



PROGRAM STUDI TEKNIK INFORMATIKA
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika

INSTITUT TEKNOLOGI BANDUNG

Pengantar Aljabar Linier & Geometri

Bahan Kuliah IF2123 Aljabar Geometri

**RINALDI M
RILA MANDALA
NUGRAHA PRIYA UTAMA**

Lab Ilmu dan Rekayasa Komputasi
Kelompok Keahlian Informatika

Institut Teknologi Bandung

Kampus ITB yang indah...



Foto oleh Eko Purwono (AR ITB)

Inilah STEI-ITB...

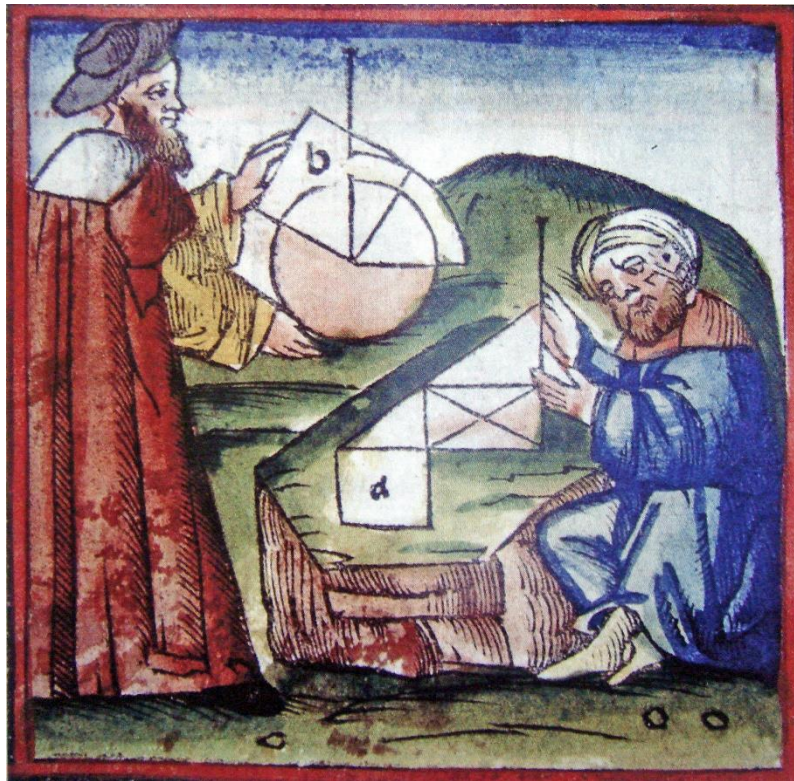


LabTek V, di sini Informatika ITB berada



Salah satu mata kuliahnya....

IF2123 Aljabar Linier & Geometri



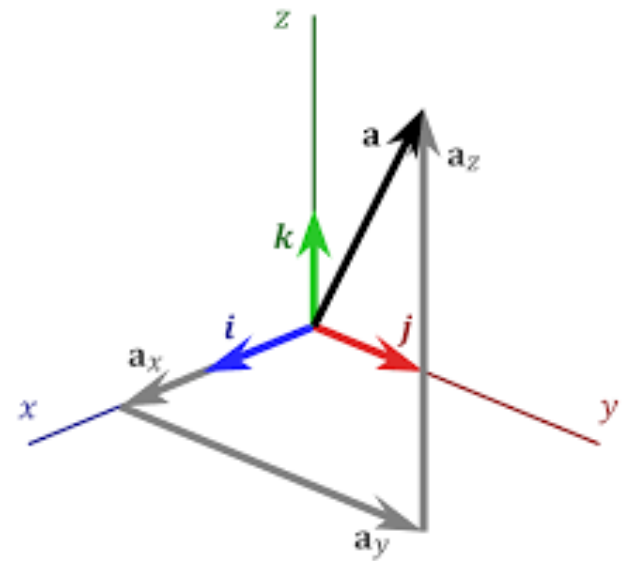
Sumber gambar: <https://en.wikipedia.org/wiki/Geometry>

Tentang kuliah “Aljabar Linier & Geometri”

- Merupakan gabungan ilmu **aljabar linier** dan **aljabar geometri**, keduanya saling berkaitan. Diberi judul kuliah **Aljabar Linier dan Geometri**.
- Merupakan kuliah fundamental untuk memahami teori dan aplikasi data yang direpresentasikan dalam bentuk **matriks** dan **vektor**.
- Dipakai sebagai dasar untuk kuliah: grafika komputer (*computer graphics*), pemrosesan citra (*image processing*), metode numerik (*numeric methods*), inteligensi buatan, pembelajaran mesin (*machine learning*), temu-balik informasi (*information retrieval*), dan masih banyak lagi.

$$A := \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1j} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2j} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{ij} & \dots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mj} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

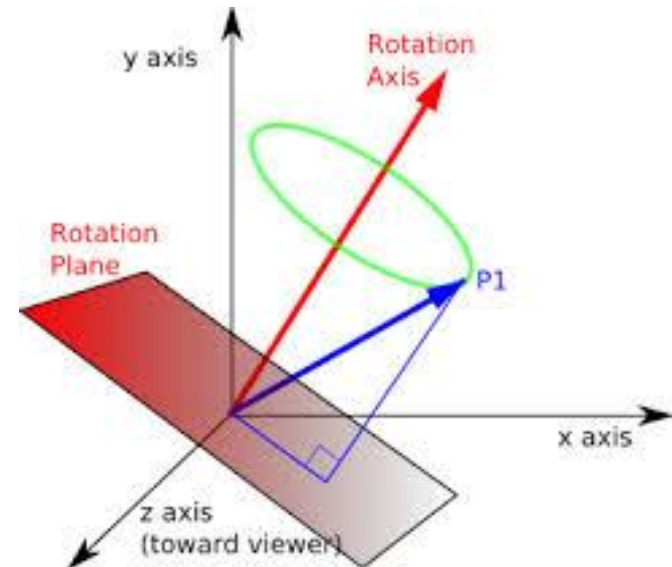
WWW.ANDREAMININI.ORG



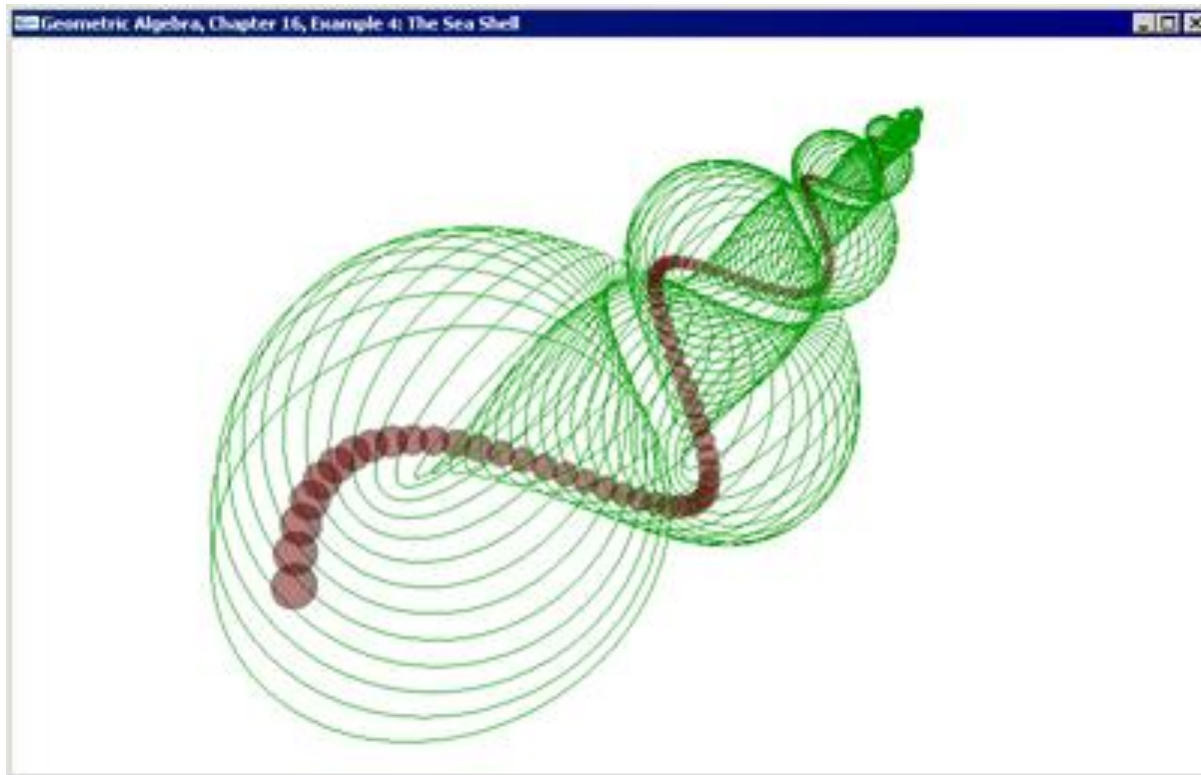
Materi Kuliah Aljabar Linier dan Geometri

1. Matriks dan sistem persamaan linier
2. Determinan
3. Vektor di ruang Euclidean ($\mathbb{R}^2$, $\mathbb{R}^3$, ..., $\mathbb{R}^n$)
4. Ruang vektor umum
5. Transformasi linier
6. Nilai eigen dan vektor eigen
7. Diagonalisasi
8. Dekomposisi matriks (metode SVD, dekomposisi LU, dekomposisi QR)

- 9. Aljabar kompleks
- 10. Aljabar quaternion
- 11. Aljabar geometri
- 12. Perkalian geometri
- 13. Aplikasi aljabar geometri

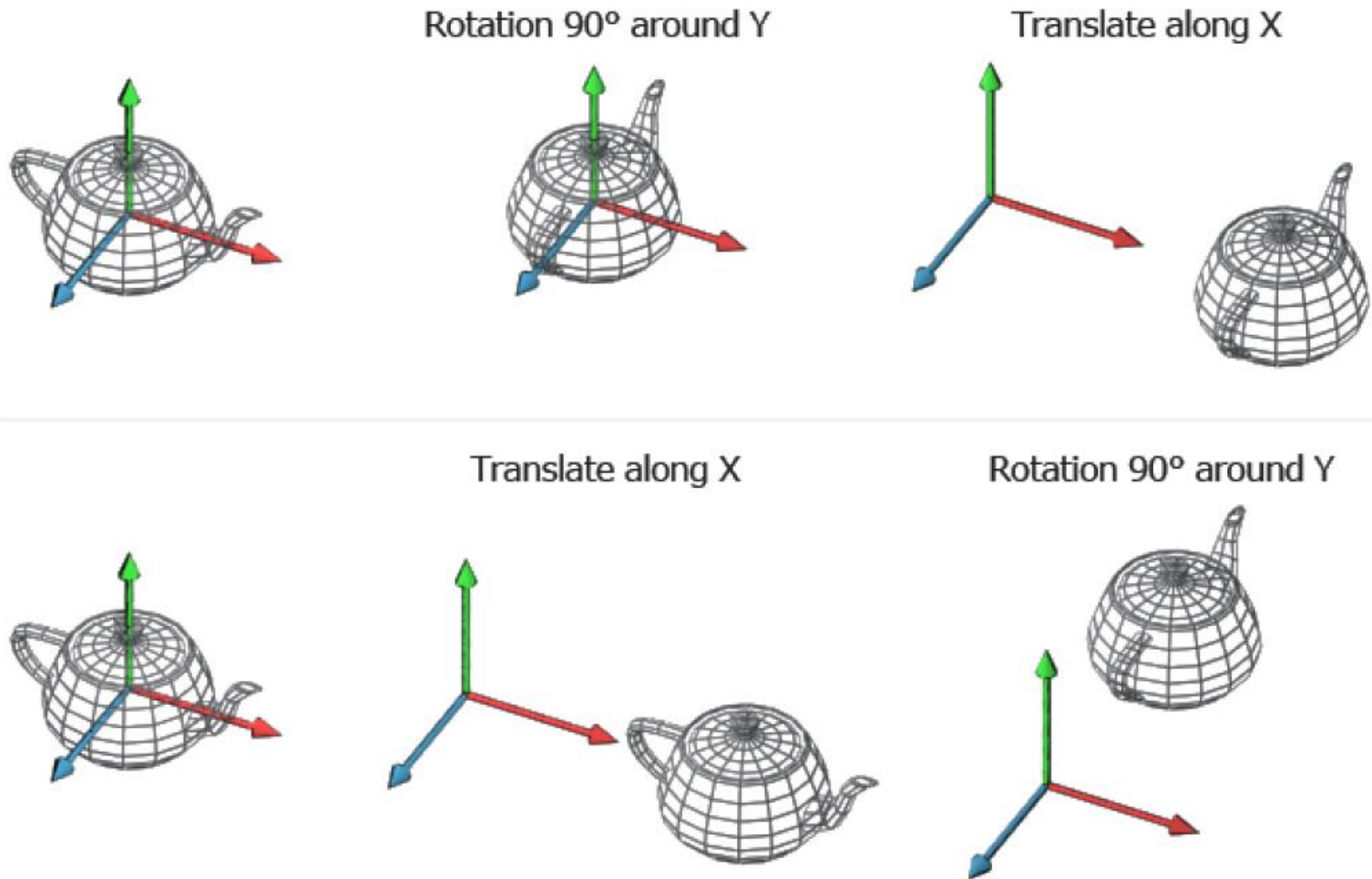


- Aplikasi Aljabar Linier dan Geometri pada grafika komputer:



Sumber: <http://www.geometricalgebra.net/quaternions.html>

Aplikasi Aljabar Linier dan Geometri pada grafika komputer:



Sumber: Shmuel Wimer, Geometric Transformations for Computer Graphics, Bar Ilan Univ., School of Engineering

- Aplikasi Aljabar Linier dan Geometri pada *information retrieval*:



Sumber gambar: <https://dimas347.wordpress.com/2009/06/28/information-retrieval-system/>

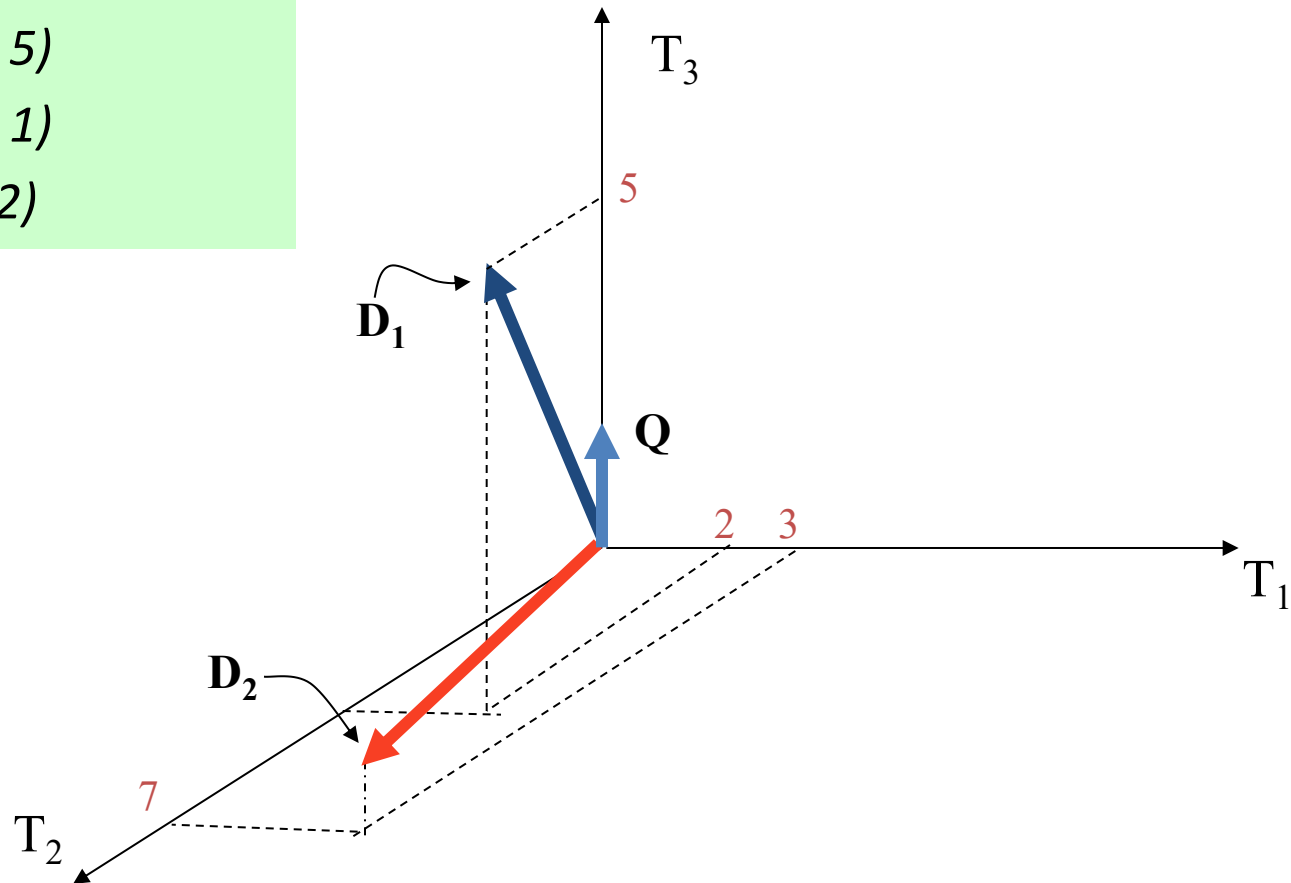
- Aplikasi Aljabar Linier dan Geometri pada *information retrieval*:

Contoh:

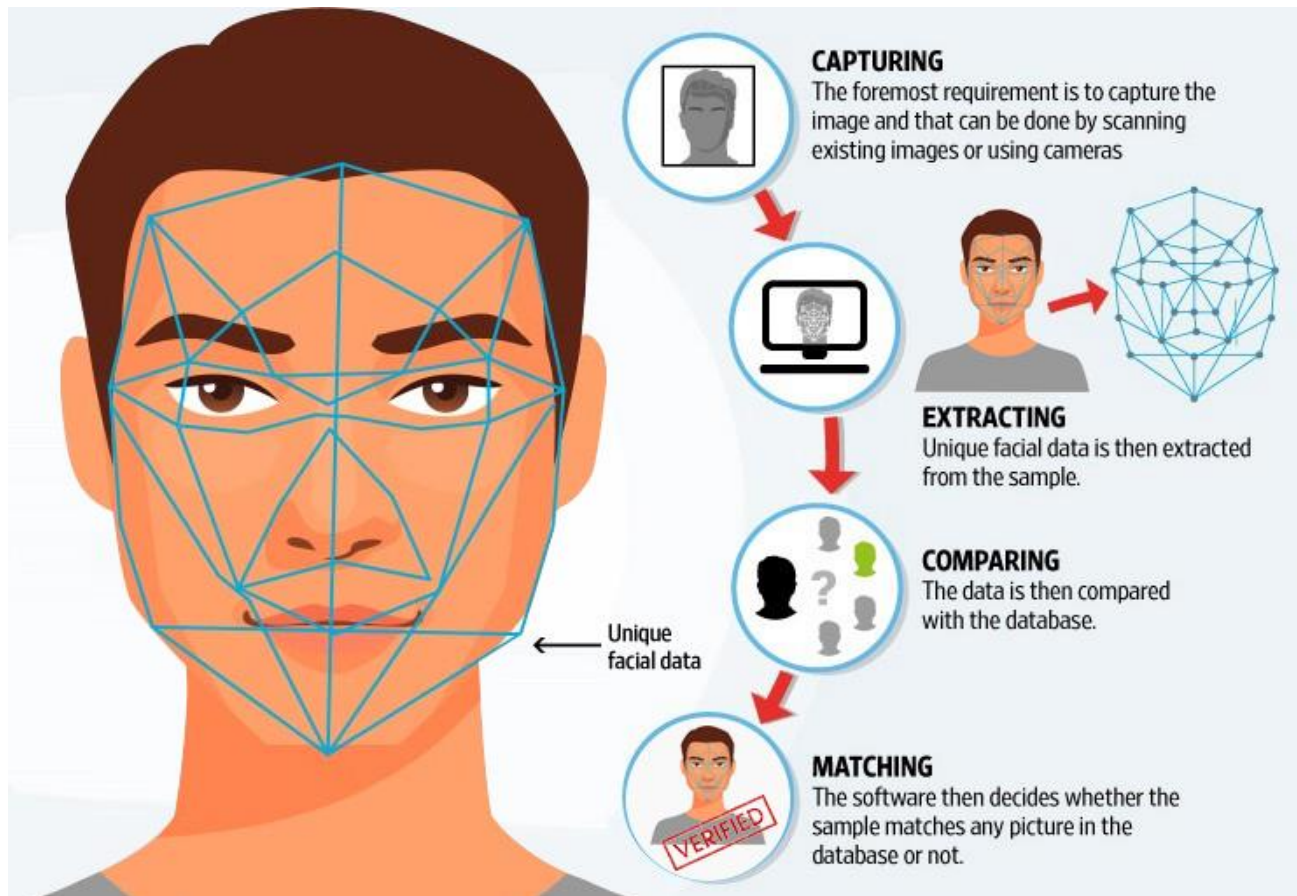
$$\mathbf{D}_1 = (2, 3, 5)$$

$$\mathbf{D}_2 = (3, 7, 1)$$

$$\mathbf{Q} = (0, 0, 2)$$

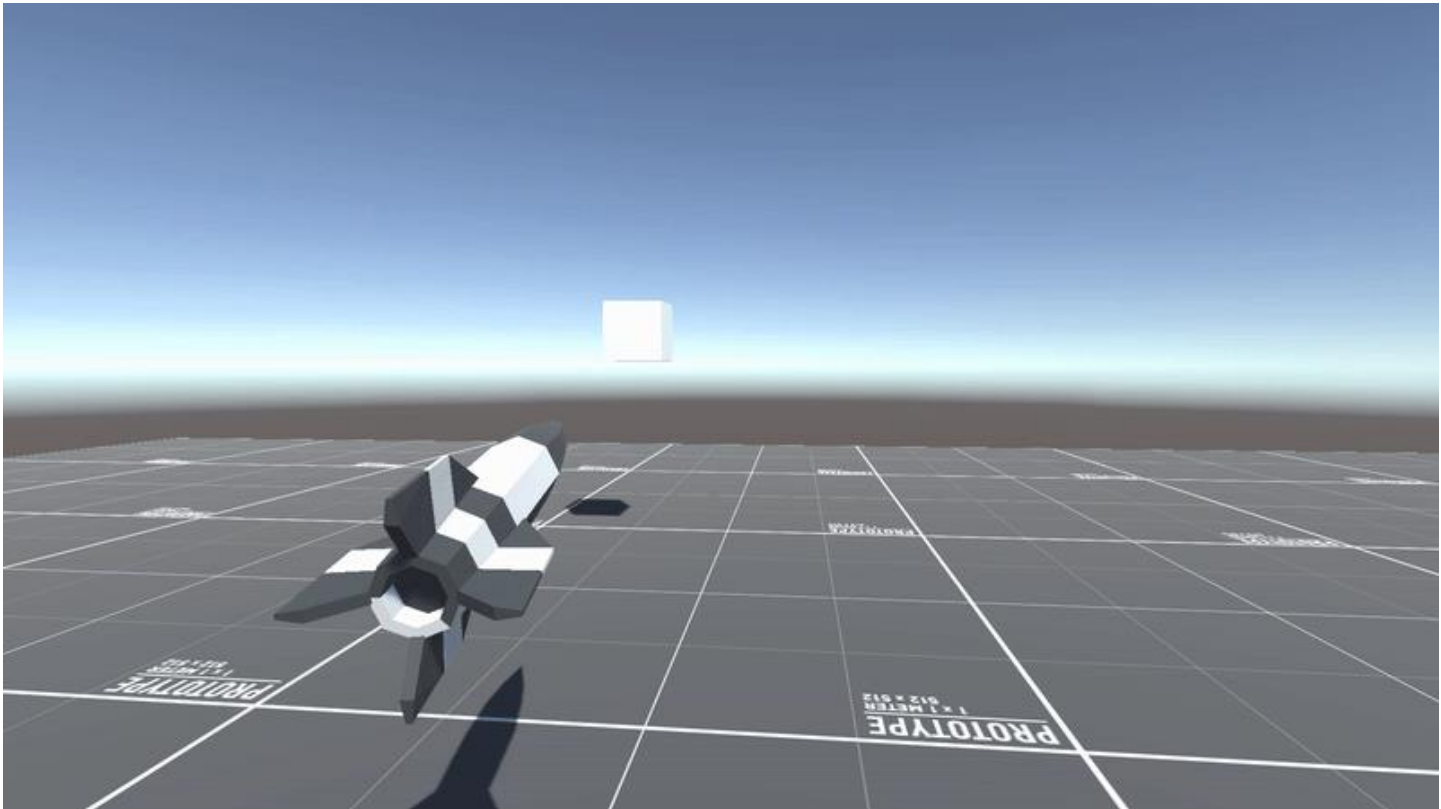


- Aplikasi Aljabar Linier dan Geometri pada *Face Recognition*



Alur proses di dalam sistem pengenalan wajah
(Sumber: <https://www.shadowsystem.com/page/20>)

- Aplikasi Aljabar Linier dan Geometri pada game (menggunakan *quaternion*)



(Sumber: <https://medium.com/design-bootcamp/how-can-we-use-quaternion-in-unity-53d7d5ee658e>)

- Bidang *Machine Learning* dan *Natural Language Processing* (NLP), misalnya untuk memahami *Large Language Model* (LLM) melakukan komputasi dalam bentuk vector.
- Setiap kata (atau token) dinyatakan dalam representasi vektor dengan teknik *vector embedding*

Contoh:

raja: [0,9, 0,1, 0,4]

ratu: [0,8, 0,2, 0,5]

tractor: [-0,7, 0,6, -0,2]

Teknik-teknik *vector embedding* seperti *Word2Vec*, *GloVe*, *BERT*, dan sebagainya akan kalian kenal nanti.

- Bahkan, untuk memahami komputasi kuantum, harus mengerti aljabar linier
- Komputer klasik menggunakan bit, sedangkan computer kuantum menggunakan *qubit* yang mampu berada dalam keadaan superposisi yang dinyatakan dalam kombinasi linier:

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle, |\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$$

dan masih banyak lagi...

Buku referensi kuliah

Utama:

1. Howard Anton, *Elementary Linear Algebra*, 10th edition, John Wiley and Sons, 2010
2. John Vince, *Geometric Algebra for Computer Graphics*. Springer. 2007

Tambahan:

1. Melvin Hausner, *A Vector Space approach to Geometry*, Dover. 2010
2. Ward Cheney; David Kincaid, *Numerical Mathematics and Computing*, Brooks Cole, 2007

URL

- Informasi perkuliahan (bahan kuliah, bahan ujian, soal kuis tahun2 sebelumnya, pengumuman, dll), bisa diakses di:

<http://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/AljabarGeometri/algeo.htm>

atau masuk dari:

<http://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/>

dan juga dari Edunex ITB

CONTOH TUGAS BESAR

Tugas Besar 2 IF 2123 Aljabar Linier dan Geometri
Aplikasi Dot Product pada Sistem Temu-balik Informasi
Semester I Tahun 2020/2021

ABSTRAKSI

Hampir semua dari kita pernah menggunakan *search engine*, seperti *google*, *bing* dan *yahoo! search*. Setiap hari, bahkan untuk sesuatu yang sederhana kita menggunakan mesin pencarian Tapi, pernahkah kalian membayangkan bagaimana cara *search engine* tersebut mendapatkan semua dokumen kita berdasarkan apa yang ingin kita cari?

Sebagaimana yang telah diajarkan di dalam kuliah pada materi vector di ruang Euclidean, temu-balik informasi (*information retrieval*) merupakan proses menemukan kembali (*retrieval*) informasi yang relevan terhadap kebutuhan pengguna dari suatu kumpulan informasi secara otomatis. Biasanya, sistem temu balik informasi ini digunakan untuk mencari informasi pada informasi yang tidak terstruktur, seperti laman web atau dokumen.

Tampilan layout dari aplikasi web yang akan dibangun adalah sebagai berikut.

My Simple Search Engine

Daftar Dokumen: <upload multiple files>

Search query

Hasil Pencarian: (diurutkan dari tingkat kemiripan tertinggi)

- <Judul Dokumen 1>**
Jumlah kata:
Tingkat Kemiripan:%
<Kalimat pertama dari Dokumen 1>
- <Judul Dokumen 2>**
Jumlah kata:
Tingkat Kemiripan:%
<Kalimat pertama dari Dokumen 2>
- ...

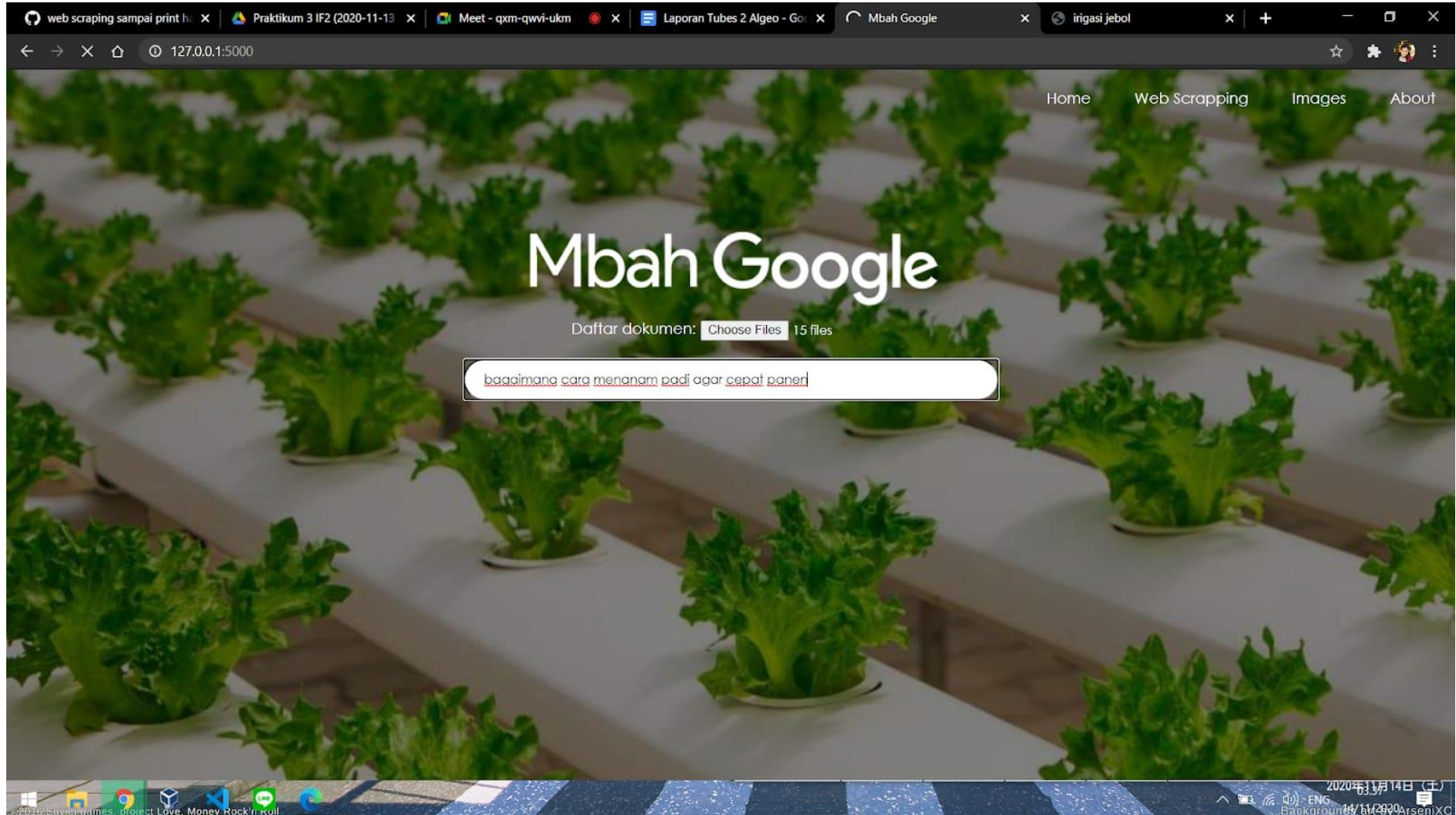
<Menampilkan tabel kata dan kemunculan di setiap dokumen>

Perihal

Gambar 2. Tampilan layout dari aplikasi web search engine yang dibangun.

Contoh antarmuka program Tubes 2 Algeo tahun 2020

Kelompok: M Fahmi Alamsyah dkk (IF 2019)



web scraping sampai print h: x | Praktikum 3 IF2 (2020-11-13) x | Meet - qxm-qwwi-ukm x | Laporan Tubes 2 Algeo - Go x | bagaimana cara menanam p x | Perihal x

127.0.0.1:5000/result/bagaimana%20cara%20menanam%20padi%20agar%20cepat%20panen#

Mbah Google bagaimana cara menanam padi agar cepat panen

Home Web Scrapping Images About

8_Cara_Menanam_Padi_yang_Baik_dan_Menguntungkan_Mudah_dan_Praktis.txt
 Jumlah kata: 819
 Tingkat kemiripan: 52.10%
 Liputan6.com, Jakarta - Cara menanam padi yang baik dan menguntungkan tentunya sangat penting diterapkan.

Cara_menanam_tanaman_hidroponik_sederhana.txt
 Jumlah kata: 487
 Tingkat kemiripan: 34.21%
 Salah satu cara untuk mendapatkan sayuran segar tanpa pestisida adalah dengan menanam sendiri sayuran.

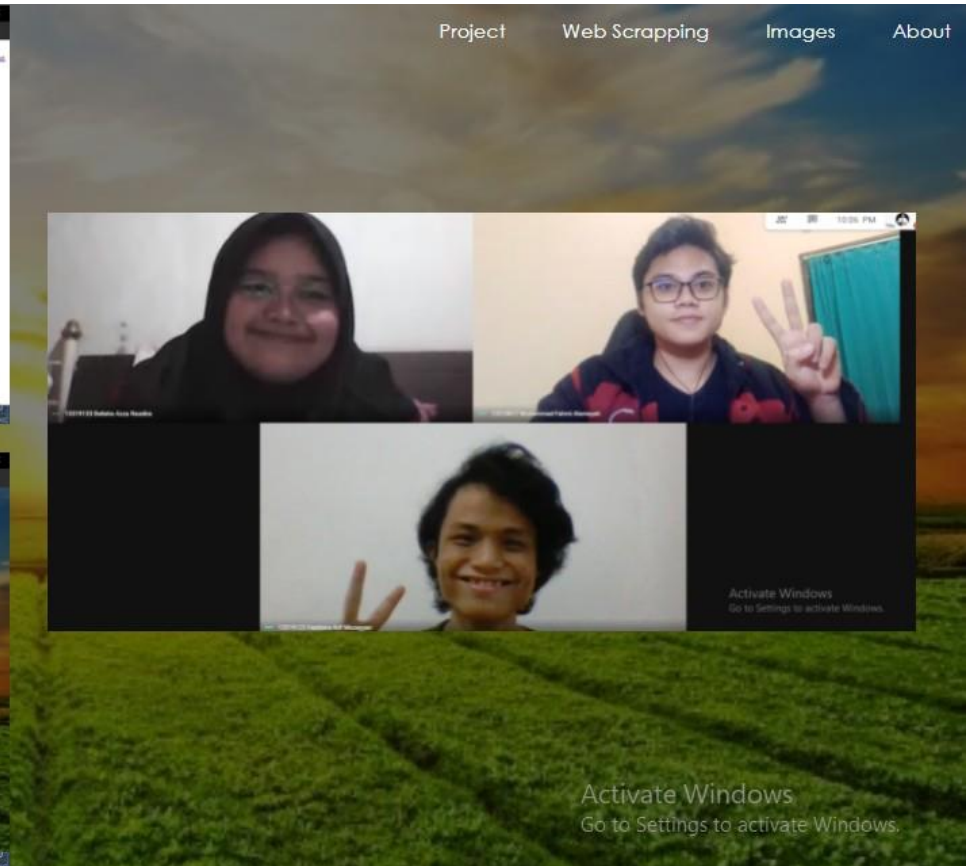
Cara_menanam_jagung.txt
 Jumlah kata: 703
 Tingkat kemiripan: 28.71%
 Cara menanam jagung dengan metode tanpa olah tanah Ada berbagai macam cara menanam jagung salah satunya dengan menerapkan metode tanpa olah tanah (TOT).

Petani_bermigrasi_ke_pertanian_modern.txt
 Jumlah kata: 634
 Tingkat kemiripan: 28.23%
 Tahun 2020 menjadi catatan penting bagi ratusan petani desa Gebang kecamatan Plandaan Kabupaten Jombang Jawa Timur.

Cara_Efektif_Basmi_Hama_Wereng.txt
 Jumlah kata: 413
 Tingkat kemiripan: 26.94%
 Hama wereng adalah hama yang paling sering menyerang tanaman padi.

Term	Query	8_Cara_Menanam_Padi_yang_Baik_dan_Menguntungkan_M
bagaimana	1	0
cara	1	13
tanam	1	23
padi	1	30
cepat	1	0
panen	1	11

2020-11-14 (E) 14:11:26
 Background by ArseniXC



Aplikasi Nilai Eigen dan Vektor Eigen dalam Kompresi Gambar

IF2123 Aljabar Geometri

IF 2020

Web-App Kompresi Gambar

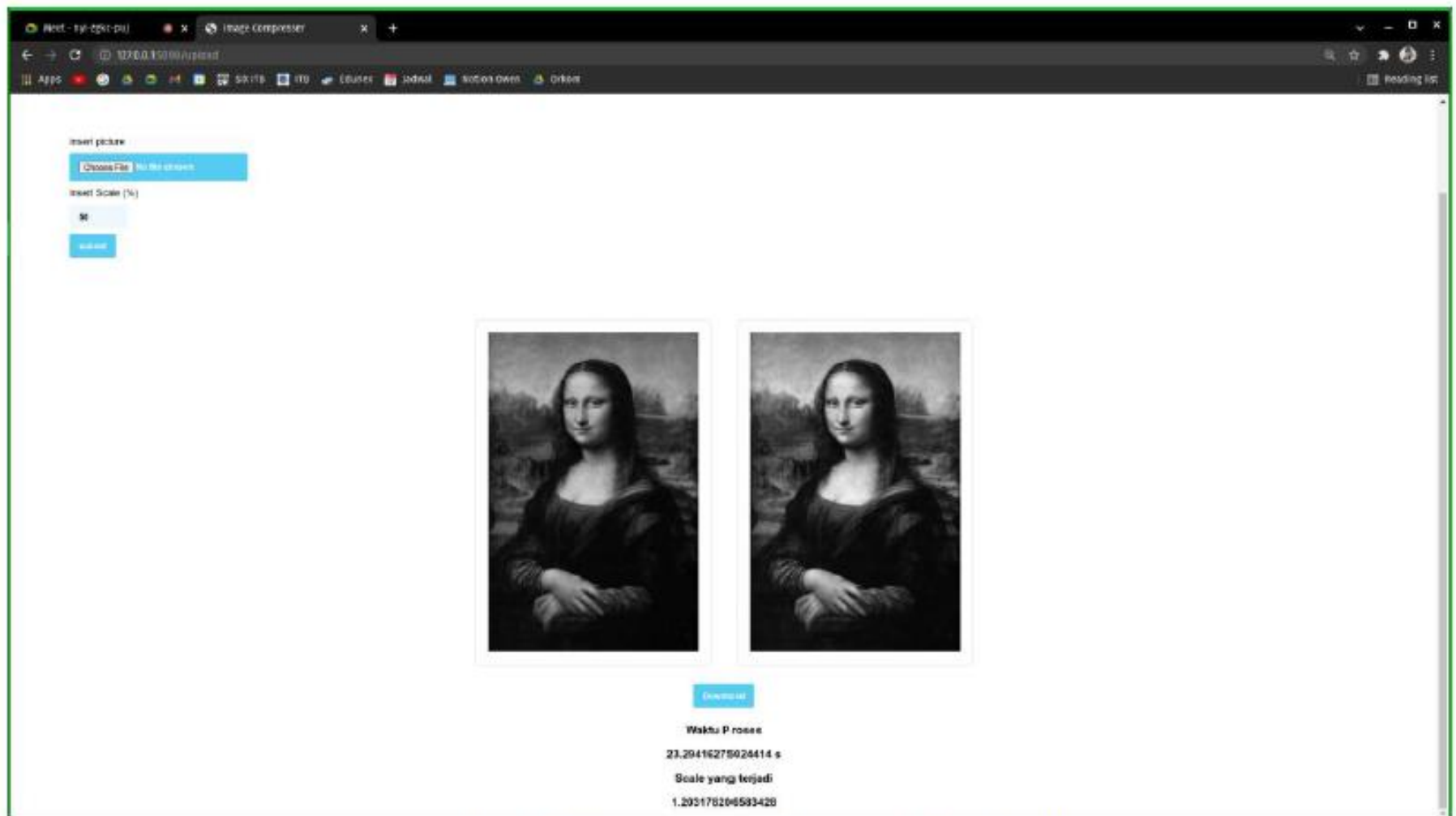
metode SVD Matrix Decomposition

Bryan Bernigen
13520034

Ng Kyle
13520040

Muhammad Risqi Firdaus
13520043





Gambar 13. Compression Greyscale (50% Rank)

BAB 4 : Eksperimen

I. Hasil Kompresi Foto

Size awal : 92.5 KB



Size kompresi : 39.5 KB



LAPORAN
TUGAS BESAR 2 IF2123 ALJABAR LINIER DAN
GEOMETRI
APLIKASI NILAI EIGEN DAN EIGENFACE PADA
PENGENALAN WAJAH (FACE RECOGNITION)



IF 2021

oleh

Fakhri Muhammad Mahendra	13521045
Muhamad Aji Wibisono	13521095
Michael Jonathan Halim	13521124

Kelompok

#TeamOnodera

4.2 Eksperimen Terhadap Gambar Orang yang Sama, Namun di Luar

Dataset

Gambar	Deskripsi
 Test Image Result Image Load Time : 0.000232078934 Execution Time: 0.000000041896 Euclidean Dist. : 1171778.1344096	Dengan orang yang sama namun di luar dataset program dapat mengeluarkan gambar dengan orang yang sama pula. Euclidean distance yang diperoleh berada dalam rentang 100.000.000 yang merupakan jarak yang relatif cukup rendah.



Dengan orang yang sama namun di luar dataset program dapat mengeluarkan gambar dengan orang yang sama pula yaitu anggota dari kelompok ini bernama Michael. Euclidean distance yang diperoleh berada dalam rentang 200.000.000 yang merupakan jarak yang relatif cukup rendah.



Dengan orang yang sama namun di luar dataset program dapat mengeluarkan gambar dengan orang yang sama pula. Euclidean distance yang diperoleh berada dalam rentang 300.000.000 yang merupakan jarak yang cukup tinggi, namun hal ini dapat disebabkan oleh background yang berbeda.

Tugas Besar 2 IF2123 Aljabar Linier dan Geometri
Image Retrieval dan Music Information Retrieval Menggunakan PCA dan Vektor
Semester I Tahun 2024/2025

I. Pemrosesan Suara dan Gambar

Suara selalu menjadi hal yang paling penting dalam kehidupan manusia. Manusia berbicara mengeluarkan suara dan mendengarkan suatu suara untuk diresap ke otak dan mencari informasi dari suara tersebut. Suara juga bisa dijadikan orang-orang di dunia ini sebuah media untuk membuat karya seni. Contohnya adalah alat mendeteksi lagu. Manusia bisa mendeteksi suara dengan menggunakan indera pendengar dan memberikan kesimpulan akan apa jenis suara tersebut melalui respon dari otak. Sama seperti manusia, teknologi juga bisa mendeteksi suara dan memberikan jawaban mereka melalui algoritma-algoritma yang beragam bahkan bisa melebihi kapabilitas manusia. Dengan menggunakan algoritma apapun, konsep dari pendeteksi dan

IF 2023

CONTOH SOAL UJIAN

3. Diberikan sebuah sistem persamaan linier homogen $Ax = 0$ sebagai berikut:

$$v + 3w - 2x = 0$$

$$2u + v - 4w + 3x = 0$$

$$2u + 3v + 2w - x = 0$$

$$-4u - 3v + 5w - 4x = 0$$

- a) Hitung determinan matriks A dengan menggunakan ekspansi kofaktor dikombinasikan dengan OBE
- b) Berdasarkan jawaban a, apakah solusi persamaan linier homogen tersebut trivial atau non trivial? Jelaskan
- c) Tentukan balikan matriks A (Nilai: 20 + 5 + 5)

5.

Misalkan

$$\left\{ \vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \vec{v}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \text{ adalah basis bagi } R^3.$$

$T: R^3 \rightarrow P_1$ Transformasi linear didefinisikan $T(\vec{v}_i) = A\vec{v}_i = p_i$ untuk setiap $i = 1, 2, 3$.

Jika

$$p_1 = 1 - x; p_2 = 1; p_3 = 2x$$

a. (NILAI : 20)

Carilah matriks transformasi T

1. a) Tentukan nilai eigen, vektor eigen, dan basis ruang eigen dari matriks sbb : $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$
 b) Tentukan matriks P, jika ada, yang mendiagonalisasi matriks A
 c) Gunakan matriks diagonal untuk menghitung A^5 .
2. Tentukan SVD dari matriks di bawah ini : $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$
3. Nyatakan bilangan kompleks berikut ini dalam bentuk polar dan eksponen : $z = \sqrt{3} + i$
4. Diberikan quaternion $q_1 = 1 + i - 2j + 3k$, $q_2 = 2 - 3i + j - 2k$, hitunglah :
 a). $q_1 - q_2$ b). $2q_1 + 3q_2$ c). $q_1 q_2$ d). q_1/q_2
5. a) Selesaikan SPL $Ax = b$ berikut dengan metode dekomposisi LU. Metode pemfaktorkan A menjadi L dan U yang digunakan adalah metode reduksi Crout.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & -2 \\ 4 & 4 & 1 \\ -2 & 2 & 4 \end{bmatrix}, x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

- b) Tuliskan A sebagai hasil kali L dan U, verifikasi hasil perkaliannya.
6. Diberikan sebuah vektor $p = (1,2,3)$. Vektor p diputar sebesar 240 derajat berlawanan arah jarum jam dengan sumbu putarnya adalah $u = (1,1,1)$. Hitunglah vektor bayangan dari p (misal p') dengan rotasi diatas.

26. 3) (Nilai: 10) Tentukanlah bayangan dari titik $(1, -1, 2)$ setelah dirotasi dengan sudut 60° di sumbu bidang yz yang berinklinasi dengan sudut 60° terhadap sumbu y positif. Catatan : Kalau ketemu angka "akar kuadrat" maka tetap dalam bentuk akar kuadrat, tidak dihitung pakai kalkulator. Jika dihitung pakai kalkulator maka akan disalahkan.
-

27. 4) (Nilai: 15) Diberikan tiga buah vektor sebagai berikut:

$$a = 2e_1 + e_2 - e_3$$

$$b = e_1 - e_2 - e_3$$

$$c = 2e_1 + 2e_2 - e_3$$

Tentukan perpotongan bidang yang dibentuk oleh vektor a dan c dengan bidang $(e_2 \wedge e_3)$

Tentang Dosen Pengajar IF2123

Kelas K-1, K-2, K-3

Teknik Informatika ITB

2026

K-1

Sekaligus Koordinator Algeo



Nama: Prof. Dr. Ir. Rinaldi, M.T

Kelompok Keahlian Informatika

Sekolah Teknik Elektro dan Informatika (STEI) - ITB

Media Komunikasi

- E-mail: rinaldi@itb.ac.id
rinaldi@staff.stei.itb.ac.id
- Web: <http://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir>
- Blog: <http://rinaldimunir.wordpress.com>
<http://catatankriptografi.wordpress.com>
- Facebook: <http://www.facebook.com/rinaldi.munir>
- Instagram: @rinaldimunir
- Kanal Youtube: @rinaldimunir5569
- Tiktok @aldi57312
- Thread rinaldimunir
- X @MunirRinal3423
- Kantor: Lab Ilmu dan Rekayasa Komputasi (IRK)
LabTek V (Lantai 4), Jl. Ganesha 10 Bdg

K-2



Nama: Ir. Rila Mandala, M.Eng, Ph.D

Kelompok Keahlian Informatika

Sekolah Teknik Elektro dan Informatika (STEI) - ITB

Media Komunikasi

- E-mail: rila@informatika.org
rila@staff.stei.itb.ac.id
- Kantor: Lab Ilmu dan Rekayasa Komputasi (IRK)
LabTek V (Lantai 4), Jl. Ganesha 10 Bdg

K-3



Nama: Nugraha Priya Utama, S.T., M.A., Ph.D.

Kelompok Keahlian Informatika

Sekolah Teknik Elektro dan Informatika (STEI) - ITB

Media Komunikasi

- E-mail: utama@informatika.org
utama@itb.ac.id

Kantor: Lab Ilmu dan Rekayasa Komputasi,
LabTek V, Kampus ITB Ganesha

FOTO-FOTO PERKULIAHAN ALGEO 2024



Kelas K1 IF 2024



Kuis Kelas K1 IF 2023



Kuis Kelas K2 IF 2023



Kuis Kelas K3 IF Jatinangor, IF 2023



UTS Kelas K1 IF 2024



Hadiah coklat Silverqueen (IF 2024)



Hadiah coklat Silverqueen (IF 2024)