

Kuis ke-3 IF2123 Aljabar Linier dan Geometri (3 SKS) – Eigen, dekomposisi matriks, aljabar kompleks, aljabar quaternion
 Dosen: Rila Mandala, Rinaldi M, Judhi Santoso/Arrival Dwi Sentosa
 Selasa, 10 Desember 2024
 Waktu: 110 menit

1. Dengan menggunakan metode diagonalisasi, hitunglah hasil A^{2301} dan $\det(A^{2301})$ untuk matriks A berikut:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{Nilai: } 10 + 5)$$

2. Lakukan dekomposisi QR untuk matriks A berikut:

a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ b) $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 1 & 4 & -2 \\ 1 & 4 & -2 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ (Nilai: 7,5 + 7,5)

3. Faktorkan matriks koefisien SPL di bawah ini menjadi matriks L dan U (menggunakan operasi baris elementer), lalu gunakan L dan U tersebut untuk menyelesaikan SPL:

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & -2 & 6 \\ 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \\ 3 \\ 7 \end{bmatrix} \quad (\text{Nilai: } 15)$$

4. Dekomposisi LU dari matriks A diberikan sebagai berikut:

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ -3 & 1 & 1 \end{bmatrix} \text{ dan } U = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 0 & 2 & 6 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

- a) Buatlah matriks A (Nilai: 5)
 b) Hitung invers dari U menggunakan eliminasi Gauss-Jordan (Nilai: 10)

5. Sederhanakan bilangan kompleks berikut menjadi bentuk $a + bi$:

a). $(2 - 3i)(3 + 4i)$ b). $(3 + 2i) / (2 - 2i)$ c). $(e^{\frac{\pi}{2}i} + e^{\frac{\pi}{3}i})/2$ (Nilai: 10)

7. Diketahui dua buah quaternion $q_1 = 1 + 2i - j + 2k$ dan $q_2 = 2 - i + 3j + 2k$, hitunglah

a). $q_1 * q_2$ b). $(q_1 + q_2)^{-1}$ c). $(q_1 + q_2) / (q_1 - q_2)$ (Nilai: 10)

8. Misalkan $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$, dan $\mathbf{w}$ adalah vektor-vektor di C^n (C = ruang kompleks).

(a) Hitung $\mathbf{x}$ sedemikian sehingga $i\mathbf{x} - 3\mathbf{u} = \bar{\mathbf{v}}$ jika $\mathbf{u} = (3 - 4i, 2 + i, -6i)$ dan $\mathbf{v} = (1 + i, 2 - i, 4)$ (Nilai: 5)

(b) Hitunglah $(\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} + \|\mathbf{u}\|(\mathbf{v} \cdot \bar{\mathbf{w}}))$ jika diketahui $\mathbf{u} = (2 - 3i, i, 4 - 6i)$ dan $\mathbf{v} = (1 + i, 2 - i, 0)$, dan

$\mathbf{w} = (3 - 5i, 2 + i, 4 - 2i)$ (Nilai: 5)

(c) Berapakah i^i (Nilai: 5)

(d) Bilangan kompleks $z = -3 - 5i$ diputar sejauh 60 derajat berlawanan arah jarum jam, tentukan

bayangannya. (Nilai: 5)

Kerjakan pada bagian kosong pada halaman dibaliknya, jika kurang pakai kertas sendiri.

Total Nilai = 100