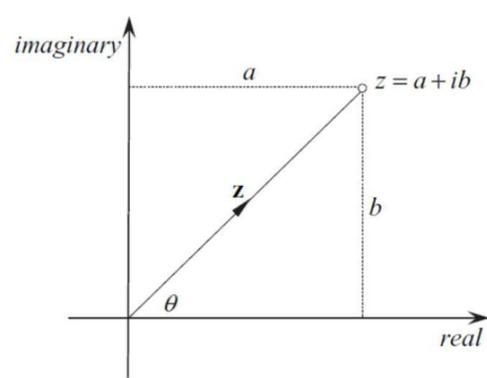
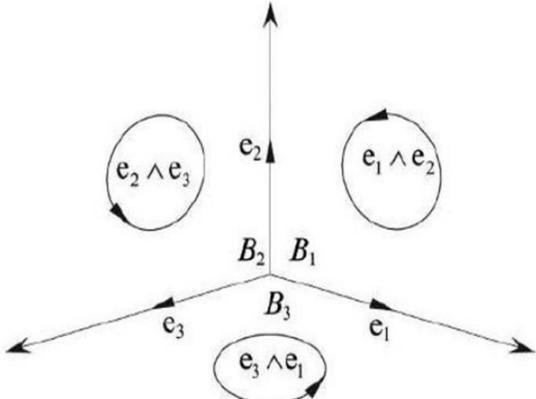


Ujian Akhir Semester IF2123 Aljabar Linier dan Geometri  
 Semester I tahun akademik 2024/2025  
 Kamis, 2 Januari 2024  
 Waktu: 120 menit

Berdoalah terlebih dahulu sebelum ujian dimulai.

**A. Pilihan Ganda**

Tuliskan jawaban soal pilihan ganda di bawah ini pada lembar jawabanmu, hanya berupa huruf jawaban saja (A, B, C, D, E, dst). Setiap soal bernilai 3.

<p>1. Diketahui diagram bilangan kompleks seperti pada gambar di samping kanan. Sudut yang dibentuk sumbu mendatar dengan vektor adalah <math>\theta</math>. Untuk kuadran 2 dan 3, <math>a &lt; 0</math>, maka :</p> <p>A. <math>\theta = \tan(b/a)</math>              B. <math>\theta = \tan^{-1}(b/a)</math>              C. <math>\theta = \tan(a/b)</math>              D. <math>\theta = \tan^{-1}(a/b)</math>              E. <math>\theta = 180^\circ + \tan(b/a)</math>              F. <math>\theta = 180^\circ + \tan(a/b)</math>              G. <math>\theta = 180^\circ + \tan^{-1}(a/b)</math>              H. <math>\theta = 180^\circ + \tan^{-1}(b/a)</math>              I. Jawaban di atas semua kurang tepat.</p>	
<p>2. Perhatikan tiga bilah <math>B_1</math>, <math>B_2</math>, dan <math>B_3</math> yang dibentuk oleh vektor-vektor satuan. Perpotongan bilah <math>B_2</math> dan <math>B_3</math> dapat diturunkan sebagai berikut :</p> $  \begin{aligned}  B_2 \vee B_3 &= B_2^* \cdot B_3 \\  &= (e_{123}e_{23}) \cdot e_{31} \\  &= -e_1 \cdot e_{31} \\  &= \frac{1}{2}(-e_{212} + e_{122}) \\  &= e_3  \end{aligned}  $ <p>Menurut anda, penurunan di atas adalah:</p> <p>A. Benar              B. Salah              C. Tidak dapat ditentukan.              D. Semua jawaban salah</p>	

3. Pada operasi *wedge product* maka  $e_1 \wedge e_2 \wedge e_1$  menyatakan sebuah volume. Pernyataan ini adalah pernyataan yang :
- Benar
  - Salah
  - Tidak dapat ditentukan.
  - Semua jawaban salah
4. Diketahui  $z$  adalah sebuah bilangan kompleks. Jika  $z^3 = -1$  maka akar-akar dari  $z$  terdiri dari:
- Dua akar bilangan real dan 1 akar bilangan kompleks
  - Ketiga akarnya berupa bilangan kompleks
  - Satu akar bilangan real dan dua akar yang lain bilangan kompleks
  - Tidak punya akar real maupun kompleks
  - Tidak ada jawaban yang benar.
5. Salah satu kegunaan dari *quaternion* adalah untuk rotasi titik (atau vektor). Jika diketahui  $P(0,1,1)$  akan diputar terhadap sumbu  $\hat{u}(0,1,0)$  dan hasil rotasi nya adalah  $P'(0,1,-1)$ , maka besar sudut putarannya adalah:
- $\pi/4$  berlawanan arah jarum jam
  - $\pi/4$  searah jarum jam
  - $\pi/2$  berlawanan arah jarum jam
  - $\pi/2$  searah jarum jam
  - Tidak ada jawaban yang benar
6. Multivektor di  $R^5$  terdiri dari skalar, vektor, bivektor, trivektor, quadvektor dan quintvektor. Jika vektor-vektornya terdiri dari  $e_1, e_2, e_3, e_4$  dan  $e_5$ , maka jumlah trivektornya sebanyak:
- 3
  - 5
  - 10
  - 15
  - 20
  - Tidak ada jawaban yang benar
7. Pernyataan manakah yang benar?
- Jika  $\lambda$  adalah sebuah nilai eigen matriks  $A$ , maka sistem linier  $(\lambda I - A)x = 0$  hanya memiliki solusi trivial.
  - Jika 0 adalah sebuah nilai eigen matriks  $A$ , maka himpunan yang terdiri dari kolom-kolom matriks  $A$  bebas linier
  - Nilai-nilai eigen matriks  $A$  sama dengan nilai-nilai eigen dari matriks eselon baris tereduksi dari matriks  $A$ .
  - Jika persamaan karakteristik matriks  $A$  adalah  $p(\lambda) = \lambda^2 + 1$ , maka matriks  $A$  memiliki balikan
  - Semua pernyataan di atas benar
  - Hanya A dan D yang benar
  - Hanya A dan B yang benar
  - Hanya A, B, dan C yang benar
  - Hanya B dan D yang benar
  - Semua jawaban di atas salah

8. Jika  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}$ , maka  $D = P^{-1}AP$ . Jawaban yang benar adalah:

- A.  $P = \begin{pmatrix} 1/3 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $D = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
- B.  $P = \begin{pmatrix} 1/3 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $D = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$
- C.  $P = \begin{pmatrix} -1/3 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $D = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$
- D.  $P = \begin{pmatrix} 1/3 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $D = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$
- E. Tidak ada jawaban yang benar

9. Matriks A yang berukuran  $4 \times 1$  didekomposisi menjadi  $A = QR$ , maka:

- A. Matriks Q berukuran  $4 \times 1$  dan R berukuran  $1 \times 1$
- B. Determinan matriks Q sama dengan 1
- C. Determinan A sama dengan nilai mutlak determinan R
- D. Q selalu matriks ortonormal
- E. Jawaban B dan D benar
- F. Jawaban B, C, dan D benar
- G. Jawaban A, B, C, dan D benar
- H. Jawaban A dan B benar
- I. Semua jawaban salah

10. Misalkan  $B_1 = e_2 \wedge e_3$ ,  $B_2 = e_3 \wedge e_1$ ,  $B_3 = e_1 \wedge e_2$ , maka selalu berlaku:

- A.  $B_1B_2 = B_3$
- B.  $B_3B_1 = B_2$
- C.  $B_1B_2B_3 = -1$
- D.  $B_2B_3 = -B_1$
- E.  $B_3B_3 = 1$
- F. Tidak ada jawaban yang benar

## B. Soal essay

Jawablah soal uraian di bawah ini pada lembar jawaban

1. Dekomposisi A dengan SVD menjadi  $A = U\Sigma V^T$ , misalkan  $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots$  adalah vektor-vektor kolom pada matriks U,  $\sigma_1, \sigma_2, \dots$  adalah elemen-elemen di dalam matriks  $\Sigma$ , dan  $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots$  adalah vektor-vektor kolom pada matriks V.
  - a) Tuliskan bentuk **SVD tereduksi** dari matriks A sampai rank  $k$  dalam notasi  $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_k, \sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_k$ , dan  $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_k$ .
  - b) Tuliskan bentuk SVD tereduksi dari matriks A yang memiliki SVD sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 24 & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix}$$

- c) Tentukan matriks A tersebut

(Nilai = 15)

2. Dengan menggunakan aljabar quaternion, tentukanlah bayangan titik  $(1, -1, 2)$  setelah dirotasi sejauh  $90^\circ$  terhadap sumbu putar yang terletak pada bidang YZ. Sumbu tersebut berinklinasi dengan sudut  $45^\circ$  terhadap sumbu Y positif. Catatan : Kalau ketemu angka "akar kuadrat" maka tetap dalam bentuk akar kuadrat, tidak dihitung pakai kalkulator. **(Nilai = 20)**
3. Diberikan tiga buah vektor (satu vektor belum diketahui) sebagai berikut:  
 $a = 4e_1 + 2e_2 - 2e_3$   
 $b = e_1 - e_2 - e_3$
- a) Jika B adalah multivektor,  $B = ab$ , maka jika  $B = cb$ , hitunglah vektor  $c$   
b) Tentukan hasil perkalian  $Ia$  dan  $aI$  dimana  $I$  adalah *pseudoscalar* **(Nilai = 15)**
4. Diketahui  $a = -e_1 + e_2$ ,  $b = -e_1 + e_3$ ,  $B = e_2 \wedge e_3$ , dan  $A = a \wedge b$ . Tentukan perpotongan bidang A dan B (gunakan operasi *meet*). **(Nilai = 20)**
5. Nilai perkiraan atau harapan anda untuk mata kuliah ini (A/AB/B/BC/C/D/E) **(Nilai = 2)**

**Total nilai = 30 + 72 = 102**

**Batas pengumpulan makalah Algegeo; 4 Januari 2025 pukul 23.59.  
Terlambat mengumpulkan nilai makalah = 0**