

Seri bahan kuliah Algeo #19 - 2025

Nilai Eigen dan Vektor Eigen

(Bagian 1)

Bahan kuliah IF2123 Aljabar Linier dan Geometri

**Program Studi Teknik Informatika
STEI-ITB**

Sumber:

Howard Anton & Chris Rores, *Elementary Linear Algebra, 10th Edition*

Definisi

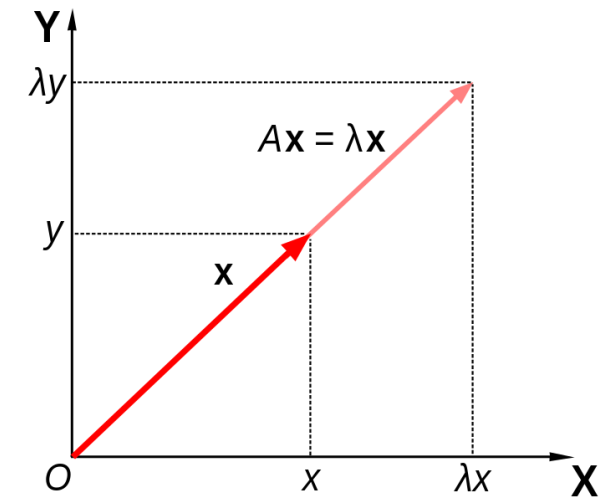
- Jika A adalah matriks $n \times n$ maka vektor tidak-nol $\mathbf{x}$ di $\mathbb{R}^n$ disebut **vektor eigen** dari A jika $A\mathbf{x}$ sama dengan perkalian suatu skalar λ dengan $\mathbf{x}$, yaitu

$$A\mathbf{x} = \lambda\mathbf{x}$$

Skalar λ disebut **nilai eigen** dari A , dan $\mathbf{x}$ dinamakan vektor eigen yang berkoresponden dengan λ .

- Kata “eigen” berasal dari Bahasa Jerman yang artinya “asli” atau “karakteristik”.
- Dengan kata lain, nilai eigen menyatakan nilai karakteristik dari sebuah matriks yang berukuran $n \times n$.

- Vektor eigen $\mathbf{x}$ menyatakan matriks kolom yang apabila dikalikan dengan sebuah matriks $n \times n$ menghasilkan vektor lain yang merupakan kelipatan vektor itu sendiri.

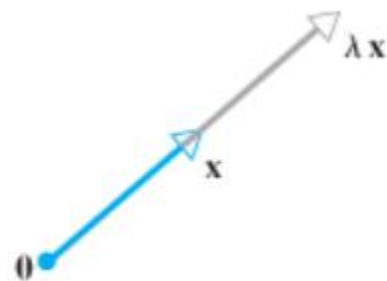


Sumber gambar: Wikipedia

- Dengan kata lain, operasi $A\mathbf{x} = \lambda\mathbf{x}$ menyebabkan vektor $\mathbf{x}$ menyusut atau memanjang dengan faktor λ dengan arah yang sama jika λ positif dan arah berkebalikan jika λ negatif.



(a) $0 \leq \lambda \leq 1$



(b) $\lambda \geq 1$



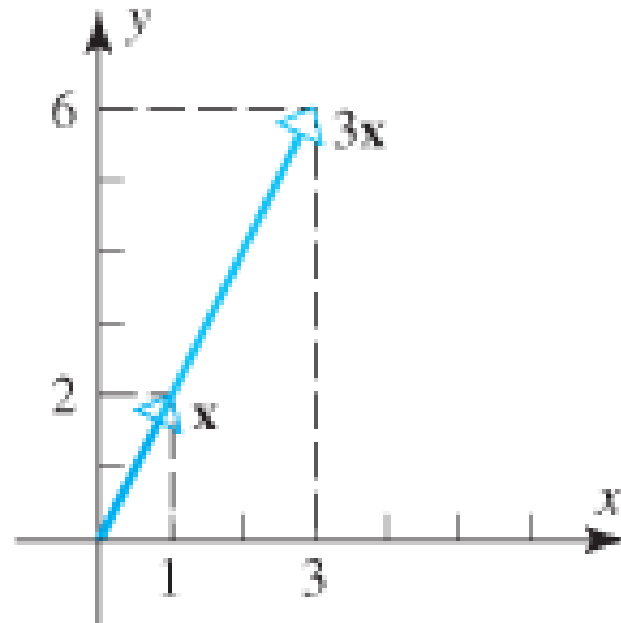
(c) $-1 \leq \lambda \leq 0$



(d) $\lambda \leq -1$

Contoh 1: Misalkan $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 8 & -1 \end{bmatrix}$. Vektor $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ merupakan vektor eigen dari A dengan nilai eigen yang berkoresponden $\lambda = 3$, karena

$$A\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 8 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix} = 3\mathbf{x}$$



Latihan 1

Perlihatkan bahwa $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ merupakan vektor eigen dari matriks $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ dengan nilai eigen yang berkoresponden $\lambda = -2$, lalu gambarkan vektor $\mathbf{x}$ dan hasil perkaliannya dengan A .

Cara menghitung nilai eigen dan vektor eigen

- Diberikan sebuah matriks A berukuran $n \times n$. Vektor eigen dan nilai eigen dari matriks A dihitung sebagai berikut:

$$A\mathbf{x} = \lambda\mathbf{x}$$

$$I\mathbf{x} = \lambda\mathbf{x} \quad (\text{kalikan kedua ruas dengan } I = \text{matriks identitas})$$

$$A\mathbf{x} = \lambda\mathbf{x}$$

$$(\lambda I - A)\mathbf{x} = 0$$

$\mathbf{x} = 0$ adalah solusi trivial dari $(\lambda I - A)\mathbf{x} = 0$

Agar $(\lambda I - A)\mathbf{x} = 0$ memiliki solusi tidak-nol, maka haruslah

$$\det(\lambda I - A) = 0$$

- Persamaan $\det(\lambda I - A) = 0$ disebut **persamaan karakteristik** dari matriks A , dan akar-akar persamaan tersebut, yaitu λ , dinamakan **akar-akar karakteristik** atau **nilai-nilai eigen**.

Contoh 2: Tentukan nilai eigen dan vektor eigen dari matriks $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 8 & -1 \end{bmatrix}$

Jawaban:

(a) Menentukan nilai-nilai eigen

$$\det(\lambda I - A) = 0$$

$$\lambda I - A = \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 8 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 8 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda - 3 & 0 \\ -8 & \lambda + 1 \end{bmatrix}$$

$$\det(\lambda I - A) = 0 \rightarrow \begin{vmatrix} \lambda - 3 & 0 \\ -8 & \lambda + 1 \end{vmatrix} = 0 \rightarrow (\lambda - 3)(\lambda + 1) = 0 \rightarrow \text{persamaan karakteristik}$$
$$\rightarrow \lambda_1 = 3 \text{ dan } \lambda_2 = -1$$

Jadi, nilai-nilai eigen dari matriks A adalah $\lambda = 3$ dan $\lambda = -1$.

(b) Menentukan vektor eigen

$$(\lambda I - A)\mathbf{x} = 0 \rightarrow \begin{bmatrix} \lambda - 3 & 0 \\ -8 & \lambda + 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{Untuk } \lambda = 3 \rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -8 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow -8x_1 + 4x_2 = 0 \rightarrow 8x_1 = 4x_2 \rightarrow x_1 = \frac{1}{2} x_2 \\ \rightarrow \text{Solusi: } x_1 = \frac{1}{2} t, x_2 = t, t \in \mathbf{R}$$

$$\text{Vektor eigen: } \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} t \\ t \end{bmatrix} = t \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow \text{membentuk } \mathbf{ruang\ eigen\ (eigenspace)}$$

Jadi, $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ 1 \end{bmatrix}$ adalah basis untuk ruang eigen dengan $\lambda = 3$

$$\text{Ruang eigen ditulis sebagai } E(3) = \left\{ \mathbf{x} = t \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ 1 \end{bmatrix}, t \in \mathbf{R} \right\}$$

Untuk $\lambda = -1 \rightarrow \begin{bmatrix} \lambda - 3 & 0 \\ -8 & \lambda + 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} -4 & 0 \\ -8 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Selesaikan dengan eliminasi Gauss:

$$\begin{bmatrix} -4 & 0 & 0 \\ -8 & 0 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{R1/(-4)} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -8 & 0 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{R2 + 8R1} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$\rightarrow$ Solusi: $x_1 = 0, x_2 = t, t \in \mathbf{R}$

Vektor-vektor eigen: $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ t \end{bmatrix} = t \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow$ membentuk **ruang eigen** (*eigenspace*)

Jadi, $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ adalah basis untuk ruang eigen dengan $\lambda = -1$

Ruang eigen ditulis sebagai $E(-1) = \{ \mathbf{x} = t \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, t \in \mathbf{R} \}$

Latihan 2

Tentukan nilai-nilai eigen, vektor eigen, ruang eigen, dan basis ruang eigen dari

$$\text{matriks } A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

Jawaban:

- Nilai-nilai eigen adalah $\lambda_1 = -2$ dan $\lambda_2 = 4$ (cara penyelesaiannya ditinggalkan sebagai latihan)
- Untuk $\lambda = -2$, vektor-vektor eigen adalah $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t \\ -t \end{bmatrix} = t \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$

$$\text{Ruang eigen adalah } E(-2) = \{ \mathbf{x} = t \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}, t \in \mathbf{R} \}, \text{ basis ruang eigen} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

- Untuk $\lambda = 4$, vektor-vektor eigen adalah $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t \\ t \end{bmatrix} = t \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

$$\text{Ruang eigen adalah } E(4) = \{ \mathbf{x} = t \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, t \in \mathbf{R} \}, \text{ basis ruang eigen} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Contoh 3: Diketahui $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 0 \\ -2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$. Carilah nilai-nilai eigen dari matriks A dan basis untuk ruang eigen.

Jawaban:

$$\lambda I - A = \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & -2 & 0 \\ -2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda - 3 & 2 & 0 \\ 2 & \lambda - 3 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda - 5 \end{bmatrix}$$

$$\det(\lambda I - A) = 0 \rightarrow \begin{vmatrix} \lambda - 3 & 2 & 0 \\ 2 & \lambda - 3 & 0 \\ \textcolor{red}{0} & \textcolor{red}{0} & \textcolor{red}{\lambda - 5} \end{vmatrix} = 0$$

Gunakan baris ke-3 (berwarna merah) sebagai acuan:

$$0 \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ \lambda - 3 & 0 \end{vmatrix} - 0 \begin{vmatrix} \lambda - 3 & 0 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} + (\lambda - 5) \begin{vmatrix} \lambda - 3 & 2 \\ 2 & \lambda - 3 \end{vmatrix} = 0$$

$$(\lambda - 5)((\lambda - 3)(\lambda - 3) - 4) = 0$$

$$(\lambda - 5)(\lambda^2 - 6\lambda + 5) = 0$$

$$(\lambda - 5)(\lambda - 5)(\lambda - 1) = 0$$

$$\rightarrow \lambda_1 = 5 \text{ dan } \lambda_2 = 1$$

$$\text{Untuk } \lambda = 5 \rightarrow \begin{bmatrix} \lambda - 3 & 2 & 0 \\ 2 & \lambda - 3 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda - 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Selesaikan dengan eliminasi Gauss:

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{R1/2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{R2 - 2R1} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

matriks augmented

diperoleh persamaan: $x_1 + x_2 = 0 \rightarrow x_1 = -x_2$

misal $x_2 = s$, $x_3 = t$, maka $x_1 = -s$

$$\text{Ruang eigen: } E(5) = \left\{ \mathbf{x} = \begin{bmatrix} -s \\ s \\ t \end{bmatrix} = s \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + t \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, s \text{ dan } t \in \mathbf{R} \right\}$$

$$\text{Basis ruang eigen: } \left\{ \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\} \text{ karena } \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ dan } \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ bebas liner}$$

$$\text{Untuk } \lambda = 1 \rightarrow \begin{bmatrix} \lambda - 3 & 2 & 0 \\ 2 & \lambda - 3 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda - 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Selesaikan dengan eliminasi Gauss:

$$\begin{bmatrix} -2 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -4 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{R1/(-2)} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 2 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -4 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{R2 - 2R1} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -4 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{R3/(-4)} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

matriks augmented

diperoleh persamaan: $x_3 = 0$, $x_1 - x_2 = 0 \rightarrow x_1 = x_2$

misal $x_2 = t$, maka $x_1 = t$

$$\text{Ruang eigen: } E(1) = \{ \mathbf{x} = \begin{bmatrix} t \\ t \\ 0 \end{bmatrix} = t \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, t \in \mathbf{R} \}$$

$$\text{Basis ruang eigen: } \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right\}$$

Perhatian: Tidak semua matriks memiliki nilai-nilai eigen. Perhatikan contoh 4 berikut:

Contoh 4: Tentukan nilai eigen dan vektor eigen dari matriks $A = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$

Jawaban:

$$\lambda I - A = \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda + 2 & 1 \\ -5 & \lambda - 2 \end{bmatrix}$$

$$\det(\lambda I - A) = 0 \rightarrow \begin{vmatrix} \lambda + 2 & 1 \\ -5 & \lambda - 2 \end{vmatrix} = 0$$

$$\rightarrow (\lambda + 2)(\lambda - 2) - (1)(-5) = 0$$

$$\rightarrow \lambda^2 - 4 + 5 = 0$$

$$\rightarrow \lambda^2 + 1 = 0 \quad (\text{akar-akarnya imajiner})$$

Jadi, matriks A tidak memiliki nilai-nilai eigen

Latihan (Kuis 2021)

Diketahui matriks sebagai berikut :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

- a. Carilah nilai eigen dari matriks di atas.
- b. Carilah basis ruang eigen dari matriks di atas.
- c. Carilah vektor eigen dari matriks di atas.

(jawaban pada halaman berikut ini)

Jawaban:

Persamaan karakteristik dari matriks A adalah:

$$-\lambda^3 + 5\lambda^2 - 8\lambda + 4 = 0$$

Atau

$$\lambda^3 - 5\lambda^2 + 8\lambda - 4 = 0$$

Dengan menggunakan pemfaktoran, didapatlah:

$$(\lambda - 1)(\lambda - 2)^2 = 0$$

sehingga, nilai-nilai eigen dari A adalah:

$$\lambda = 1 \quad \& \quad \lambda = 2$$

Berdasarkan definisi,

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

adalah suatu vektor eigen dari matriks A yang terkait dengan λ jika dan hanya jika $A\mathbf{x} = \lambda\mathbf{x}$. Hal ini berarti bahwa $\mathbf{x}$ dikatakan sebagai suatu vektor eigen dari matriks A jika dan hanya jika $\mathbf{x}$ merupakan suatu solusi nontrivial dari persamaan $(A - \lambda I)\mathbf{x} = \mathbf{0}$, yaitu:

$$\begin{bmatrix} \lambda & 0 & -2 \\ -1 & \lambda - 2 & -1 \\ -1 & 0 & \lambda - 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Jika $\lambda = 2$, maka diperoleh

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Dengan menggunakan operasi baris elementer, didapatkan

$$x_1 + x_3 = 0 \rightarrow x_1 = -x_3$$

Karena dari hasil yang didapat, tidak terdapat keterangan mengenai x_2 , maka x_2 dapat dianggap sebagai suatu parameter; misalkan $x_2 = t$. Dan, misalkan pula $x_3 = s$, maka:

$$x_1 = -s, \quad x_2 = t, \quad x_3 = s$$

sehingga, vektor eigen dari A yang terkait dengan $\lambda = 2$ adalah vektor-vektor tak nol yang berbentuk

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -s \\ t \\ s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -s \\ 0 \\ s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ t \\ 0 \end{bmatrix} = s \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + t \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Karena

$$\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \& \quad \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

bebas linier (mengapa?), vektor-vektor ini membentuk suatu basis untuk ruang eigen yang terkait dengan $\lambda = 2$.

Jika $\lambda = 1$, maka diperoleh

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Dengan menggunakan operasi baris elementer, didapatkan

$$\begin{array}{rcl} x_1 + 2x_3 = 0 & \rightarrow & x_1 = -2x_3 \\ x_2 - x_3 = 0 & \rightarrow & x_2 = x_3 \end{array}$$

Misalkan $x_3 = s$, maka

$$x_1 = -2s, \quad x_2 = s, \quad x_3 = s$$

sehingga, vektor eigen dari A yang terkait dengan $\lambda = 1$ adalah vektor-vektor tak nol yang berbentuk

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2s \\ s \\ s \end{bmatrix} = s \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Karena

$$\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

bebas linier (mengapa?), vektor di atas membentuk suatu basis yang terkait dengan $\lambda = 1$.

Untuk menentukan vektor-vektor eigen yang bersesuaian dengan nilai eigen (λ), harus ditentukan terlebih dahulu basis-basis untuk ruang eigennya.

Perhatikan kembali contoh di atas. Untuk vektor eigen dari A yang terkait dengan $\lambda = 2$ adalah vektor-vektor tak nol yang berbentuk

$$\mathbf{x} = s \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + t \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Misalkan $s = 1$ dan $t = 1$, maka didapatkan vektor eigen yang terkait dengan $\lambda = 2$ adalah:

$$\mathbf{x} = 1 \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + 1 \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Sementara, untuk vektor eigen dari A yang terkait dengan $\lambda = 1$ adalah vektor-vektor tak nol yang berbentuk

$$\mathbf{x} = s \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Misalkan $s = -2$, maka didapatkan vektor eigen yang terkait dengan $\lambda = 1$ adalah:

$$\mathbf{x} = -2 \cdot \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \\ -2 \end{bmatrix}$$

Aplikasi nilai eigen dan vektor eigen

- Grafika computer dan computer vision
- Fisika: getaran mekanis, aliran panas, mekanika kuantum
- Biologi: dinamika populasi
- Sistem pendukung keputusan
- Ekonomi
- dll

Latihan

1. Diberikan matriks A sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- a). Tentukan semua nilai eigen dari matriks A
- b). Tentukan semua vektor eigen dari A dan basis dari ruang eigen

2. Diketahui matriks :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

- a) Hitunglah nilai eigen dari matriks A.
- b) Tentukan vektor eigennya untuk setiap nilai eigen a).
- c) Tentukan basis dari ruang eigennya.

Bersambung ke Bagian 2