bertujuan untuk meningkatkan penampakan garis batas atau objek di dalam citra.



- Pendeteksian tepi mengekstraksi representasi gambar garis-garis di dalam citra.





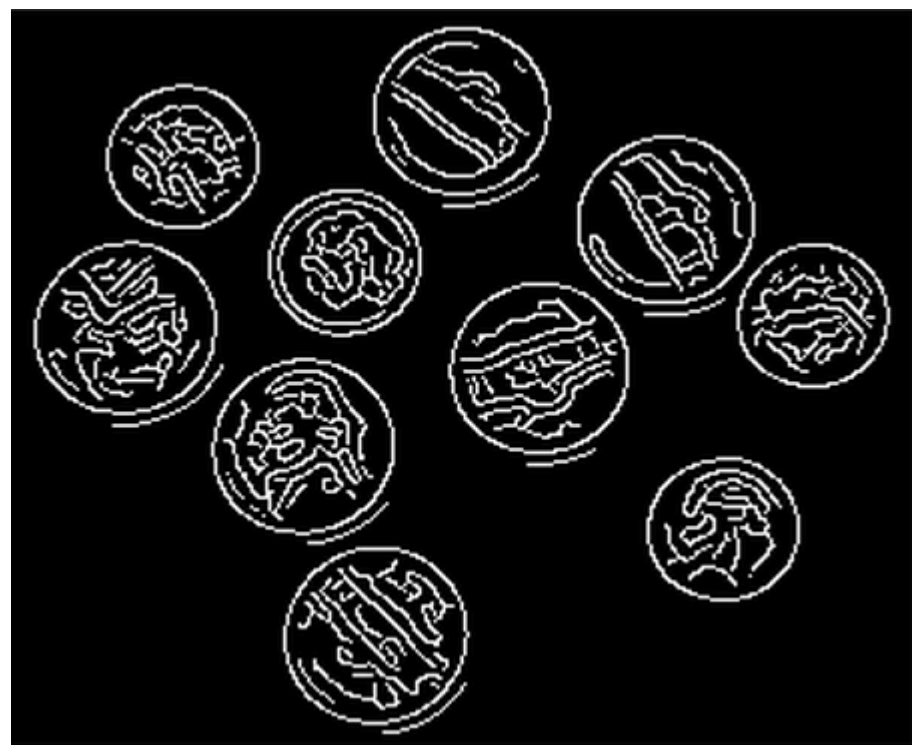
- Pendeteksian tepi berguna dalam mengenali objek di dalam citra (*image recognition*).



a) Complemented Image

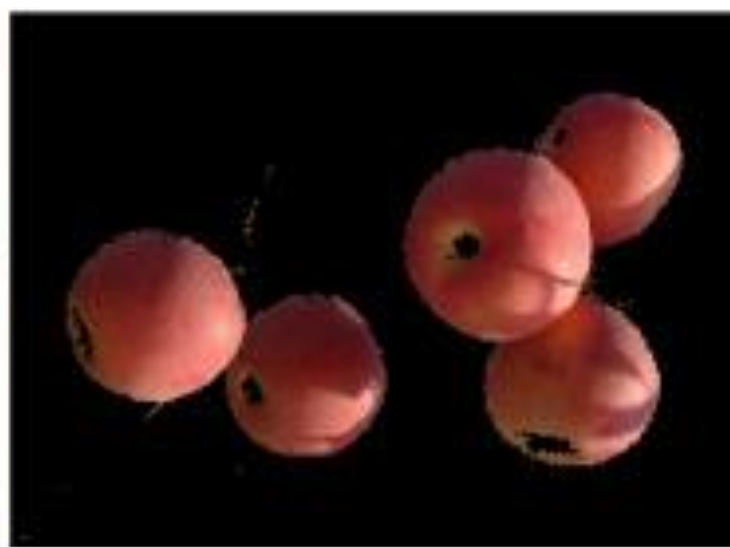


b) Edged Image

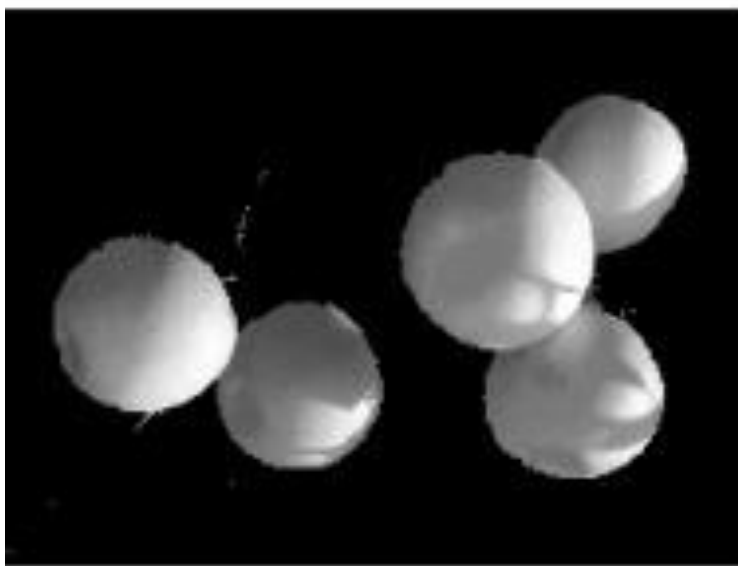




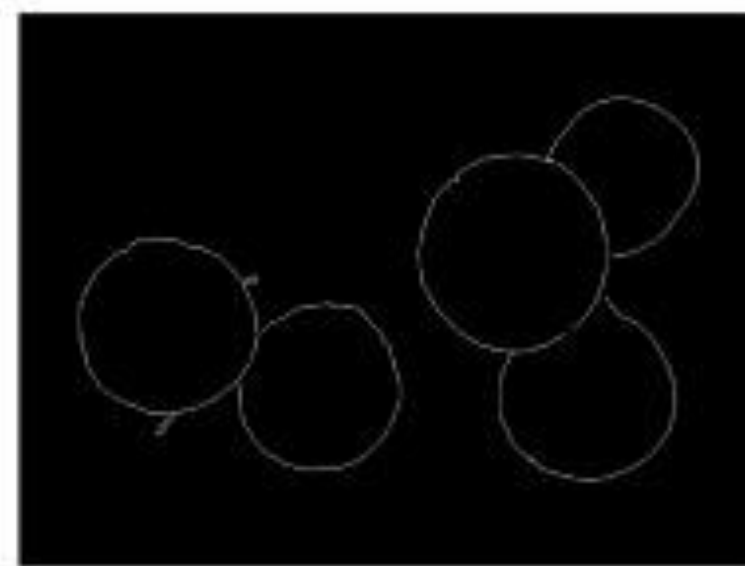
(a) Acquired image.



(b) Segmentation image.



(c) Gray image.



(d) Edge image.

- Pendeteksian tepi merupakan bagian dari **analisis citra** (*image analysis*).
- Tujuan analisis citra: mengidentifikasi parameter-parameter yang diasosiasikan dengan ciri (*feature*) dari objek di dalam citra, untuk selanjutnya parameter tersebut digunakan dalam menginterpretasi citra.
- Analisis citra pada dasarnya terdiri dari tiga tahapan:
 1. **Ekstraksi ciri** (*feature extraction*).

Faktor kunci dalam mengekstraksi ciri adalah kemampuan mendeteksi keberadaan tepi (*edge*) dari objek di dalam citra.
 2. **Segmentasi**

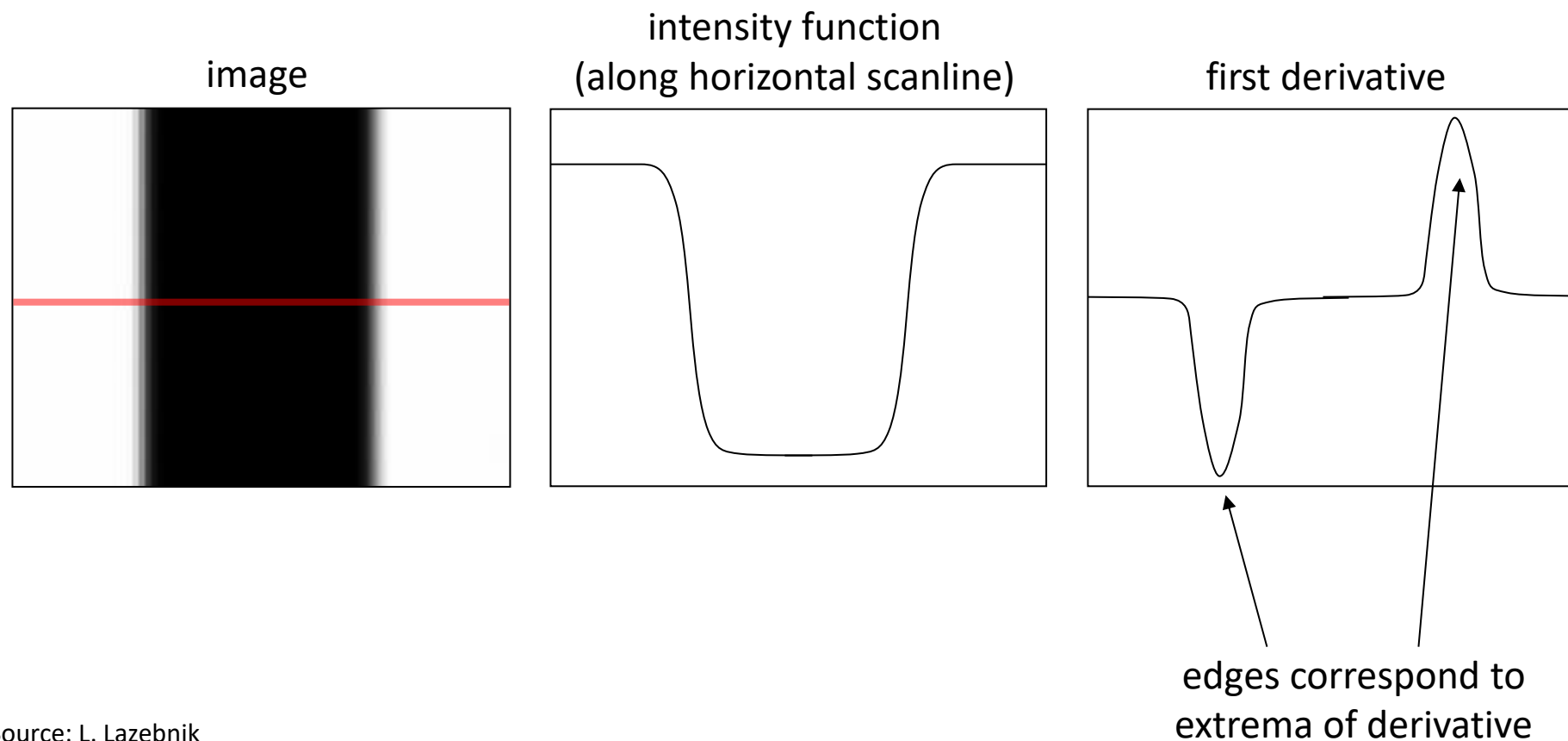
Setelah tepi objek diketahui, langkah selanjutnya dalam analisis citra adalah segmentasi, yaitu mereduksi citra menjadi objek atau region, misalnya memisahkan objek-objek yang berbeda dengan mengekstraksi batas-batas objek (*boundary*).
 3. **Klasifikasi**.

Langkah terakhir dari analisis citra adalah klasifikasi, yaitu memetakan segmen-segmen yang berbeda ke dalam kelas objek yang berbeda pula.

Operator Gradien

- Pendeteksian tepi dapat dipahami dengan pendekatan kalkulus diferensial.
- Sebab, perubahan intensitas yang besar dalam jarak yang singkat dipandang sebagai fungsi yang memiliki kemiringan yang besar.
- Kemiringan fungsi dapat dihitung dengan turunan pertama (*gradient*)

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{F(x+h, y) - F(x, y)}{h}$$



Source: L. Lazebnik

- Karena citra $f(x,y)$ adalah fungsi dwimatra dalam bentuk diskrit, maka turunan pertamanya adalah secara parsial:

$$\nabla f = \left[\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y} \right] = [G_x, G_y]$$

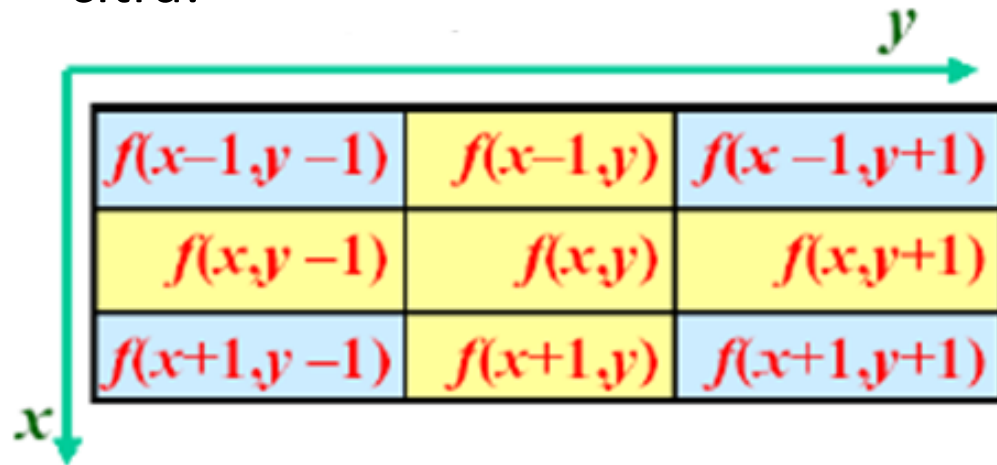
$$G_x = \frac{\partial f(x,y)}{\partial x} = \frac{f(x + \Delta x, y) - f(x, y)}{\Delta x}$$

$$G_y = \frac{\partial f(x,y)}{\partial y} = \frac{f(x, y + \Delta y) - f(x, y)}{\Delta y}$$

- Biasanya $\Delta x = \Delta y = 1$, sehingga

$$G_x = \frac{\partial f(x,y)}{\partial x} = f(x + 1, y) - f(x, y) \quad \text{dan} \quad G_y = \frac{\partial f(x,y)}{\partial y} = f(x, y + 1) - f(x, y)$$

Misalkan susunan *pixel-pixel* di dalam citra:



Diferensial maju (*forward differential*):

$$G_x = \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} = f(x+1, y) - f(x, y)$$

$$G_y = \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} = f(x, y+1) - f(x, y)$$

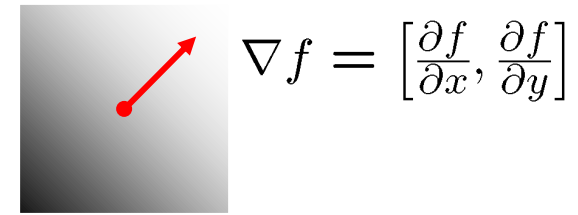
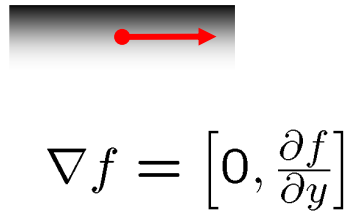
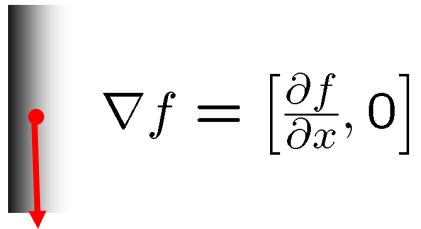
Kedua turunan parsial di atas dapat dipandang sebagai dua buah *mask* konvolusi:

$$G_x = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad G_y = \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix}$$

- Kekuatan tepi (*edge strengthness*): $G[f(x,y)] = \sqrt{G_x^2 + G_y^2}$
- Arah tepi: $\alpha(x,y) = \tan^{-1} \frac{G_y}{G_x}$
- Hasil pendeteksian tepi adalah **citra tepi** (*edges image*): $g(x, y) = G[f(x, y)]$
- Keputusan apakah suatu *pixel* merupakan tepi atau bukan tepi dinyatakan dengan operasi pengambangan:

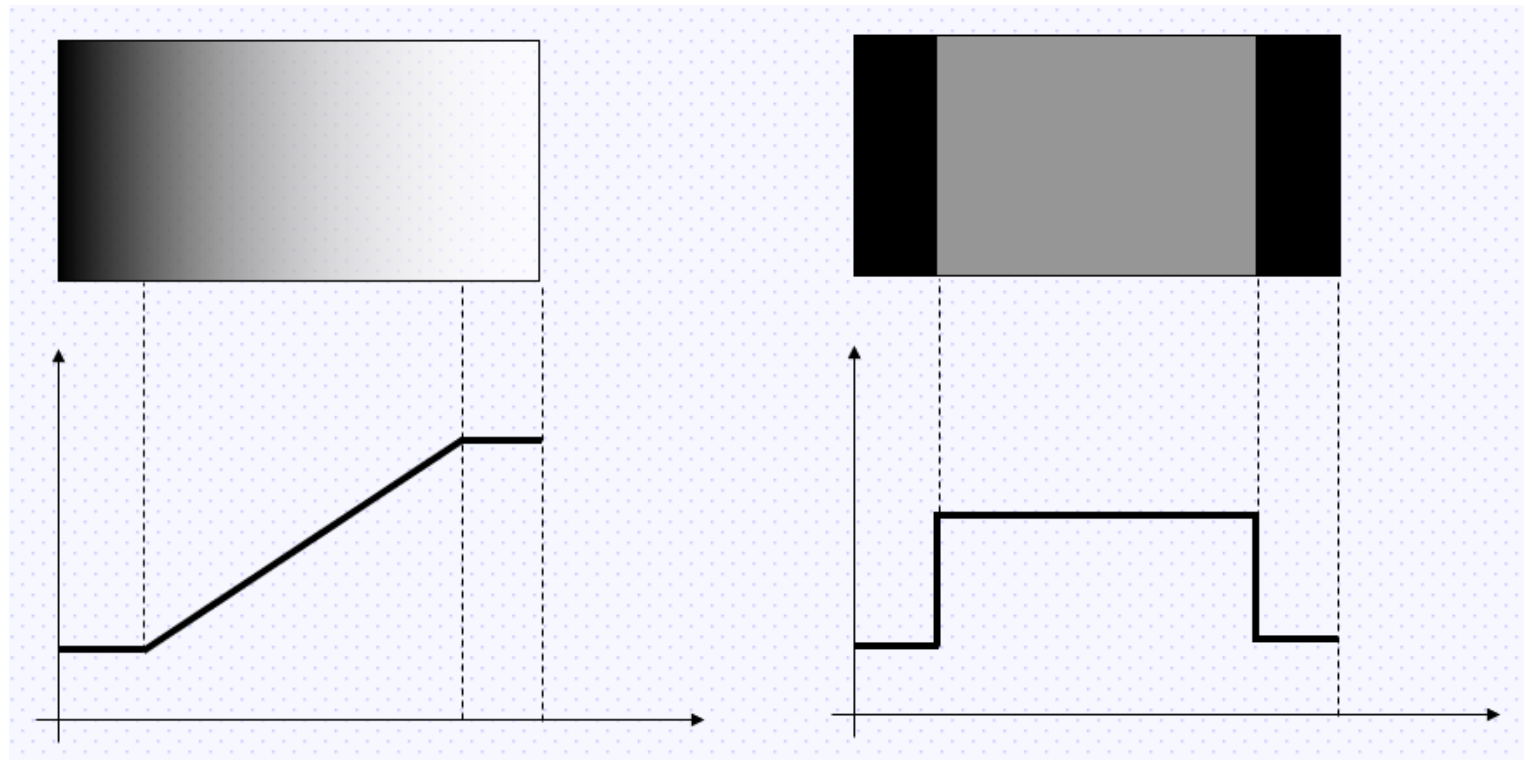
$$g(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{jika } G[f(x, y)] \geq T \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases}$$

- T adalah nilai ambang, *pixel* tepi dinyatakan putih (1) sedangkan *pixel* bukan tepi dinyatakan hitam (0).



Citra

Gradien (turunan pertama)



Contoh. Misalkan terdapat sebuah 5×5 citra dengan dua derajat keabuan sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$G_x = \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} = f(x+1, y) - f(x, y)$$

$$G_y = \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} = f(x, y+1) - f(x, y)$$

$$\alpha(x, y) = \tan^{-1} \frac{G_y}{G_x}$$

Hasil perhitungan gradien setiap *pixel* di dalam citra adalah sebagai berikut:

Citra	<u>Gradien-x</u>	<u>Gradien-y</u>	<u>Arah gradien</u>
$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & * \\ 0 & 0 & -1 & 0 & * \\ 0 & -1 & 0 & 0 & * \\ 0 & -1 & 0 & 0 & * \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} * & * & * & * & * \\ * & * & * & 0^\circ & * \\ * & * & 45^\circ & * & * \\ * & 90^\circ & * & * & * \\ * & * & * & * & * \end{bmatrix}$

%Deteksi tepi dalam arah x dengan operator Gradien

```
I = imread('house.jpg');
```

```
Gx = [-1; 1];
```

```
Ix = conv2(double(I), double(Gx), 'same');
```

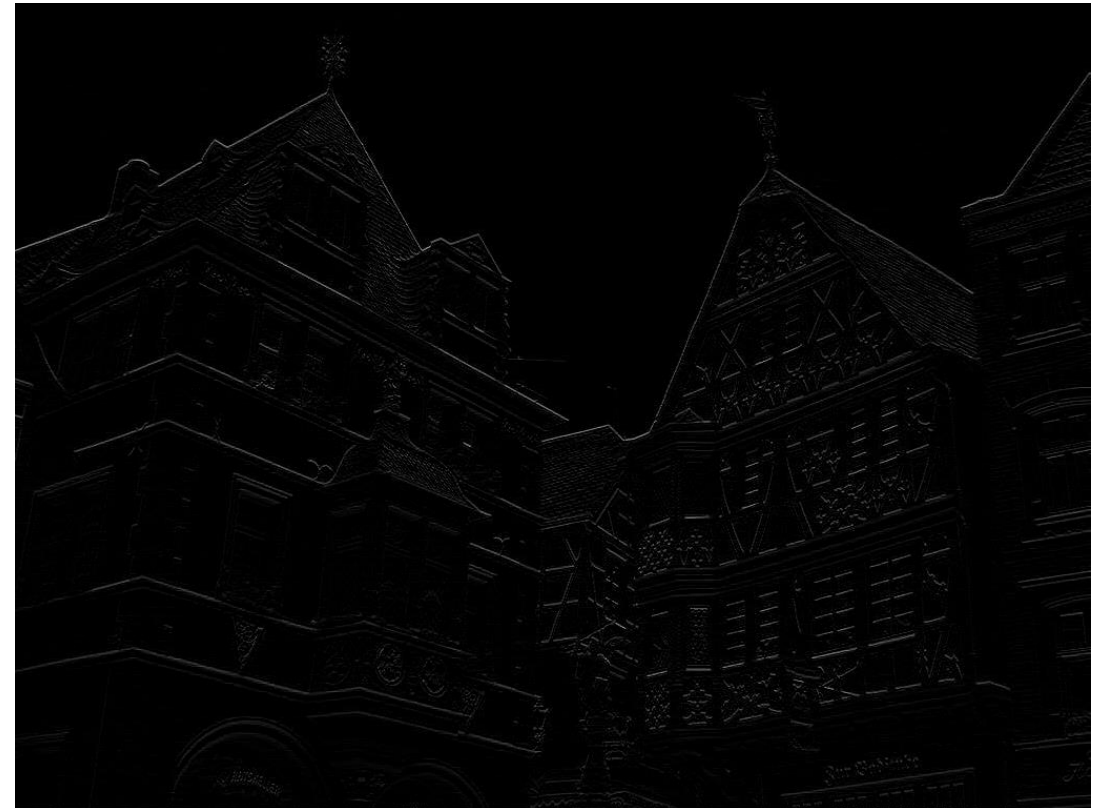
```
Jedge = Ix;
```

```
imshow(I);
```

```
figure, imshow(uint8(Jedge));
```



f



$\frac{\partial f}{\partial x}$

```
%Deteksi tepi dalam arah y dengan operator Gradien
```

```
I = imread('house.jpg');
```

```
Gy = [-1 1];
```

```
Iy = conv2(double(I), double(Gy), 'same');
```

```
Jedge = Iy;
```

```
imshow(I);
```

```
figure, imshow(uint8(Jedge));
```



f



$\frac{\partial f}{\partial y}$

%Deteksi tepi dalam arah x dan y dengan operator Gradien

```
I = imread('house.jpg');  
Gx = [-1; 1];  
Gy = [-1 1];  
Ix = conv2(double(I), double(Gx), 'same');  
Iy = conv2(double(I), double(Gy), 'same');  
Jedge = sqrt(Ix.^2 + Iy.^2);  
imshow(I);  
figure, imshow(uint8(Jedge));
```



f



$$\|\nabla f\| = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2}$$

- Kembali ke rumus kekuatan tepi: $G[f(x,y)] = \sqrt{G_x^2 + G_y^2}$
- Karena menghitung akar lebih kompleks dan menghasilkan nilai riil, maka dalam praktek kekuatan tepi disederhanakan perhitungannya dengan menggunakan salah satu dari alternatif:

(i) $G[f(x,y)] = |G_x|^2 + |G_y|^2$, atau

(ii) $G[f(x,y)] = |G_x| + |G_y|$, atau

(iii) $G[f(x,y)] = \max\{|G_x|^2, |G_y|^2\}$, atau

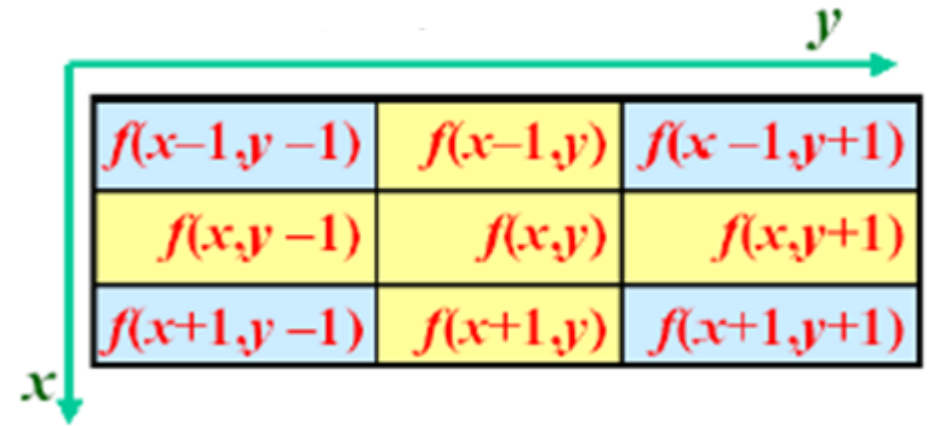
(iv) $G[f(x,y)] = \max\{|G_x|, |G_y|\}$.

Persamaan (ii) dan (iv) biasanya lebih disukai karena lebih mudah perhitungannya.

- Operator gradien lainnya adalah operator gradien selisih-terpusat (*center-difference*):

$$D_x(x, y) = \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} = \frac{f(x+1, y) - f(x-1, y)}{2}$$

$$D_y(x, y) = \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} = \frac{f(x, y+1) - f(x, y-1)}{2}$$

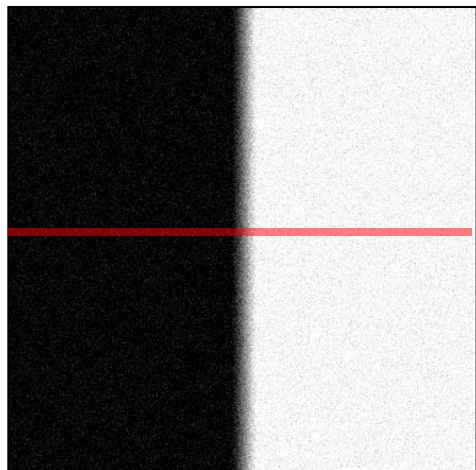


- Ekivalen dengan *mask*:

$$D_x = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

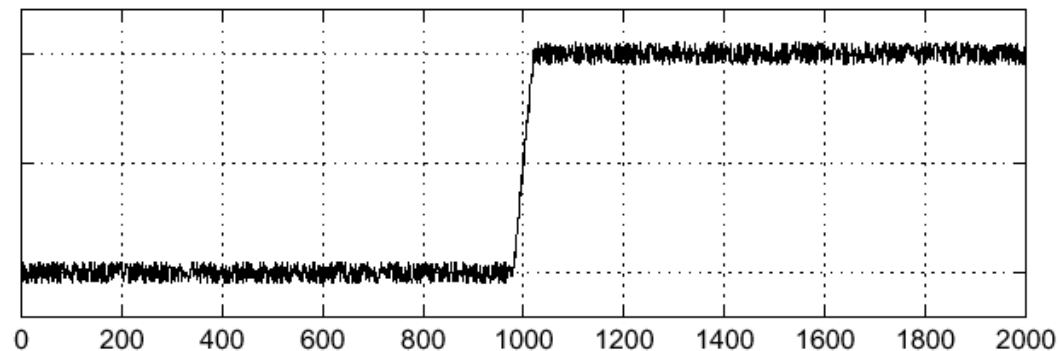
$$D_y = [-1 \quad 0 \quad 1]$$

Efek derau di dalam citra

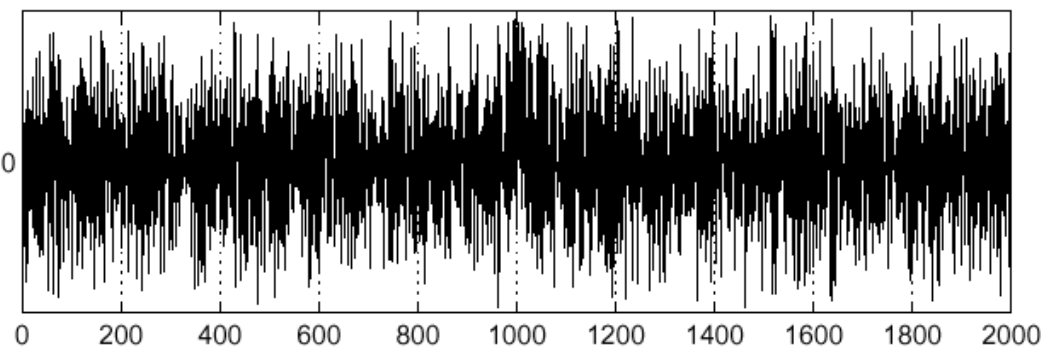


Noisy input image

$$f(x)$$

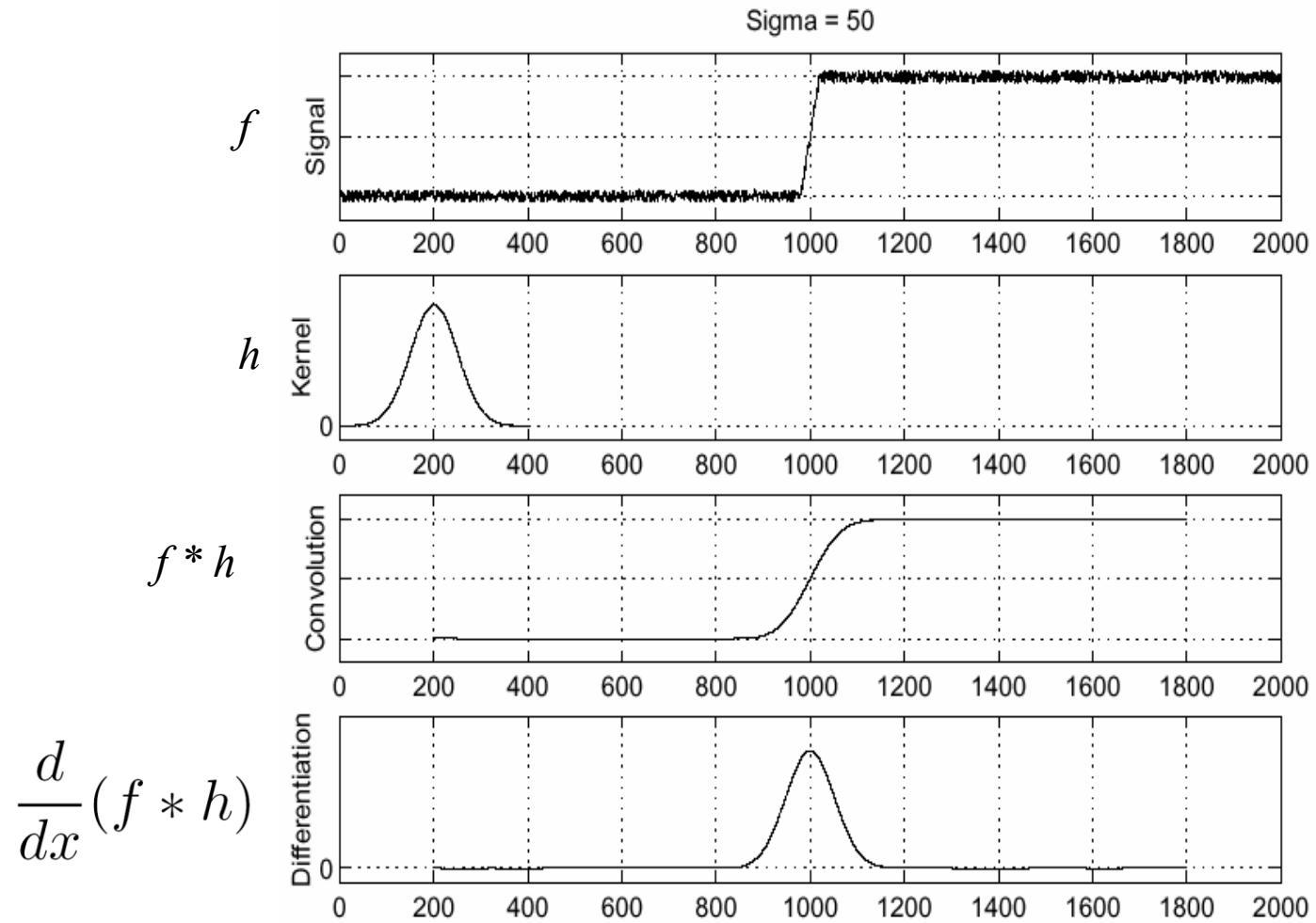


$$\frac{d}{dx}f(x)$$

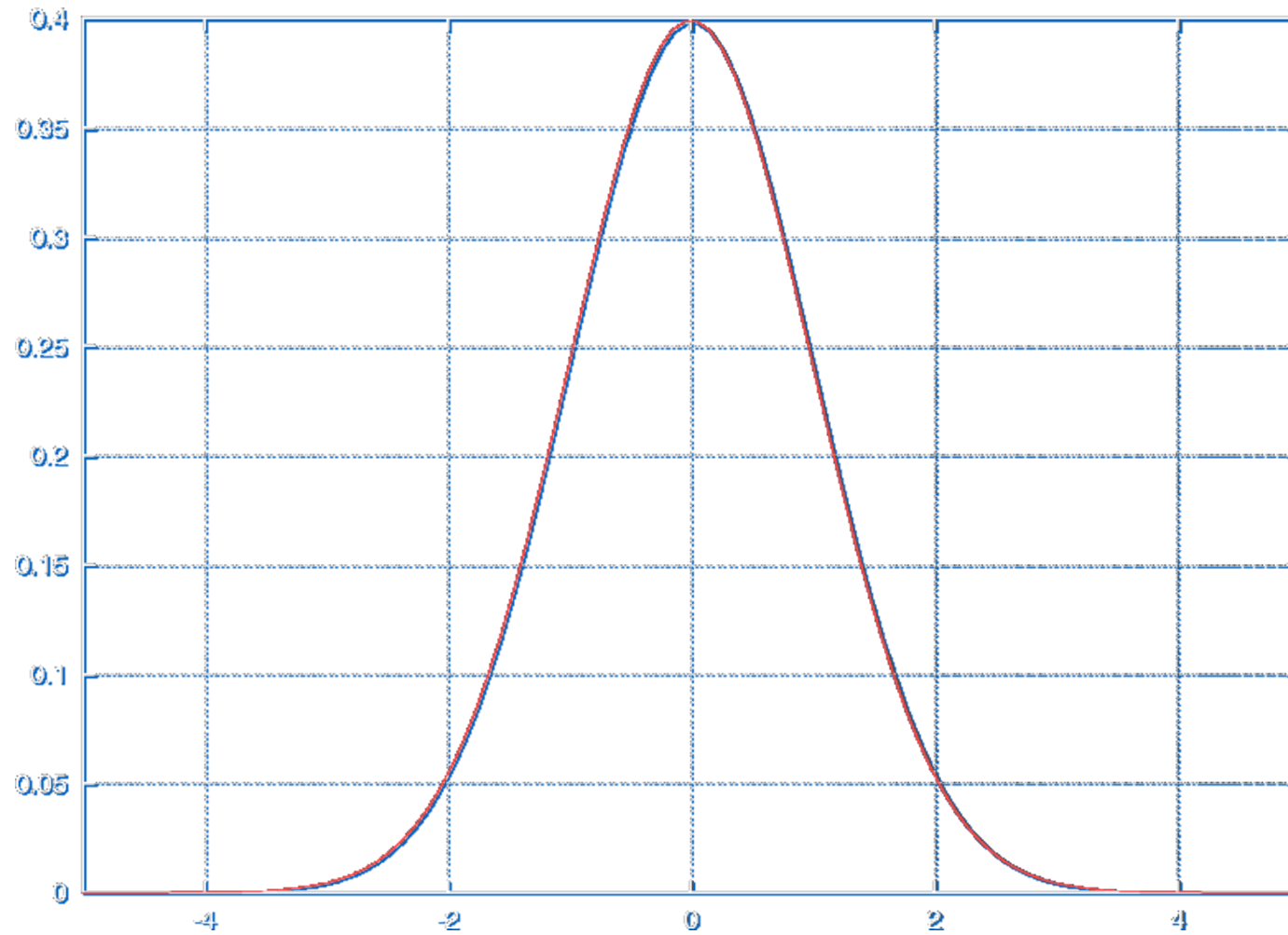


Dimanakah tepi?

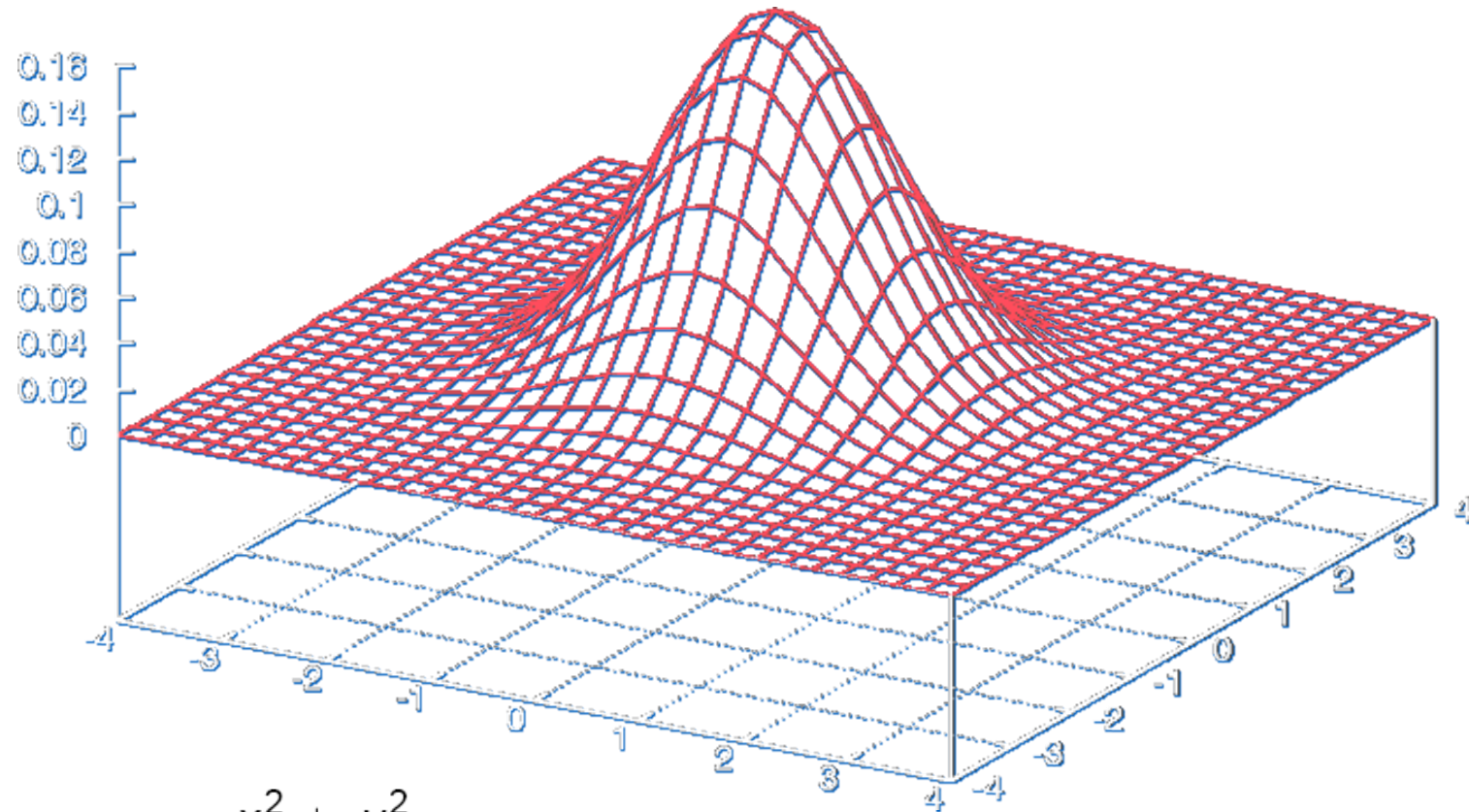
Solusi: lakukan pelembutan (*image smoothing*) terlebih dahulu, misalnya dengan penapis Gaussian



Fungsi Gaussian (1-D)



Fungsi Gaussian (2-D)



$$G_{\sigma}(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right)$$

$\frac{1}{16} \times$

3 x 3 Gaussian mask

1	2	1
2	4	2
1	2	1

7 x 7 Gaussian mask

1	1	2	2	2	1	1
1	2	2	4	2	2	1
2	2	4	8	4	2	2
2	4	8	16	8	4	2
2	2	4	8	4	2	2
1	2	2	4	2	2	1
1	1	2	2	2	1	1

15 x 15 Gaussian mask

2	2	3	4	5	5	6	6	6	5	5	4	3	2	2
2	3	4	5	7	7	8	8	8	7	7	5	4	3	2
3	4	6	7	9	10	10	11	10	10	9	7	6	4	3
4	5	7	9	10	12	13	13	13	12	10	9	7	5	4
5	7	9	11	13	14	15	16	15	14	13	11	9	7	5
5	7	10	12	14	16	17	18	17	16	14	12	10	7	5
6	8	10	13	15	17	19	19	19	17	15	13	10	8	6
6	8	11	13	16	18	19	20	19	18	16	13	11	8	6
6	8	10	13	15	17	19	19	19	17	15	13	10	8	6
5	7	10	12	14	16	17	18	17	16	14	12	10	7	5
5	7	9	11	13	14	15	16	15	14	13	11	9	7	5
4	5	7	9	10	12	13	13	13	12	10	9	7	5	4
3	4	6	7	9	10	10	11	10	10	9	7	6	4	3
2	3	4	5	7	7	8	8	8	7	7	5	4	3	2
2	2	3	4	5	5	6	6	6	5	5	4	3	2	2

```

I = imread('house.jpg');
I_noise = imnoise(I, 'salt & pepper', 0.05);
imshow(I), title ('Original image');
figure, imshow(I_noise), title('Noisy image');

%Deteksi tepi dengan operator Gradien pada citra yang mengandung derau
Gx = [-1; 1];
Gy = [-1 1];
Ix = conv2(double(I_noise), double(Gx), 'same');
Iy = conv2(double(I_noise), double(Gy), 'same');
Jedge = sqrt(Ix.^2 + Iy.^2);
figure, imshow(uint8(Jedge)),
title('Hasil deteksi tepi (before smoothing)');

%Lakukan image smoothing dengan penapis Gaussian 3 x 3
h = [1/16, 1/8, 1/16; 1/8, 1/4, 1/8; 1/16, 1/8, 1/16];
Ifiltered = uint8(convn(double(I_noise), double(h)));
figure, imshow(Ifiltered), title ('Filtered image');

%Deteksi tepi dengan operator Gradien pada citra yang sudah ditapis
Gx = [-1; 1];
Gy = [-1 1];
Ix = conv2(double(Ifiltered), double(Gx), 'same');
Iy = conv2(double(Ifiltered), double(Gy), 'same');
Jedge = sqrt(Ix.^2 + Iy.^2);
figure, imshow(uint8(Jedge)), title('Hasil deteksi tepi (after smoothing)');

```

Original image



Noisy image



Hasil deteksi tepi (before smoothing)



Filtered image

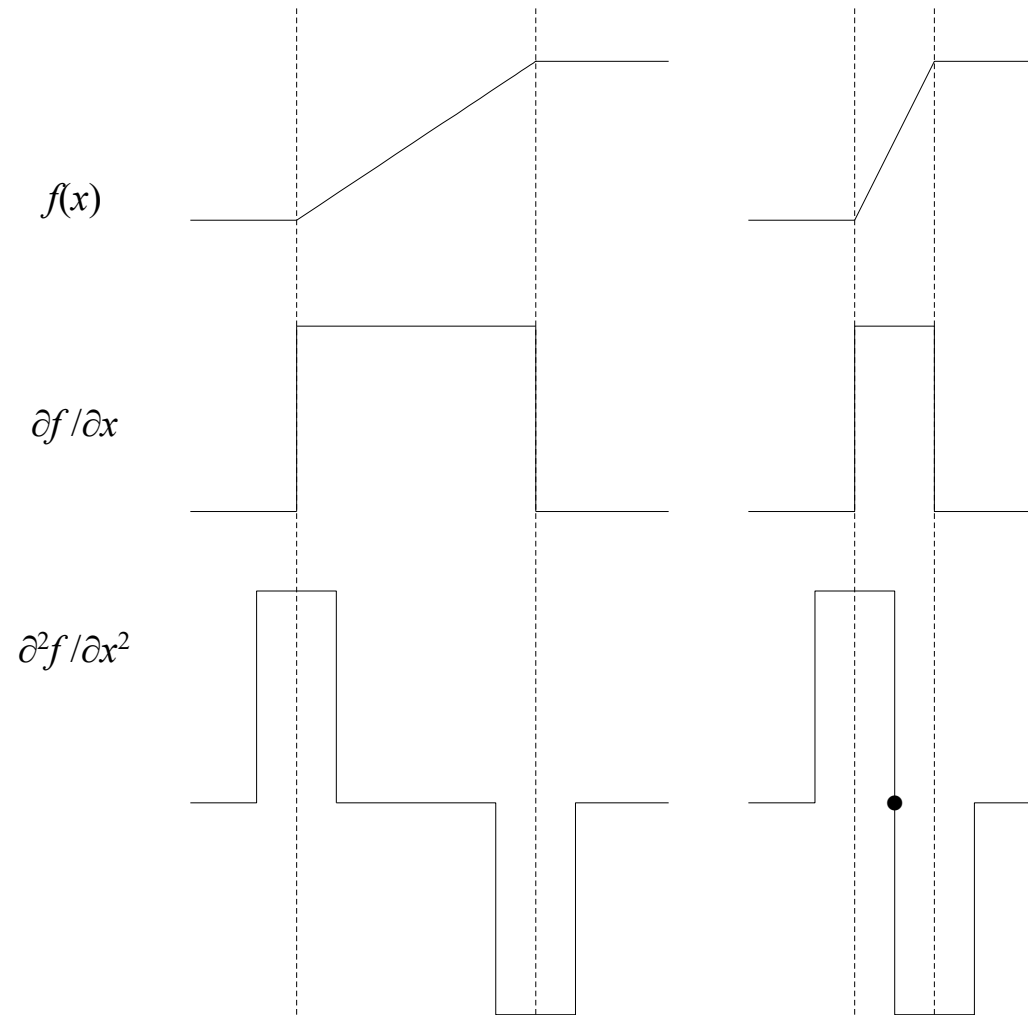


Hasil deteksi tepi (after smoothing)



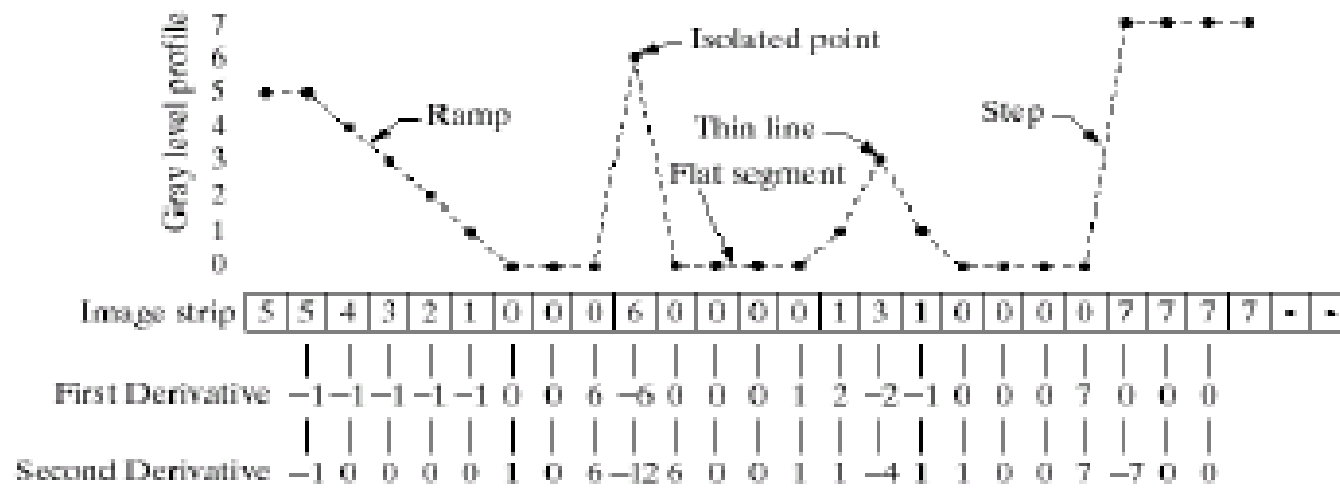
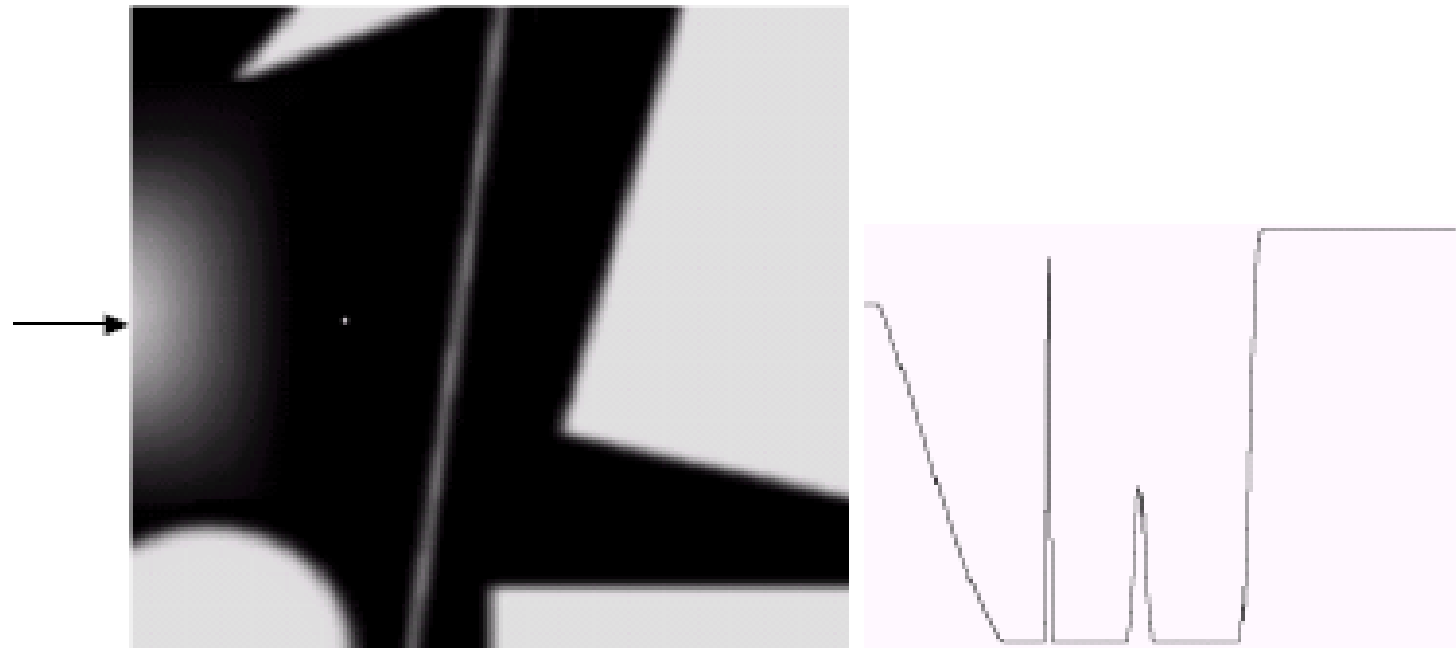
Operator Turunan Kedua (Laplace)

- Turunan kedua: $\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$
- Operator turunan kedua disebut juga **operator Laplace**.
- Operator Laplace mendeteksi lokasi tepi lebih akurat khususnya pada tepi yang curam.
- Pada tepi yang curam, turunan keduanya mempunyai persilangan nol (*zero-crossing*), yaitu titik di mana terdapat pergantian tanda nilai turunan kedua dari positif ke negative atau sebaliknya.



(a) Tepi landai

(b) Tepi curam



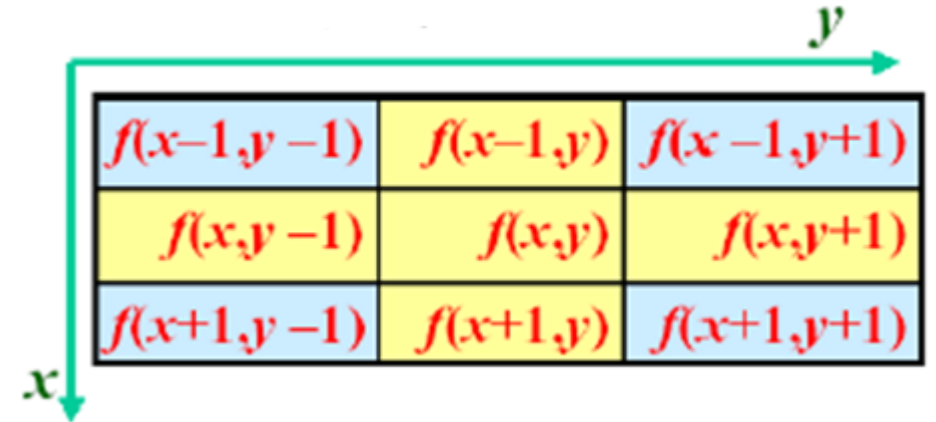
Penurunan rumus

- Hampiri turunan pertama dengan diferensial mundur (*backward differential*):

$$G_3(x) = \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} = \frac{f(x, y) - f(x - \Delta x, y)}{\Delta x}$$

$$G_3(y) = \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} = \frac{f(x, y) - f(x, y - \Delta y)}{\Delta y}$$

$$\Delta x = \Delta y = 1$$



- Maka, turunan kedua = turunan pertama diturunkan lagi:

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

$$= G_1(G_3(x)) + G_1(G_3(y))$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{\Delta x} G_1(f(x, y)) - G_1(f(x - \Delta x, y)) + \frac{1}{\Delta y} G_1(f(x, y)) - G_1(f(x, y - \Delta y)) \\
&= \frac{1}{\Delta x} \left\{ \frac{f(x + \Delta x, y) - f(x, y) - f(x, y) + f(x - \Delta x, y)}{\Delta x} \right\} \\
&\quad + \frac{1}{\Delta y} \left\{ \frac{f(x, y + \Delta y) - f(x, y) - f(x, y) + f(x, y - \Delta y)}{\Delta y} \right\} \\
&= \frac{f(x + \Delta x, y) - 2f(x, y) + f(x - \Delta x, y)}{(\Delta x)^2} + \frac{f(x, y + \Delta y) - 2f(x, y) + f(x, y - \Delta y)}{(\Delta y)^2}
\end{aligned}$$

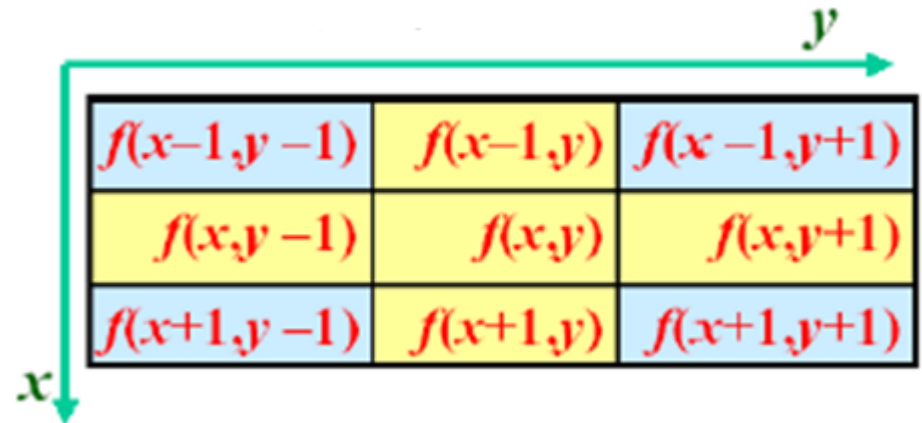
Dengan mengasumsikan $\Delta x = \Delta y = 1$, maka diperoleh:

$$\begin{aligned}
\nabla^2 f(x, y) &= f(x + 1, y) - 2f(x, y) + f(x - 1, y) + f(x, y + 1) - 2f(x, y) + f(x, y - 1) \\
&= f(x, y - 1) + f(x - 1, y) - 4f(x, y) + f(x + 1, y) + f(x, y + 1)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\nabla^2 f(x, y) &= f(x+1, y) - 2f(x, y) + f(x-1, y) + f(x, y+1) - 2f(x, y) + f(x, y-1) \\
&= f(x, y-1) + f(x-1, y) - 4f(x, y) + f(x+1, y) + f(x, y+1) \\
&= \begin{matrix} 0 & + & f(x-1, y) & + & 0 \\ f(x, y-1) - 4f(x, y) & + & f(x, y+1) & + \\ 0 & + & f(x+1, y) & + & 0 \end{matrix}
\end{aligned}$$

Atau dalam bentuk *mask* konvolusi:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$



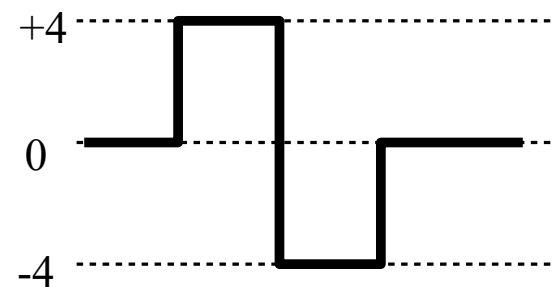
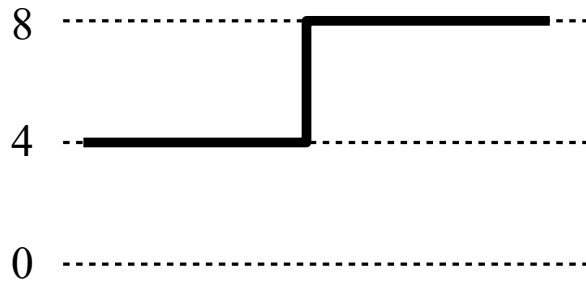
- Contoh berikut memperlihatkan pendeteksian tepi vertikal dengan operator Laplace:

$$\begin{bmatrix} 4 & 4 & 4 & | & 8 & 8 & 8 & 8 \\ 4 & 4 & 4 & | & 8 & 8 & 8 & 8 \\ 4 & 4 & 4 & | & 8 & 8 & 8 & 8 \\ 4 & 4 & 4 & | & 8 & 8 & 8 & 8 \\ 4 & 4 & 4 & | & 8 & 8 & 8 & 8 \end{bmatrix}$$

(i) Citra semula

$$\begin{bmatrix} * & * & | & * & | & * & * & * & * \\ * & 0 & | & +4 & | & -4 & 0 & 0 & * \\ * & 0 & | & +4 & | & -4 & 0 & 0 & * \\ * & 0 & | & +4 & | & -4 & 0 & 0 & * \\ * & * & | & * & | & * & * & * & * \end{bmatrix}$$

(ii) Hasil konvolusi



Satu baris dari hasil pendeteksian tepi: $0 \quad +4 \quad | \quad -4 \quad 0 \quad 0$

persilangan nol

- Contoh pendeteksian tepi diagonal (miring) dengan operator Laplace:

$$\begin{bmatrix} 4 & 4 & 8 & 8 & 8 & 8 & 8 & 8 \\ 4 & 4 & 4 & 8 & 8 & 8 & 8 & 8 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 8 & 8 & 8 & 8 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 8 & 8 & 8 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 8 & 8 \end{bmatrix}$$

(i) Citra semula

$$\begin{bmatrix} * & * & * & * & * & * & * & * \\ * & 0 & +8 & -4 & 0 & 0 & 0 & * \\ * & 0 & 0 & +8 & -4 & 0 & 0 & * \\ * & 0 & 0 & 0 & +8 & -4 & 0 & * \\ * & * & * & * & * & * & * & * \end{bmatrix}$$

(ii) Hasil konvolusi

- Contoh pendeteksian tepi landai dengan operator Laplace:

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 & 5 & 8 & 8 & 8 & 8 \\ 2 & 2 & 2 & 5 & 8 & 8 & 8 & 8 \\ 2 & 2 & 2 & 5 & 8 & 8 & 8 & 8 \\ 2 & 2 & 2 & 5 & 8 & 8 & 8 & 8 \\ 2 & 2 & 2 & 5 & 8 & 8 & 8 & 8 \end{bmatrix}$$

(i) Citra semula

$$\begin{bmatrix} * & * & * & * & * & * & * & * \\ * & 0 & +3 & 0 & -3 & 0 & 0 & * \\ * & 0 & +3 & 0 & -3 & 0 & 0 & * \\ * & 0 & +3 & 0 & -3 & 0 & 0 & * \\ * & * & * & * & * & * & * & * \end{bmatrix}$$

(ii) Hasil konvolusi

Satu baris dari hasil pendeteksian tepi: 0 +3 0 -3 0

Pada contoh di atas tidak terdapat persilangan nol; lokasi tepi yang sesungguhnya ditentukan secara interpolasi.

Operator Laplace lainnya:

0	1	0	1	1	1
1	-4	1	1	-8	1
0	1	0	1	1	1

0	-1	0	-1	-1	-1
-1	4	-1	-1	8	-1
0	-1	0	-1	-1	-1

a	b
c	d

FIGURE 3.39

(a) Filter mask used to implement the digital Laplacian, as defined in Eq. (3.7-4).
(b) Mask used to implement an extension of this equation that includes the diagonal neighbors. (c) and (d) Two other implementations of the Laplacian.

- Kadang-kadang diinginkan memberi bobot yang lebih pada *pixel* tengah di antara *pixel* tetangganya:

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 4 & -20 & 4 \\ 1 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

- Operator Laplace termasuk ke dalam penapis lolos-tinggi sebab jumlah seluruh koefisiennya nol dan koefisiennya mengandung nilai negatif maupun positif.

%Deteksi tepi dengan operator Laplace (operator turunan kedua)

```
I = imread('house.jpg');
```

```
figure, imshow(I);
```

```
H = [0 1 0; 1 -4 1; 0 1 0];
```

```
J = uint8(convn(double(I), double(H)));
```

```
figure, imshow(J)
```

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$



f





Gambar lebih jelas

%Deteksi tepi dengan varian operator Laplace (operator turunan kedua)

```
I = imread('house.jpg');
```

```
figure, imshow(I);
```

```
H = [1 1 1; 1 -8 1; 1 1 1];
```

```
J = uint8(convn(double(I), double(H)));
```

```
figure, imshow(J)
```

1	1	1
1	-8	1
1	1	1



f





Gambar lebih jelas

```
I = imread('lada-gray.bmp');  
figure, imshow(I);  
H = [1 1 1; 1 -8 1; 1 1 1];  
J = uint8(convn(double(I), double(H)));  
figure, imshow(J)
```

1	1	1
1	-8	1
1	1	1



```
I = imread('lena.bmp');  
figure, imshow(I);  
H = [0 1 0; 1 -4 1; 0 1 0];  
J = uint8(convn(double(I), double(H)));  
figure, imshow(J)
```

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$



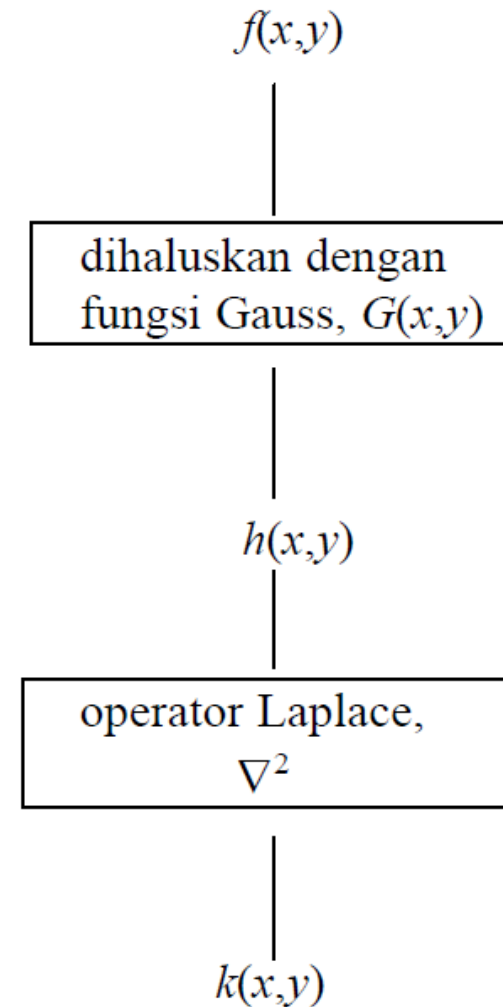
```
I = imread('lena.bmp');  
figure, imshow(I);  
H = [1 1 1; 1 -8 1; 1 1 1];  
J = uint8(convn(double(I), double(H)));  
figure, imshow(J)
```

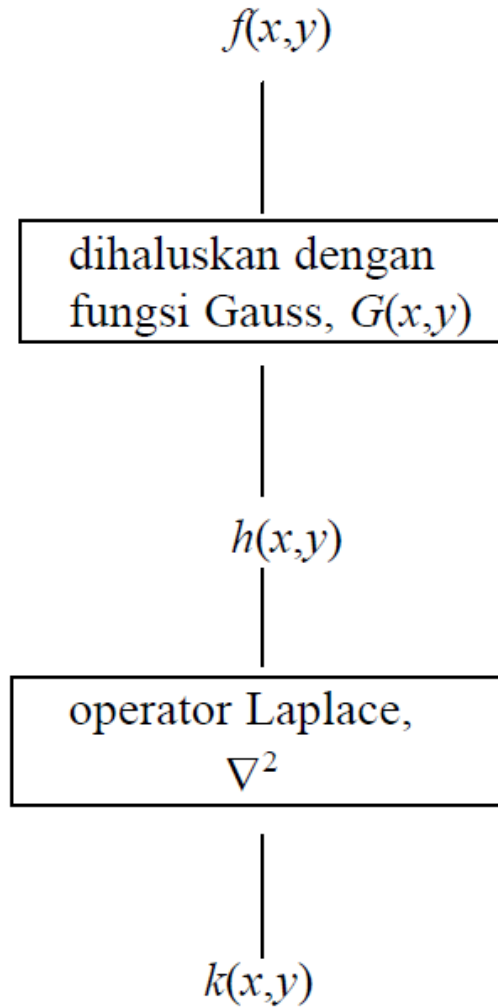
1	1	1
1	-8	1
1	1	1



Operator Laplace of Gaussian (LoG)

- Kadangkala pendeteksian tepi dengan operator Laplace menghasilkan tepi-tepi palsu yang disebabkan oleh gangguan pada gambar.
- Untuk mengurangi kemunculan tepi palsu, citra ditapis dulu dengan fungsi Gaussian





Berdasarkan gambar di samping:

$$h(x, y) = f(x, y) * G(x, y)$$

$$k(x, y) = \nabla^2 h(x, y)$$

Dapat dibuktikan bahwa

$$\nabla^2 [f(x, y) * G(x, y)] = f(x, y) * \nabla^2 G(x, y)$$

Jadi,

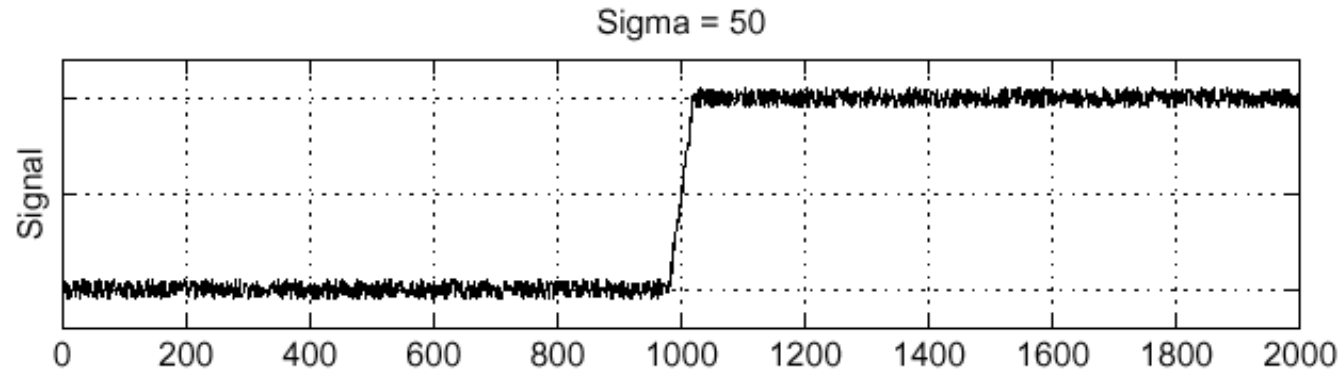
$$k(x, y) = f(x, y) * \nabla^2 G(x, y)$$

yang dalam hal ini,

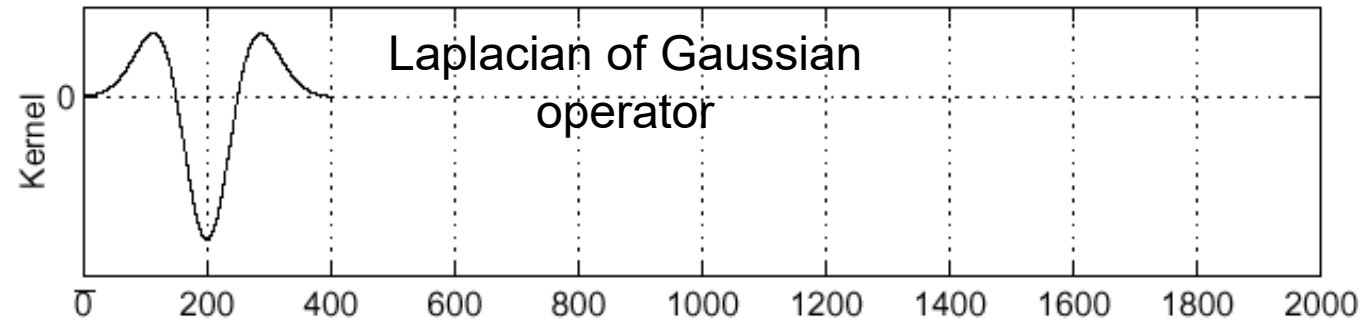
$$\nabla^2 G(x, y) = \left(\frac{x^2 + y^2 - 2\sigma^2}{\sigma^4} \right) e^{-\frac{(x^2 + y^2)}{2\sigma^2}}$$

- Tinjau $\frac{\partial^2}{\partial x^2}(h \star f)$

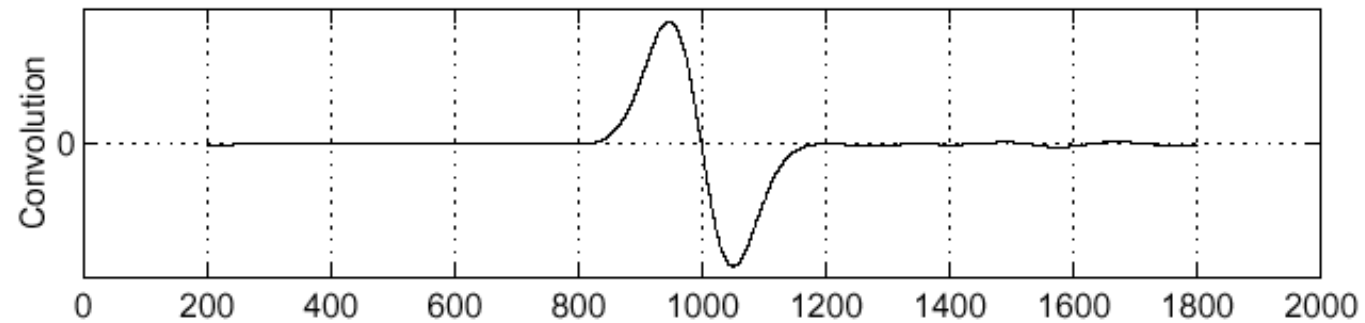
f



$\frac{\partial^2}{\partial x^2}h$



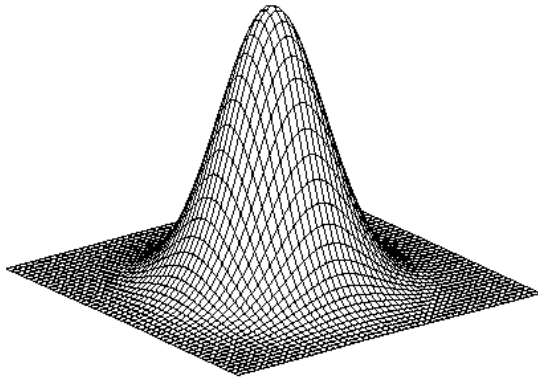
$(\frac{\partial^2}{\partial x^2}h) \star f$



Di mana tepi?

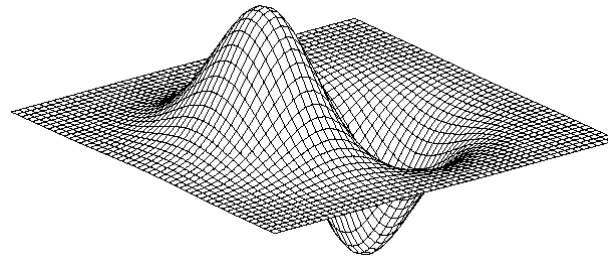
Di tempat *zero-crossing*

- Fungsi $\nabla^2 G(x,y)$ merupakan turunan kedua dari fungsi Gauss
- Kadang-kadang disebut juga fungsi *Laplacian of Gaussian (LoG)* atau fungsi topi orang Mexico (*Mexican Hat*), karena bentuk kurvanya seperti topi Meksiko.



Gaussian

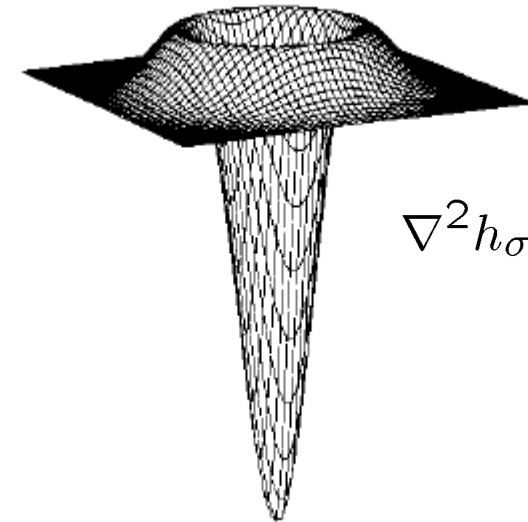
$$h_{\sigma}(u, v) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{u^2+v^2}{2\sigma^2}}$$



derivative of Gaussian

$$\frac{\partial}{\partial x} h_{\sigma}(u, v)$$

Laplacian of Gaussian



$$\nabla^2 h_{\sigma}(u, v)$$

∇^2 adalah operator **Laplace**: $\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$

Jadi, untuk mendeteksi tepi dari citra yang mengalami gangguan, kita dapat melakukan salah satu dari dua operasi ekuivalen di bawah ini:

1. konvolusi citra dengan fungsi Gauss $G(x,y)$, kemudian lakukan operasi Laplace terhadap hasilnya, **atau**
2. konvolusi citra langsung dengan penapis LoG .

Contoh penapis LoG yang berukuran 5×5 :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & -1 & 0 \\ -1 & -2 & 16 & -2 & -1 \\ 0 & -1 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

0	1	1	2	2	2	1	1	0
1	2	4	5	5	5	4	2	1
1	4	5	3	0	3	5	4	1
2	5	3	-12	-24	-12	3	5	2
2	5	0	-24	-40	-24	0	5	2
2	5	3	-12	-24	-12	3	5	2
1	4	5	3	0	3	5	4	1
1	2	4	5	5	5	4	2	1
0	1	1	2	2	2	1	1	0

Mask konvolusi LoG dengan $\sigma = 1.4$



Citra masukan



Hasil operator Laplace



Hasil operator LoG

```
%Deteksi tepi dengan LoG. Kasus 1: tidak ada derau

I = imread('house.jpg'), title('Original image');

%Deteksi tepi dengan penapis LoG 5 x 5
h = fspecial('log');
J = uint8(convn(double(I), double(h)));
figure, imshow(J), title ('Hasil deteksi tepi dengan LoG');
```

Original image



Hasil deteksi tepi dengan LoG



```
%Deteksi tepi dengan LoG. Kasus 2: Ada derau
```

```
I = imread('house.jpg');  
I_noise = imnoise(I, 'salt & pepper', 0.02);  
imshow(I), title ('Original image');  
figure, imshow(I_noise), title('Noisy image');
```

```
%Lakukan image smoothing dengan penapis LoG 5 x 5
```

```
h = fspecial('log');  
Ifiltered = uint8(convn(double(I_noise), double(h)));  
figure, imshow(Ifiltered), title ('Hasil deteksi tepi dengan LoG');
```

Noisy image



Hasil deteksi tepi dengan LoG

