



PROGRAM STUDI TEKNIK INFORMATIKA  
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika

INSTITUT TEKNOLOGI BANDUNG

# Pengantar Aljabar Linier & Geometri

**Bahan Kuliah IF2123 Aljabar Geometri**

**Dr. Ir. RINALDI, M.T**

Lab Ilmu dan Rekayasa Komputasi  
Kelompok Keahlian Informatika

Institut Teknologi Bandung

# Kampus ITB yang indah...



Foto oleh Eko Purwono (AR ITB)



# Inilah STEI-ITB...





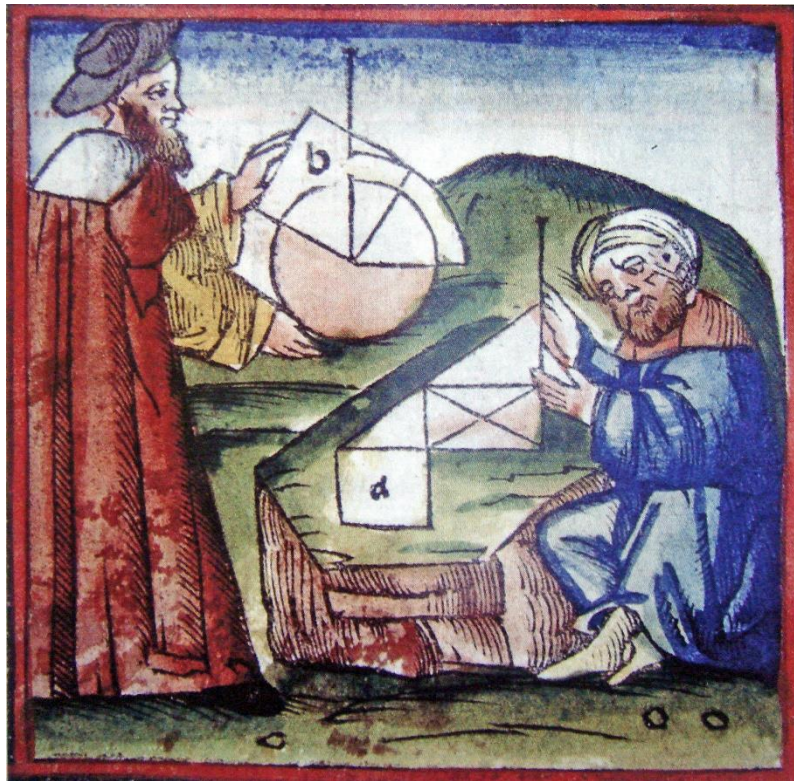
Gedung KOICA-STEI ITB Kampus ITB Jatiningor

LabTek V, di sini Informatika ITB berada



Salah satu mata kuliahnya....

# IF2123 Aljabar Linier & Geometri



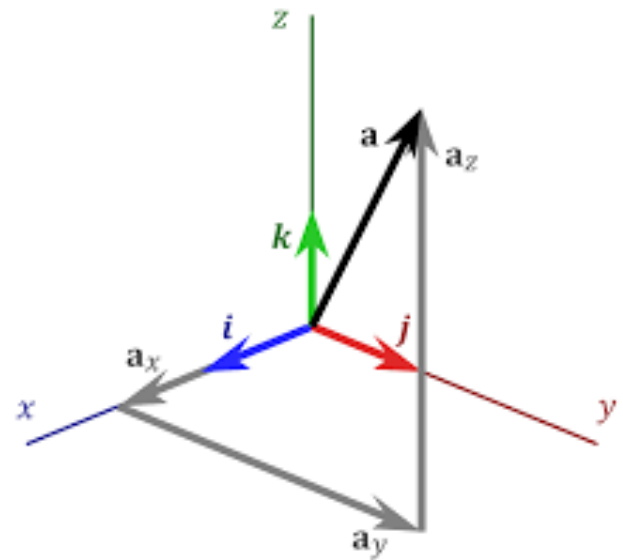
Sumber gambar: <https://en.wikipedia.org/wiki/Geometry>

# Tentang kuliah “Aljabar Linier & Geometri”

- Merupakan gabungan ilmu **aljabar linier** dan **aljabar geometri**, keduanya saling berkaitan. Diberi judul kuliah **Aljabar Linier dan Geometri**.
- Merupakan kuliah fundamental untuk memahami pemrosesan data yang direpresentasikan dalam bentuk **matriks** dan **vektor**.
- Dipakai sebagai dasar untuk kuliah: grafika komputer (*computer graphics*), pemrosesan citra (*image processing*), metode numerik (*numeric methods*), inteligensia buatan, pembelajaran mesin (*machine learning*), temu-balik informasi (*information retrieval*), dan masih banyak lagi.

$$A := \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1j} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2j} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{ij} & \dots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mj} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

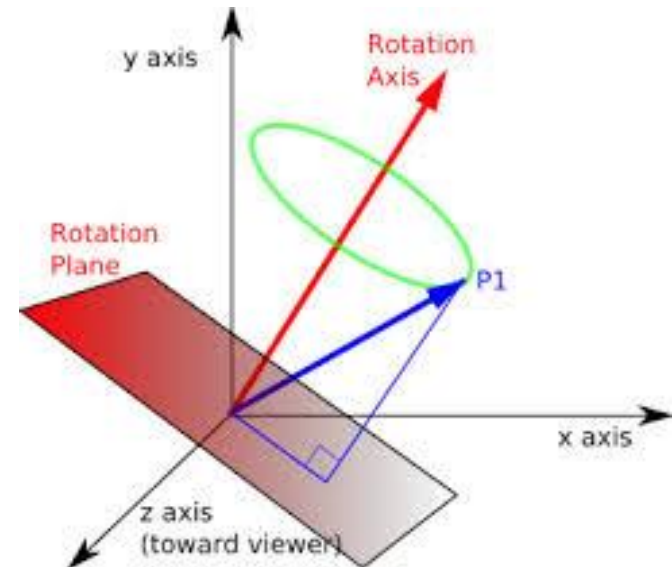
WWW.ANDREAMININI.ORG



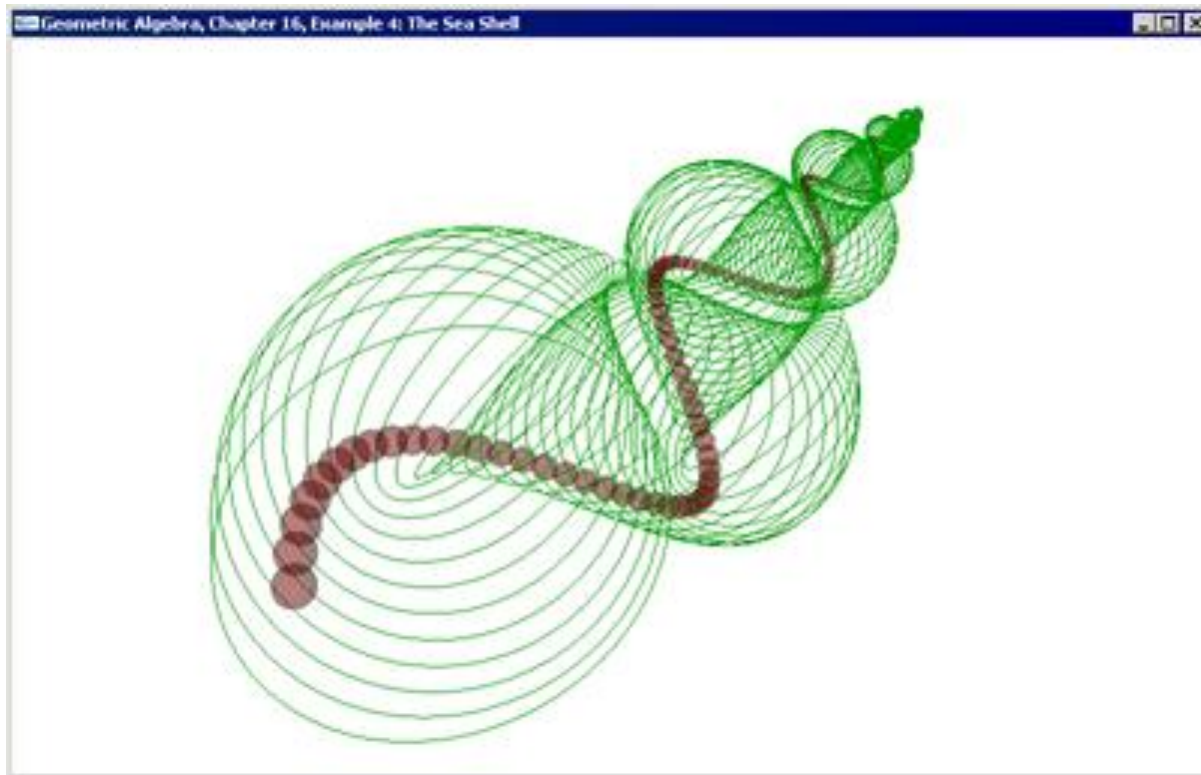
# Materi Kuliah Aljabar Linier dan Geometri

1. Matriks dan sistem persamaan linier
2. Determinan
3. Vektor di ruang Euclidean ( $\mathbb{R}^2$ ,  $\mathbb{R}^3$ , ...,  $\mathbb{R}^n$ )
4. Ruang vektor umum
5. Transformasi linier
6. Nilai eigen dan vektor eigen
7. Diagonalisasi
8. Dekomposisi matriks (metode SVD, dekomposisi LU, dekomposisi QR)

- 9. Aljabar kompleks
- 10. Aljabar quaternion
- 11. Aljabar geometri
- 12. Perkalian geometri
- 13. Aplikasi aljabar geometri

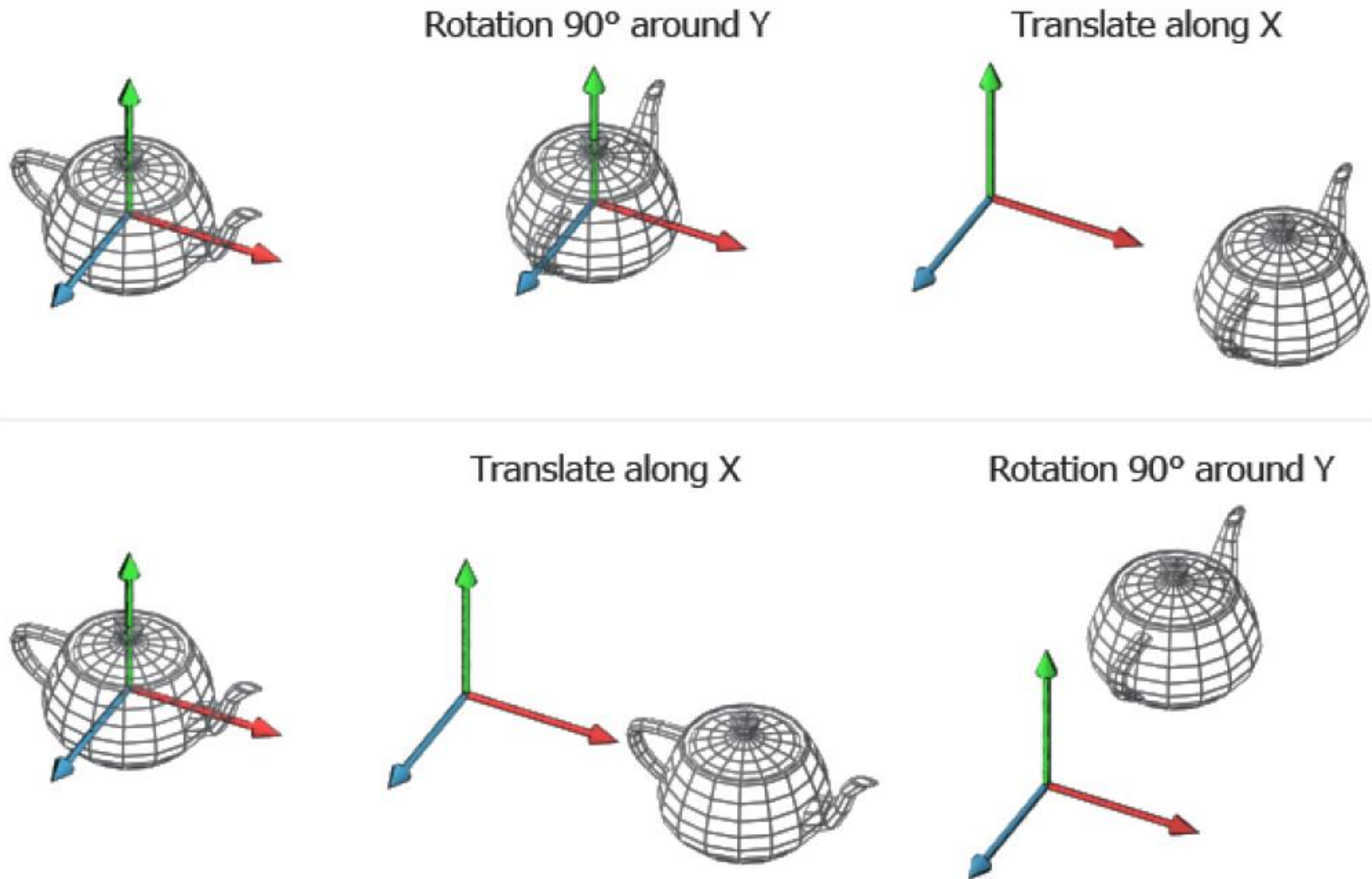


- Aplikasi Aljabar Linier dan Geometri pada grafika komputer:



Sumber: <http://www.geometricalgebra.net/quaternions.html>

# Aplikasi Aljabar Linier dan Geometri pada grafika komputer:



Sumber: Shmuel Wimer, Geometric Transformations for Computer Graphics, Bar Ilan Univ., School of Engineering

- Aplikasi Aljabar Linier dan Geometri pada *information retrieval*:



Sumber gambar: <https://dimas347.wordpress.com/2009/06/28/information-retrieval-system/>

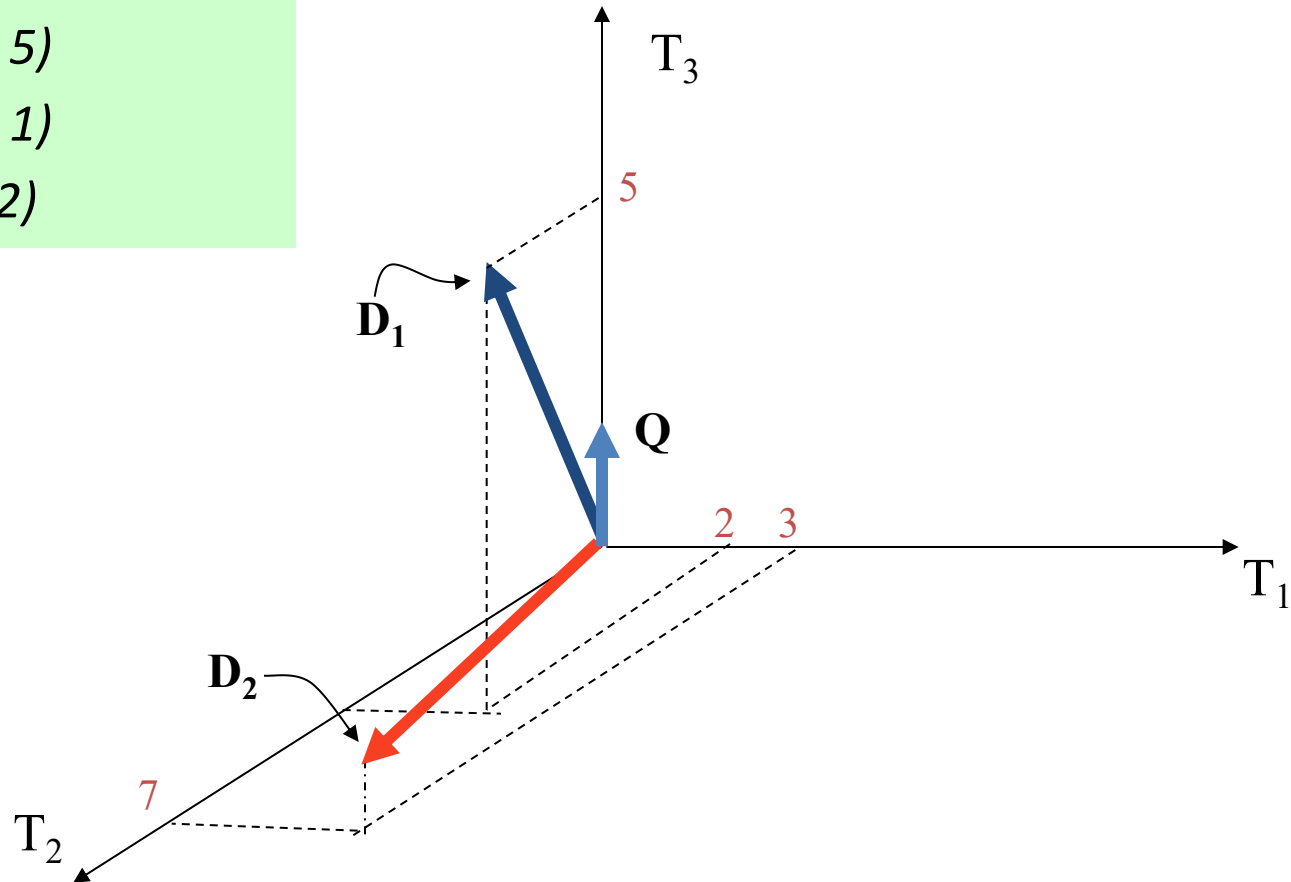
- Aplikasi Aljabar Linier dan Geometri pada *information retrieval*:

Contoh:

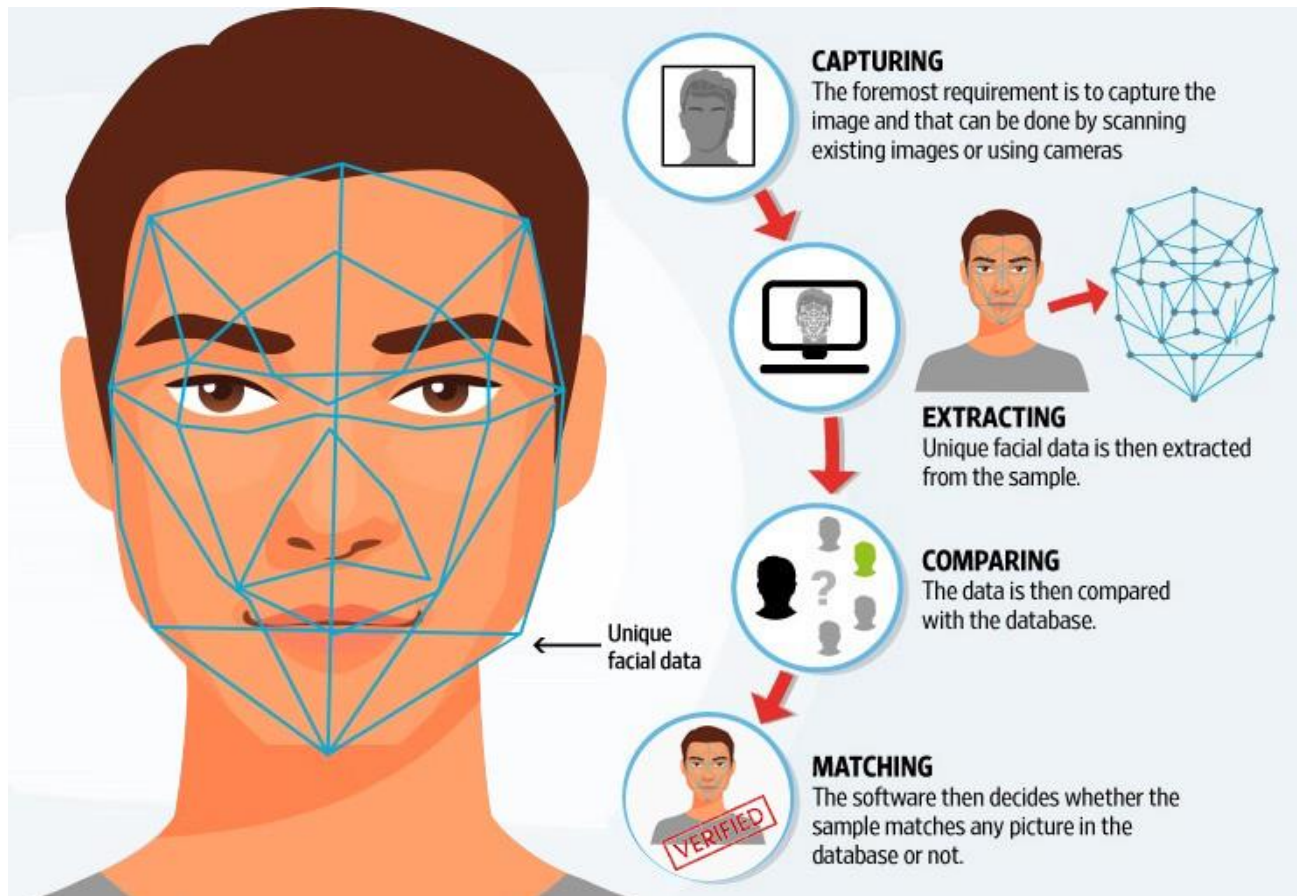
$$\mathbf{D}_1 = (2, 3, 5)$$

$$\mathbf{D}_2 = (3, 7, 1)$$

$$\mathbf{Q} = (0, 0, 2)$$

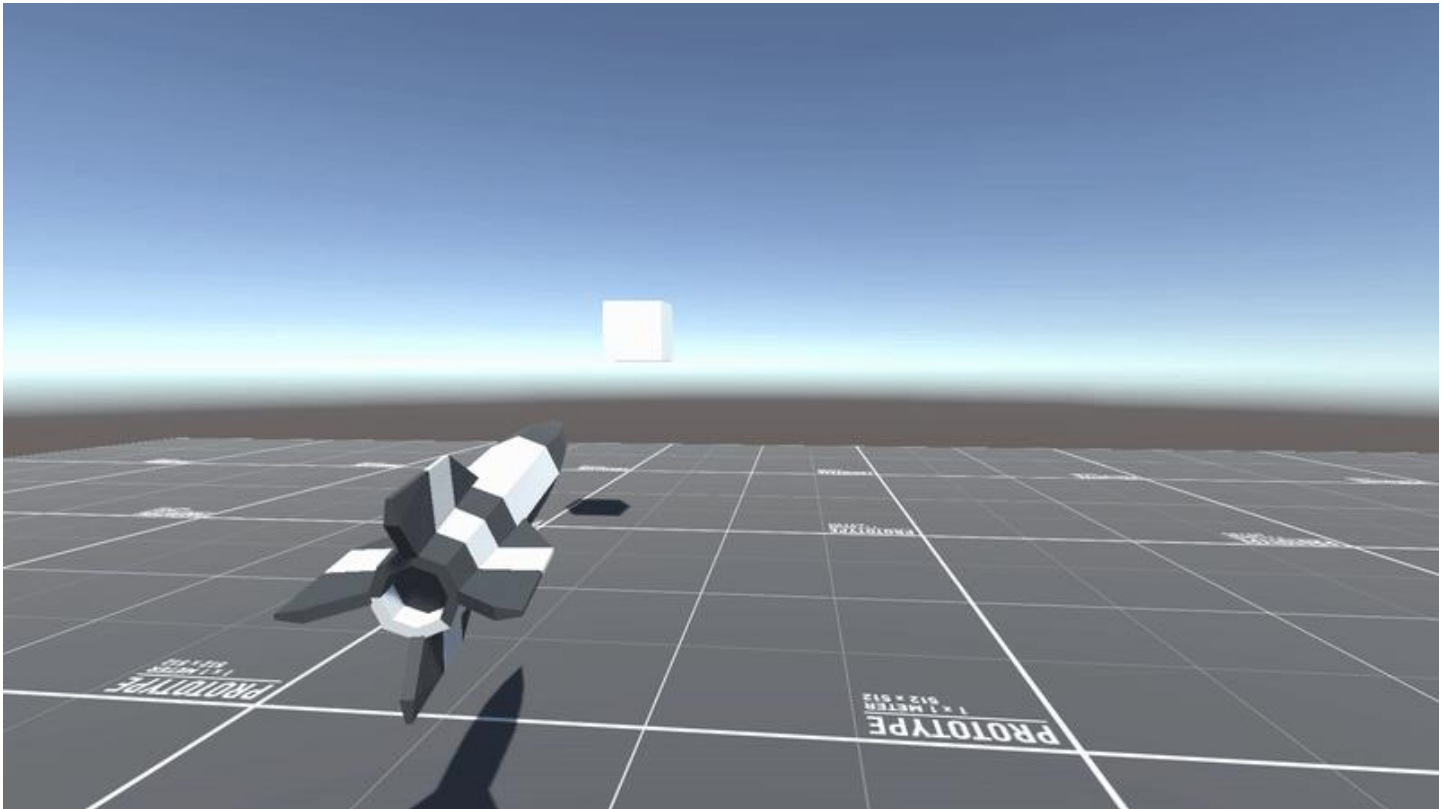


- Aplikasi Aljabar Linier dan Geometri pada *Face Recognition*



Alur proses di dalam sistem pengenalan wajah  
(Sumber: <https://www.shadowsystem.com/page/20>)

- Aplikasi Aljabar Linier dan Geometri pada game (menggunakan *quaternion*)



(Sumber: <https://medium.com/design-bootcamp/how-can-we-use-quaternion-in-unity-53d7d5ee658e> )

dan masih banyak lagi...

# Buku referensi kuliah

## Utama:

1. Howard Anton, *Elementary Linear Algebra*, 10th edition, John Wiley and Sons, 2010
2. John Vince, *Geometric Algebra for Computer Graphics*. Springer. 2007

## Tambahan:

1. Melvin Hausner, *A Vector Space approach to Geometry*, Dover. 2010
2. Ward Cheney; David Kincaid, *Numerical Mathematics and Computing*, Brooks Cole, 2007

# URL

- Informasi perkuliahan (bahan kuliah, bahan ujian, soal kuis tahun2 sebelumnya, pengumuman, dll), bisa diakses di:

<http://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/AljabarGeometri/algeo.htm>

atau masuk dari:

<http://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/>

dan juga dari Edunex ITB

# **CONTOH TUGAS BESAR**

**Tugas Besar 2 IF 2123 Aljabar Linier dan Geometri**  
**Aplikasi Dot Product pada Sistem Temu-balik Informasi**  
**Semester I Tahun 2020/2021**

---

## **ABSTRAKSI**

Hampir semua dari kita pernah menggunakan *search engine*, seperti *google*, *bing* dan *yahoo! search*. Setiap hari, bahkan untuk sesuatu yang sederhana kita menggunakan mesin pencarian Tapi, pernahkah kalian membayangkan bagaimana cara *search engine* tersebut mendapatkan semua dokumen kita berdasarkan apa yang ingin kita cari?

Sebagaimana yang telah diajarkan di dalam kuliah pada materi vector di ruang Euclidean, temu-balik informasi (*information retrieval*) merupakan proses menemukan kembali (*retrieval*) informasi yang relevan terhadap kebutuhan pengguna dari suatu kumpulan informasi secara otomatis. Biasanya, sistem temu balik informasi ini digunakan untuk mencari informasi pada informasi yang tidak terstruktur, seperti laman web atau dokumen.

Tampilan layout dari aplikasi web yang akan dibangun adalah sebagai berikut.

## My Simple Search Engine

Daftar Dokumen: <upload multiple files>

Search query

---

Hasil Pencarian: (diurutkan dari tingkat kemiripan tertinggi)

- <Judul Dokumen 1>**  
Jumlah kata: .....  
Tingkat Kemiripan: .....%  
<Kalimat pertama dari Dokumen 1>
- <Judul Dokumen 2>**  
Jumlah kata: .....  
Tingkat Kemiripan: .....%  
<Kalimat pertama dari Dokumen 2>
- ...

<Menampilkan tabel kata dan kemunculan di setiap dokumen>

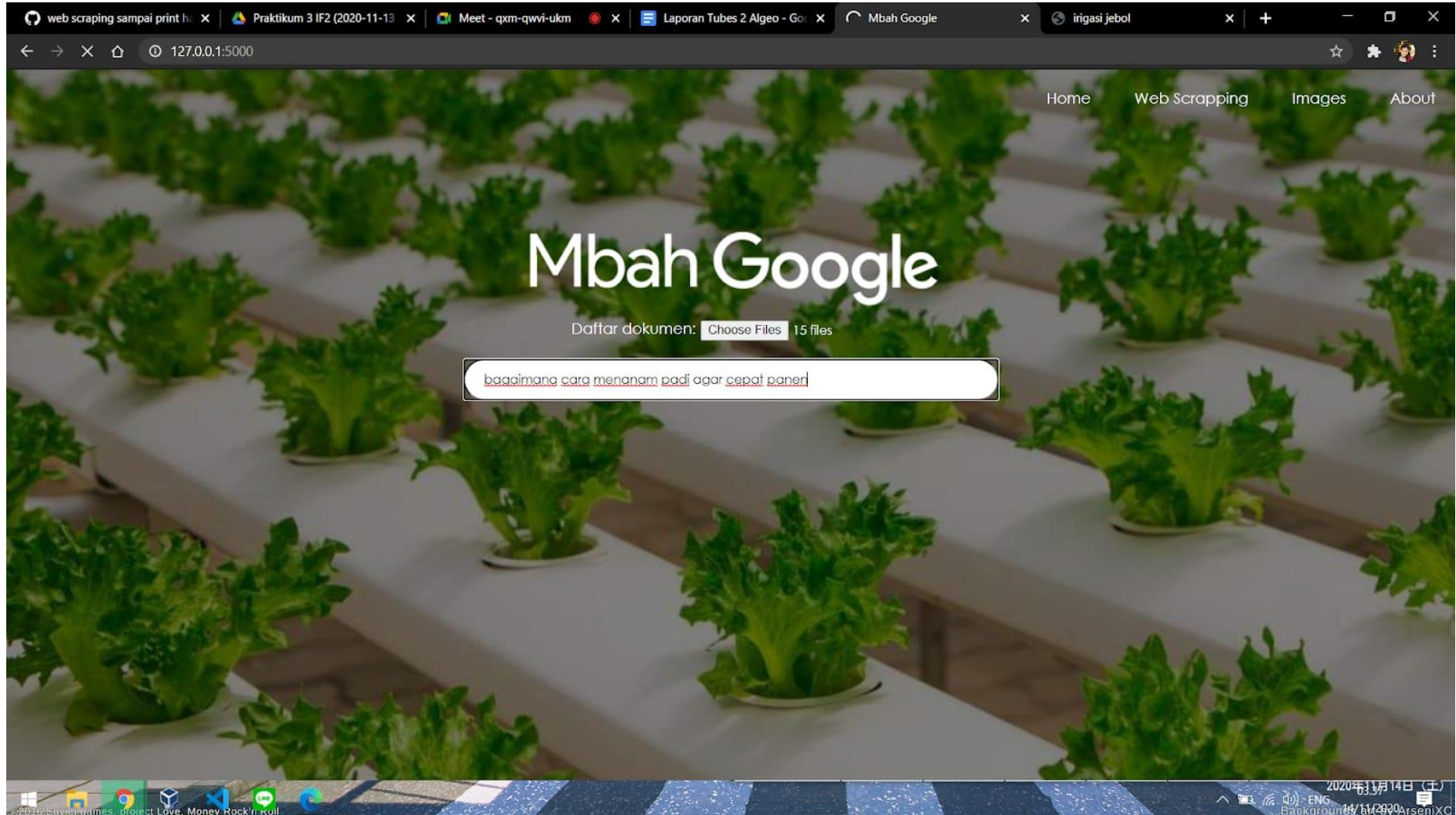
---

Perihal

Gambar 2. Tampilan layout dari aplikasi web search engine yang dibangun.

# Contoh antarmuka program Tubes 2 Algeo tahun 2020

Kelompok: M Fahmi Alamsyah dkk (IF 2019)



web scraping sampai print h: x | Praktikum 3 IF2 (2020-11-13) x | Meet - qxm-qwwi-ukm x | Laporan Tubes 2 Algeo - Go x | bagaimana cara menanam p x | Perihal x

127.0.0.1:5000/result/bagaimana%20cara%20menanam%20padi%20agar%20cepat%20panen#

Mbah Google bagaimana cara menanam padi agar cepat panen Home Web Scrapping Images About

8\_Cara\_Menanam\_Padi\_yang\_Baik\_dan\_Menguntungkan\_Mudah\_dan\_Praktis.txt  
 Jumlah kata: 819  
 Tingkat kemiripan: 52.10%  
 Liputan6.com, Jakarta - Cara menanam padi yang baik dan menguntungkan tentunya sangat penting diterapkan.

Cara\_menanam\_tanaman\_hidroponik\_sederhana.txt  
 Jumlah kata: 487  
 Tingkat kemiripan: 34.21%  
 Salah satu cara untuk mendapatkan sayuran segar tanpa pestisida adalah dengan menanam sendiri sayuran.

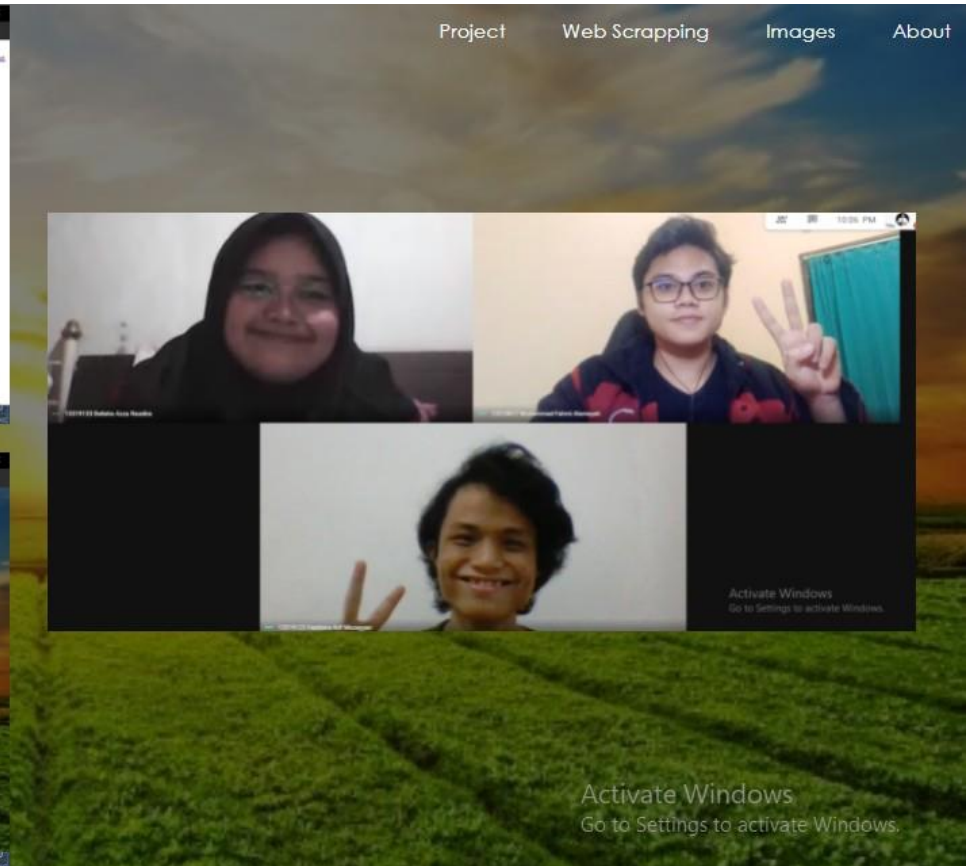
Cara\_menanam\_jagung.txt  
 Jumlah kata: 703  
 Tingkat kemiripan: 28.71%  
 Cara menanam jagung dengan metode tanpa olah tanah Ada berbagai macam cara menanam jagung salah satunya dengan menerapkan metode tanpa olah tanah (TOT).

Petani\_bermigrasi\_ke\_pertanian\_modern.txt  
 Jumlah kata: 634  
 Tingkat kemiripan: 28.23%  
 Tahun 2020 menjadi catatan penting bagi ratusan petani desa Gebang kecamatan Plandaan Kabupaten Jombang Jawa Timur.

Cara\_Efektif\_Basmi\_Hama\_Wereng.txt  
 Jumlah kata: 413  
 Tingkat kemiripan: 26.94%  
 Hama wereng adalah hama yang paling sering menyerang tanaman padi.

| Term      | Query | 8_Cara_Menanam_Padi_yang_Baik_dan_Menguntungkan_M |
|-----------|-------|---------------------------------------------------|
| bagaimana | 1     | 0                                                 |
| cara      | 1     | 13                                                |
| tanam     | 1     | 23                                                |
| padi      | 1     | 30                                                |
| cepat     | 1     | 0                                                 |
| panen     | 1     | 11                                                |

2020-11-14 (G) 14/11/2020 ArsiniXC



# Aplikasi Nilai Eigen dan Vektor Eigen dalam Kompresi Gambar

IF2123 Aljabar Geometri

IF 2020

*Web-App Kompresi Gambar*

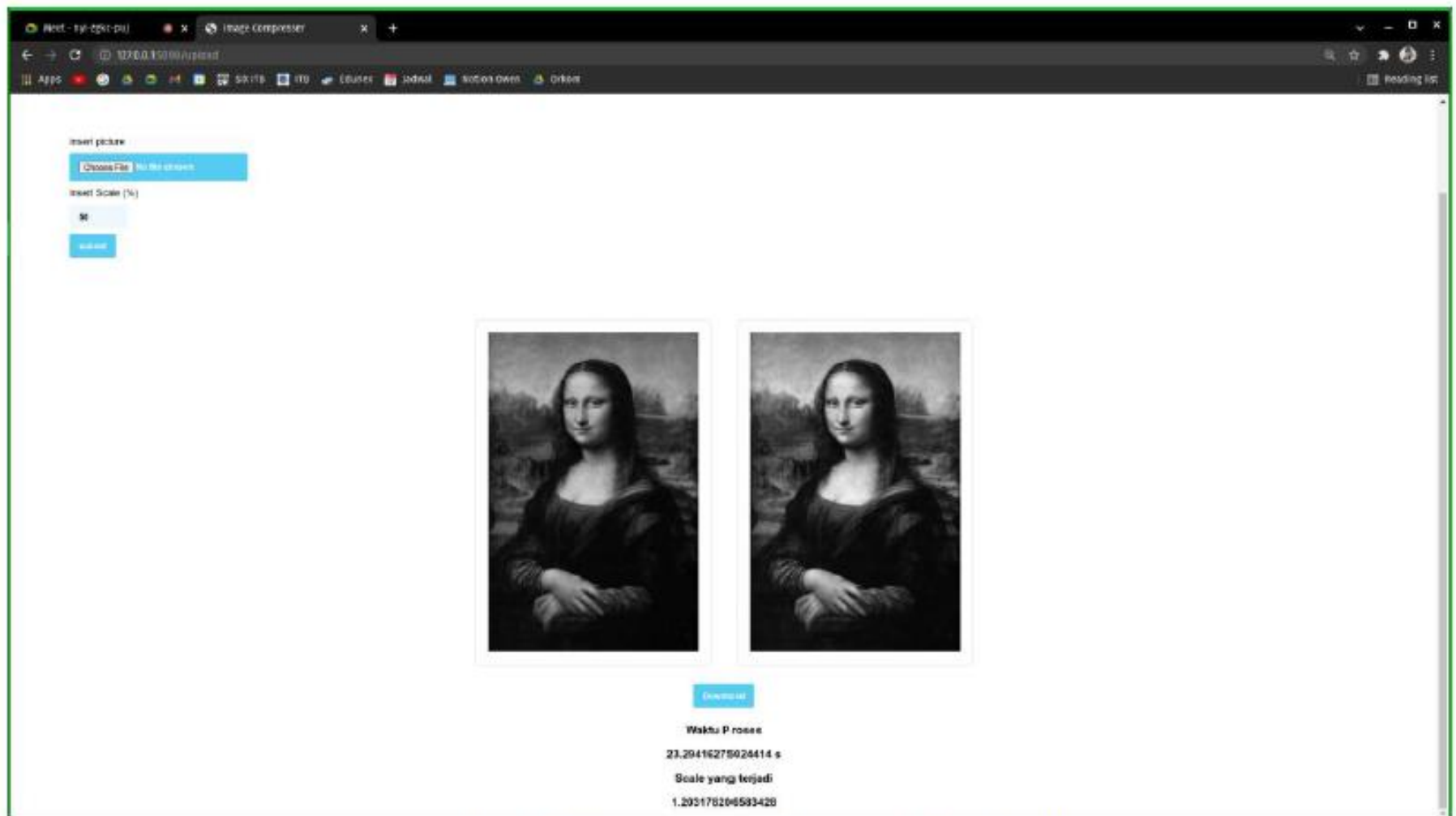
*metode SVD Matrix Decomposition*

**Bryan Bernigen**  
13520034

**Ng Kyle**  
13520040

**Muhammad Risqi Firdaus**  
13520043





*Gambar 13. Compression Greyscale (50% Rank)*

## **BAB 4 : Eksperimen**

### **I. Hasil Kompresi Foto**

Size awal : 92.5 KB



Size kompresi : 39.5 KB



**LAPORAN**  
**TUGAS BESAR 2 IF2123 ALJABAR LINIER DAN**  
**GEOMETRI**  
**APLIKASI NILAI EIGEN DAN EIGENFACE PADA**  
**PENGENALAN WAJAH (FACE RECOGNITION)**



IF 2021

oleh

|                                 |                 |
|---------------------------------|-----------------|
| <b>Fakhri Muhammad Mahendra</b> | <b>13521045</b> |
| <b>Muhamad Aji Wibisono</b>     | <b>13521095</b> |
| <b>Michael Jonathan Halim</b>   | <b>13521124</b> |

**Kelompok**

**#TeamOnodera**

## 4.2 Eksperimen Terhadap Gambar Orang yang Sama, Namun di Luar

### Dataset

| Gambar                                                                                                                                                                                                                                     | Deskripsi                                                                                                                                                                                                                             |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  <p>Test Image</p> <p>Result Image</p> <p>Load Time : 0.000232078934</p> <p>Execution Time: 0.000000041896</p> <p>Euclidean Dist. : 1171778.1344999</p> | <p>Dengan orang yang sama namun di luar dataset program dapat mengeluarkan gambar dengan orang yang sama pula. Euclidean distance yang diperoleh berada dalam rentang 100.000.000 yang merupakan jarak yang relatif cukup rendah.</p> |



Dengan orang yang sama namun di luar dataset program dapat mengeluarkan gambar dengan orang yang sama pula yaitu anggota dari kelompok ini bernama Michael. Euclidean distance yang diperoleh berada dalam rentang 200.000.000 yang merupakan jarak yang relatif cukup rendah.



Dengan orang yang sama namun di luar dataset program dapat mengeluarkan gambar dengan orang yang sama pula. Euclidean distance yang diperoleh berada dalam rentang 300.000.000 yang merupakan jarak yang cukup tinggi, namun hal ini dapat disebabkan oleh background yang berbeda.

**Tugas Besar 2 IF2123 Aljabar Linier dan Geometri**  
**Image Retrieval dan Music Information Retrieval Menggunakan PCA dan Vektor**  
**Semester I Tahun 2024/2025**

---

**I. Pemrosesan Suara dan Gambar**

Suara selalu menjadi hal yang paling penting dalam kehidupan manusia. Manusia berbicara mengeluarkan suara dan mendengarkan suatu suara untuk diresap ke otak dan mencari informasi dari suara tersebut. Suara juga bisa dijadikan orang-orang di dunia ini sebuah media untuk membuat karya seni. Contohnya adalah alat mendeteksi lagu. Manusia bisa mendeteksi suara dengan menggunakan indera pendengar dan memberikan kesimpulan akan apa jenis suara tersebut melalui respon dari otak. Sama seperti manusia, teknologi juga bisa mendeteksi suara dan memberikan jawaban mereka melalui algoritma-algoritma yang beragam bahkan bisa melebihi kapabilitas manusia. Dengan menggunakan algoritma apapun, konsep dari pendeteksi dan

IF 2023

# **CONTOH SOAL UJIAN**

3. Diberikan sebuah sistem persamaan linier homogen  $Ax = 0$  sebagai berikut:

$$v + 3w - 2x = 0$$

$$2u + v - 4w + 3x = 0$$

$$2u + 3v + 2w - x = 0$$

$$-4u - 3v + 5w - 4x = 0$$

- a) Hitung determinan matriks A dengan menggunakan ekspansi kofaktor dikombinasikan dengan OBE
- b) Berdasarkan jawaban a, apakah solusi persamaan linier homogen tersebut trivial atau non trivial? Jelaskan
- c) Tentukan balikan matriks A (Nilai: 20 + 5 + 5)

5.

Misalkan

$$\left\{ \vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \vec{v}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \text{ adalah basis bagi } R^3.$$

$T: R^3 \rightarrow P_1$  Transformasi linear didefinisikan  $T(\vec{v}_i) = A\vec{v}_i = p_i$  untuk setiap  $i = 1, 2, 3$ .

Jika

$$p_1 = 1 - x; p_2 = 1; p_3 = 2x$$

a. (NILAI : 20)

Carilah matriks transformasi T

1. a) Tentukan nilai eigen, vektor eigen, dan basis ruang eigen dari matriks sbb :  $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$   
 b) Tentukan matriks P, jika ada, yang mendiagonalisasi matriks A  
 c) Gunakan matriks diagonal untuk menghitung  $A^5$ .
2. Tentukan SVD dari matriks di bawah ini :  $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$
3. Nyatakan bilangan kompleks berikut ini dalam bentuk polar dan eksponen :  $z = \sqrt{3} + i$
4. Diberikan quaternion  $q_1 = 1 + i - 2j + 3k$ ,  $q_2 = 2 - 3i + j - 2k$ , hitunglah :  
 a).  $q_1 - q_2$     b).  $2q_1 + 3q_2$     c).  $q_1 q_2$     d).  $q_1/q_2$
5. a) Selesaikan SPL  $Ax = b$  berikut dengan metode dekomposisi LU. Metode pemfaktorkan A menjadi L dan U yang digunakan adalah metode reduksi Crout.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & -2 \\ 4 & 4 & 1 \\ -2 & 2 & 4 \end{bmatrix}, x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

- b) Tuliskan A sebagai hasil kali L dan U, verifikasi hasil perkaliannya.
6. Diberikan sebuah vektor  $p = (1,2,3)$ . Vektor p diputar sebesar 240 derajat berlawanan arah jarum jam dengan sumbu putarnya adalah  $u = (1,1,1)$ . Hitunglah vektor bayangan dari p (misal  $p'$ ) dengan rotasi diatas.

26. 3) (Nilai: 10) Tentukanlah bayangan dari titik  $(1, -1, 2)$  setelah dirotasi dengan sudut  $60^\circ$  di sumbu bidang  $yz$  yang berinklinasi dengan sudut  $60^\circ$  terhadap sumbu  $y$  positif. Catatan : Kalau ketemu angka "akar kuadrat" maka tetap dalam bentuk akar kuadrat, tidak dihitung pakai kalkulator. Jika dihitung pakai kalkulator maka akan disalahkan.
- 

27. 4) (Nilai: 15) Diberikan tiga buah vektor sebagai berikut:

$$a = 2e_1 + e_2 - e_3$$

$$b = e_1 - e_2 - e_3$$

$$c = 2e_1 + 2e_2 - e_3$$

Tentukan perpotongan bidang yang dibentuk oleh vektor  $a$  dan  $c$  dengan bidang  $(e_2 \wedge e_3)$

# Tentang Dosen Pengajar IF2123

Kelas K-1, K-2, K-3

Teknik Informatika ITB

2025

K-2



Nama: Dr. Eng. Rila Mandala

Kelompok Keahlian Informatika

Sekolah Teknik Elektro dan Informatika (STEI) - ITB

# Media Komunikasi

- E-mail: [rila@informatika.org](mailto:rila@informatika.org)  
[rila@staff.stei.itb.ac.id](mailto:rila@staff.stei.itb.ac.id)
- Kantor: Lab Ilmu dan Rekayasa Komputasi (IRK)  
LabTek V (Lantai 4), Jl. Ganesha 10 Bdg

K-1



Nama: Dr. Ir. Rinaldi, M.T

Kelompok Keahlian Informatika

Sekolah Teknik Elektro dan Informatika (STEI) - ITB

# Media Komunikasi

- E-mail: [rinaldi@informatika.org](mailto:rinaldi@informatika.org)  
[rinaldi@staff.stei.itb.ac.id](mailto:rinaldi@staff.stei.itb.ac.id)
- Web: <http://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir>
- Blog: <http://rinaldimunir.wordpress.com>  
<http://catatankriptografi.wordpress.com>
- Facebook: <http://www.facebook.com/rinaldi.munir>
- Instagram: [@rinaldimunir](#)
- Kanal Youtube: [@rinaldimunir5569](#)
- Kantor: Lab Ilmu dan Rekayasa Komputasi (IRK)  
LabTek V (Lantai 4), Jl. Ganesha 10 Bdg

K-3



Nama: Arrival Dwi Sentosa, M.T

Kelompok Keahlian Informatika

Sekolah Teknik Elektro dan Informatika (STEI) - ITB

# Media Komunikasi

- E-mail: [arrivaldwi@itb.ac.id](mailto:arrivaldwi@itb.ac.id)

Kantor: Gedung KOICA Cyber Security Center,  
Kampus ITB Jatinangor

# **FOTO-FOTO PERKULIAHAN ALGEO 2023**



Kelas K2 IF 2023



Kuis Kelas K1 IF 2021



Kuis Kelas K1 IF 2022



Kuis Kelas K3 IF Jatinangor, IF 2022



UTS Kelas K2 IF 2022



Hadiah coklat Silverqueen (IF 2023)



Hadiah coklat Silverqueen (IF 2023)