

Kuis ke-1 IF2123 Aljabar Linier dan Geometri (3 SKS) – Matriks, Sistem Persamaan Linier, Determinan

Dosen: Rinaldi, Rila Mandala, Nugraha Priya Utama

Senin, 14 September 2026

Waktu: 60 menit

1. Sebuah perusahaan <i>Cloud Provider</i> menyewakan empat tipe <i>Virtual Machine</i> (VM) khusus untuk komputasi kecerdasan buatan (AI). Setiap tipe VM membutuhkan alokasi sumber daya (<i>resource</i>) perangkat keras yang berbeda dari <i>server</i> fisik, dengan spesifikasi sebagai berikut: (Nilai = 5 + 7,5 + 7,5) • Tipe Alpha (x1): Membutuhkan 3 unit vCPU, 4 GB RAM, dan 2 unit GPU. • Tipe Beta (x2): Membutuhkan 5 unit vCPU, 8 GB RAM, dan 3 unit GPU. • Tipe Gamma (x3): Membutuhkan 8 unit vCPU, 12 GB RAM, dan 5 unit GPU. • Tipe Delta (x4): Membutuhkan 2 unit vCPU, 4 GB RAM, dan 2 unit GPU. Saat ini, sistem <i>load balancer</i> harus mendistribusikan VM sedemikian rupa sehingga kapasitas sebuah <i>server rack</i> fisik digunakan sepenuhnya tanpa sisa. Kapasitas <i>server rack</i> tersebut adalah: • Total vCPU: 71 unit • Total RAM: 112 GB • Total GPU: 49 unit. a) Modelkan masalah alokasi <i>resource</i> di atas ke dalam Sistem Persamaan Linear (SPL) $Ax = B$ dan tuliskan matriks <i>augmented</i>-nya! b) Selesaikan SPL tersebut menggunakan Eliminasi Gauss-Jordan (wajib sampai bentuk matriks eselon baris tereduksi sesuai standar Howard Anton) untuk mencari solusi umum dari jumlah masing-masing VM (x1, x2, x3, x4)! c) Syarat dari perusahaan menyatakan bahwa setiap tipe VM minimal harus ada 1 yang berjalan ($x_i \geq 1$ dan harus bilangan bulat). Jika perusahaan ingin memaksimalkan jumlah VM tipe Gamma (x3) untuk klien VVIP mereka, tentukan konfigurasi pasti dari jumlah masing-masing tipe VM yang harus dihidupkan!	
2. Diberikan matriks persegi M berukuran 3×3 yang memuat suatu parameter k, yaitu $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & k \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ a) Hitung determinan M sebagai fungsi parameter k, dengan operasi baris elementer (OBE), kemudian tentukan nilai k yang menyebabkan matriks M singular (Nilai = 6) b) Untuk nilai parameter k yang menyebabkan matriks M singular, tentukan solusi umum dari sistem persamaan linier homogen $Mx = 0$ menggunakan metode eliminasi Gauss-Jordan. Nyatakan vektor solusi x sebagai bentuk perkalian parameter (Nilai = 6) c) Tinjau kondisi ketika $k = 3$, (i) tentukan matriks adjoin dari M, yaitu $adj(M)$, dan (ii) tentukan matriks balikan M^{-1} dengan menggunakan rumus matriks adjoin (Nilai = 4 + 4)	
3. Diberikan matriks A sebagai berikut: $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & p & 2 \\ 0 & 5 & 0 & 8 \end{pmatrix}$. a) Tentukan nilai p jika diketahui determinan matriks A adalah 143. Determinan harus dihitung dengan metode ekspansi kofaktor. b) Hitung $tr(A)$ (Nilai = 15 + 5)	
4. Diberikan matriks $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$. Jika diketahui $\det(A) = -4$ dan $t = 3$, hitunglah determinan berikut: a) $\det(2A^{-1}) - \det(A^T)$ b) $\det \begin{pmatrix} -3a & -3b & -3c \\ d & e & f \\ g - 4d & h - 4e & i - 4f \end{pmatrix}$ c) $\det \begin{pmatrix} a + td & b + te & c + tf \\ d + ta & e + tb & f + tc \\ g & h & i \end{pmatrix}$ (Nilai = 5 + 7,5 + 7,5)	
5. a) Tentukan persamaan $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ yang menginterpolasi titik-titik pada kurva di sebelah kanan ini. b) Berapa nilai y untuk $x = 2$? (Nilai = 15 + 5)	