**Jawaban Soal UTS IF2123 Aljabar Linier dan Geometri**

**Semester 1 Tahun Akademik 2024/2025**

**A. Soal Pilihan Ganda**

1. F

2. C

3. C

4. D

5. E

6. B

7. D

8. J

9. B

10. B

**B. Soal Essay**

1. Tunjukkan bahwa vektor-vektor **v1** = (2/3, 1/3, 2/3) dan **v2** = (1/3, 2/3, -2/3) adalah vektor-vektor yang *orthonormal*. Tentukan vektor **v3** sedemikian sehingga himpunan {**v1**, **v2**, **v3**} adalah himpunan yang *orthornomal*. **(Nilai = 15)**

**Jawaban:**

= = = 1

= = = 1

**v1** ⋅ **v2** = (2/3)(1/3) + (1/3)(2/3)+ (2/3)(-2/3) = 2/9 + 2/9 – 4/9 = 0

Karena **v1** dan **v2** adalah vector satuan dan **v1** ⋅ **v2** = 0, maka {**v1**, **v2**} adalah himpunan vector orthonormal

Untuk mencari **v3**, maka **v3** adalah vektor yang orthogonal dengan **v1** dan **v2**:

**v3** = **v1** × **v2 = = i – j + k**

= (-2/9 – 4/9) **i** – (-4/9 – 2/9)**j** + (4/9 – 1/9)**k**

= -6/9i + 6/**9j** + 3/9 **k**

Jadi, **v3** = (-6/9, 6/9, 3/9) = (-2/3, 2/3, 1/3)

Dapat ditunjukkan bahwa = = = 1

Sehingga, {**v1**, **v2, v3**} adalah himpunan vector orthonormal

1. Perlihatkan bahwa ketiga vektor berikut bebas linier:

**x1** = (3, 1, 5), **x2** = (-3, 7, 10), **x3** = (5, 5, 15)

lalu nyatakan vektor (4, 7, -3) sebagai kombinasi linier dari ketiga vektor di atas.

**(Nilai = 15)**

**Jawaban:**

1. Agar **x1**, **x2**, dan **x3** bebas linier, maka

*k1***x1** + *k2***x2** + *k3***x3** = 0

k1(3, 1, 5) + k2(-3, 7, 10) + k3(5, 5, 15) = 0

Diperoleh SPL:

3k1 – 3k2 + 5k3 = 0

k1 + 7k2 + 5k3 = 0

5k1 + 10k2 + 15k3 = 0

Agar SPL memiliki solusi trivial, maka haruslah ≠ 0

Dapat dihitung bahwa = 10 ≠ 0

Oleh karena itu, **x1**, **x2**, dan **x3** bebas linier

1. (4, 7, -3) = k1(3, 1, 5) + k2(-3, 7, 10) + k3(5, 5, 15)

Diperoleh SPL:

3k1 – 3k2 + 5k3 = 4

k1 + 7k2 + 5k3 = 7

5k1 + 10k2 + 15k3 = -3

Selesaikan dengan metode eliminasi Gauss-Jordan:

~ … ~

Jadi, (4, 7, -3) = 103.5 **x1** + 21 **x2** – 48.7 **k3**

atau dalam bentuk pecahan: (4, 7, -3) = 207/2 **x1** + 21 **x2** – 487/10 **k3**

1. Diberikan transformasi yang didefinisikan sebagai berikut:

**(Nilai = 20)**

* 1. Tentukan matriks transformasi T. (Perlihatkan cara perhitungan dengan menggunakan vektor basis satuan).
  2. Dengan menggunakan jawaban pada bagian a), tentukan bayangan dari vektor (2,−1,3,4).

**Jawaban:**

1. Terapkan transformasi T pada vektor basis satuan di , yaitu , , , .

T() = T =

T() = T =

T() = T =

T() = T =

Matriks transformasi T adalah:

1. Diketahui basis dari polinom orde dua adalah {1 + *x*, –*x* + *x*2, 1 + *x* – *x*2}.

Jika *T* : *P*2 → *R*3 adalah transformasi linier, yang dalam hal ini: **(Nilai = 20)**

*T*(1 + *x*) = ; *T*(–*x*  + *x*2) = ; *T*(1 + *x – x*2) = , maka tentukan *T*(1 – *x* + *x*2).

A math equations and formulas

Description automatically generated with medium confidence **Jawaban:**

A math equations with numbers

Description automatically generated with medium confidence