

Ujian Tengah Semester IF2123 Aljabar Linier dan Geometri
Semester I tahun akademik 2025/2026
Selasa, 21 Oktober 2025
Waktu: 120 menit

A. Pilihan Ganda

Tuliskan jawaban soal pilihan ganda (12 soal) di bawah ini pada lembar jawabanmu, hanya berupa huruf jawaban saja (A, B, C, D, E, dst). Setiap soal bernilai 3. Total nilai = 36.

1. Manakah pernyataan yang BENAR perihal sistem persamaan linier (SPL)?
 - A. Sistem persamaan linier homogen $A\mathbf{x} = 0$ selalu konsisten
 - B. Pada SPL $A\mathbf{x} = b$, jika $\det(A) = 0$, maka SPL mungkin memiliki banyak solusi
 - C. Pada SPL $A\mathbf{x} = b$, jika A berukuran $n \times n$ dan solusinya unik (tunggal), maka $\text{rank}(A) = n$
 - D. Jawaban A, B, dan C benar
 - E. Hanya jawaban A dan C yang benar
 - F. Hanya jawaban B dan C yang benar
 - G. Hanya jawaban A dan B yang benar
2. Misalkan $\mathbf{u}$ dan $\mathbf{v}$ adalah vektor di ruang euclidean. Jika $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} \geq 0$ dan $\mathbf{v} \cdot \mathbf{v} = 0$ jika dan hanya jika $\mathbf{v} = 0$. Teorema ini disebut dengan :
 - A. zero property
 - B. homogeneity property
 - C. heterogeneity property
 - D. positivity property
 - E. identity property
 - F. transitivity property
 - G. Teorema di atas adalah salah
 - H. tidak ada jawaban yang benar
 - I. semua jawaban benar.
3. Jika $\mathbf{u}, \mathbf{v}$, dan $\mathbf{w}$ adalah vektor maka pernyataan $\mathbf{u} \times (\mathbf{v} \times \mathbf{w}) = (\mathbf{u} \cdot \mathbf{w})\mathbf{v} - (\mathbf{u} \cdot \mathbf{v})\mathbf{w}$ adalah :
 - A. Pernyataan yang benar.
 - B. Pernyataan yang salah.
 - C. Tidak bisa ditentukan.
4. Diketahui vektor $\mathbf{u} = 2\mathbf{i} + \mathbf{j} + s\mathbf{k}$ dan vektor $\mathbf{v} = \mathbf{i} - 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$. Jika sudut antara vektor $\mathbf{u}$ dan $\mathbf{v}$ adalah 60° , maka nilai s adalah :
 - A. Bilangan bulat positif
 - B. Bilangan bulat negatif
 - C. Bilangan pecahan positif
 - D. Bilangan pecahan negatif
 - E. Semua jawaban salah

5. Diberikan matriks $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & r-2 & 2 \\ 0 & s-1 & r+2 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$. Pernyataan yang benar mengenai $\text{rank}(A)$ adalah
- Jika $r = 2$ dan $s = 1$, maka $\text{rank}(A) = 2$.
 - Jika $r - 2 \neq 0$ atau $s - 1 \neq 0$, maka $\text{rank}(A) = 3$.
 - $\text{Rank}(A)$ tidak pernah sama dengan 1 berapapun nilai r dan s
 - Jawaban A, B, dan C benar
 - Hanya jawaban A dan C yang benar
 - Hanya jawaban B dan C yang benar
 - Hanya jawaban A dan B yang benar
6. Sudut yang dibentuk oleh bidang $3x - 4y + 5z = 6$ dengan bidang $2x + y - 8z = -11$ adalah (dibulatkan ke integer terdekat):
- 42°
 - 50°
 - 55°
 - 59°
 - 63° Tidak ada jawaban yang benar
7. Diberikan $S = \{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3\}$ adalah himpunan vektor di $\mathbb{R}^3$. Jika S adalah basis di ruang $\mathbb{R}^3$ dan A adalah matriks 3×3 dengan $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3$ sebagai vektor-vektor kolomnya, manakah pernyataan di bawah ini yang salah?
- $\det(A) \neq 0$
 - Vektor-vektor baris dari A saling bebas linier
 - $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ memiliki solusi unik di setiap $\mathbf{b}$ di $\mathbb{R}^3$
 - $\text{Rank}(A) < 3$
 - Tidak ada jawaban yang benar
8. Diberikan $T_1 : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ adalah operator proyeksi ortogonal ke bidang xy , dan $T_2 : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ adalah operator refleksi terhadap bidang yz . Matriks standar untuk transformasi komposisi $T = T_2 \circ T_1$ (yaitu, $T(\mathbf{v}) = T_2(T_1(\mathbf{v}))$) adalah:
- $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
 - $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
 - $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
 - $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$
 - Tidak ada jawaban yang benar
9. Jika $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ adalah transformasi linier dengan $T(\mathbf{e}_1) = (1, 0, 2)$, $T(\mathbf{e}_2) = (3, -1, 1)$, maka bayangan vektor $(2, -1)$ oleh T adalah:
- $(-1, 1, 3)$
 - $(1, 1, 3)$
 - $(-1, -1, 3)$
 - $(1, -1, 3)$
 - Tidak ada jawaban yang benar
10. Jika A adalah matriks $n \times n$ dan A adalah *invertible*, maka *nullity* A adalah 0. Pernyataan ini adalah :
- Pernyataan yang benar
 - Pernyataan yang salah
 - Tidak bisa ditentukan.
11. Jika diketahui bahwa determinan matriks A tidak sama dengan 0 maka manakah di bawah ini yang merupakan pernyataan yang benar :
- Vektor kolom A pastilah tidak *independently linear*
 - Vektor kolom A pastilah *independently linear*
 - Vektor kolom A bisa *independently linear* bisa juga tidak

12. Manakah dari berikut ini yang merupakan contoh ruang vektor di $\mathbb{R}^2$?

- A. Himpunan semua vektor bentuk (x, y) di mana $x + y = 1$
- B. Himpunan semua vektor bentuk (x, y) di mana $x = 2y$
- C. Himpunan semua vektor bentuk (x, y) di mana $x \geq 0$
- D. Himpunan semua vektor bentuk (x, y) di mana $x = y^2$
- E. Semua jawaban benar.
- F. Semua jawaban salah.

B. Essay

Jawablah soal uraian di bawah ini pada lembar jawaban

1. (Nilai = 10) Diberikan vektor $\mathbf{a} = (1, a, 2)$, $\mathbf{b} = (4, 5, 6)$. Jika diketahui $\|\mathbf{a} \times \mathbf{b}\|^2 = 117$, tentukan nilai a .
2. (Nilai = 15) Diberikan vektor $\mathbf{u}_1 = (1, 1, 0)$ dan $\mathbf{u}_2 = (1, -1, 4)$
 - (a) Tunjukkan bahwa $\mathbf{u}_1$ dan $\mathbf{u}_2$ saling ortogonal
 - (b) Bentuklah himpunan ortonormal $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2\}$ dari $\mathbf{u}_1$ dan $\mathbf{u}_2$
 - (c) Tentukan vektor $\mathbf{v}_3$ sedemikian sehingga $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3\}$ menjadi basis ortonormal untuk R^3
3. (Nilai = 10) Diberikan himpunan vektor $S = \{(2, -1, 4), (3, 0, -2), (b, 5, b + 1)\}$. Tentukan semua nilai b agar S tidak bebas linear
4. (Nilai = 10) Diberikan $B = \{\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3\}$ adalah basis untuk P_2 (ruang polinom order 2), di mana $\mathbf{p}_1 = 1$, $\mathbf{p}_2 = 1 + x$ dan $\mathbf{p}_3 = 1 + x + x^2$. Diketahui $T: P_2 \rightarrow R^2$ adalah transformasi linier sedemikian sehingga:
$$T(\mathbf{p}_1) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}; T(\mathbf{p}_2) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}; T(\mathbf{p}_3) = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Tentukan $T(2 - x + 3x^2)$
5. (Nilai = 10) Tentukan basis untuk subruang dari R^4 yang dibangun oleh vektor-vektor $\mathbf{v}_1 = (1, 1, -4, -3)$, $\mathbf{v}_2 = (2, 0, 2, -2)$, $\mathbf{v}_3 = (2, -1, 3, 2)$, $\mathbf{v}_4 = (3, 1, 2, 0)$.
6. (Nilai = 10) M_{22} adalah ruang vektor yang berisi semua matriks berukuran 2×2 . Vektor-vektor berikut:
$$\begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 3 & -6 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 & -8 \\ -12 & -4 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

adalah basis untuk M_{22} . Tentukan koordinat $\mathbf{m} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ relatif terhadap basis tersebut.
7. (Bonus, tidak wajib, nilai = 9) Diketahui vektor $\mathbf{u}' = (0, -6, 12)$ adalah hasil transformasi vektor $\mathbf{u}$ oleh transformasi T yang pertama-tama dicerminkan terhadap bidang xz , berikutnya kontraksi dengan faktor 3, dan terakhir dirotasi terhadap sumbu y sebesar 90° searah jarum jam.
 - (a) Tentukan matriks standar T^{-1}
 - (b) Tentukan vektor $\mathbf{u}$
 - (c) Diketahui $\mathbf{v} = (3, -1, 6)$, tentukan $T(\mathbf{v})$

SELAMAT MENGERJAKAN

Total Nilai = 110