

**Seri bahan kuliah Algeo #31**

# Soal dan Pembahasan Aljabar Geometri dan Perkalian Geometri

Bahan kuliah IF2123 Aljabar Linier dan Geometri

Oleh: Tim dosen IF2123

**Program Studi Teknik Informatika  
STEI-ITB**

# Soal 1 (UAS 2015)

Diberikan tiga vektor dan satu buah bivektor berikut:

$$\mathbf{a} = 2\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + 2\mathbf{e}_3$$

$$\mathbf{b} = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 - 3\mathbf{e}_3$$

$$\mathbf{c} = \mathbf{e}_1 + 2\mathbf{e}_2 + 2\mathbf{e}_3$$

$$B = (\mathbf{b} \wedge \mathbf{c})$$

**Hitunglah :**

1).  $aB$

3).  $(\mathbf{a} \cdot B) \cdot (B \cdot \mathbf{a})$

2).  $abc$

4).  $I^3$  :

**Jawaban:** (berupa *hint* atau petunjuk saja)

Hitung dulu  $B = b \wedge c = (e_1 + e_2 - 3e_3) \wedge (e_1 + 2e_2 + 2e_3)$

(1)  $aB = \dots$  (diselesaikan dengan perkalian geometri)

(2)  $(a \cdot B) \cdot (B \cdot a) = \dots$

Gunakan rumus ini:  $a \cdot B = \frac{1}{2}(aB - Ba)$  dan  $B \cdot a = \frac{1}{2}(Ba - aB)$

(3)  $abc = (2e_1 + e_2 + 2e_3)(e_1 + e_2 - 3e_3)(c_1 + 2e_2 + 2e_3) = \dots$

(4)  $I^3 = (e_{123})^3 = (e_1 e_2 e_3)^3 = (e_1 e_2 e_3)(e_1 e_2 e_3)(e_1 e_2 e_3) = \dots$

## Soal 2 (UAS 2017)

Diketahui sebuah vektor  $\mathbf{v} = e_1 + 2e_2$ .

1. Tuliskan rotor untuk memutar vektor tersebut sebesar  $\phi$
2. Dengan menggunakan rotor tersebut, tentukan bayangan vektor  $v$  ( $v'$ ) jika diputar sebesar  $30^\circ$  berlawanan arah jarum jam.
3. Tentukan bayangan vektor  $v$  ( $v''$ ), jika diputar  $45^\circ$  searah dengan jarum jam.

Jawaban:

$$(1) v' = ve^{j\phi} = v(\cos \phi + j \sin \phi) = v(\cos \phi + e_{12} \sin \phi)$$

(2) Dari rumus 1, ganti  $\phi$  dengan  $30^\circ$

(3) Dari rumus 1, ganti  $\phi$  dengan  $-45^\circ$

## Soal 3 (UAS 2018)

Diketahui multivektor  $C = 7 - e_{12}$  adalah hasil perkalian geometri dua buah vektor  $a$  dan  $b$  ( $C = ab$ ). Jika diketahui vektor  $b = e_1 + e_2$ ,

- a. Hitunglah nilai vektor  $a$
- b. Jika  $d = e_3$ , hitunglah  $E = abd$ , dimana  $a, b$  vektor diatas.

Jawaban:

a)  $\mathcal{C} = ab$

$$a = \mathcal{C}b^{-1}$$

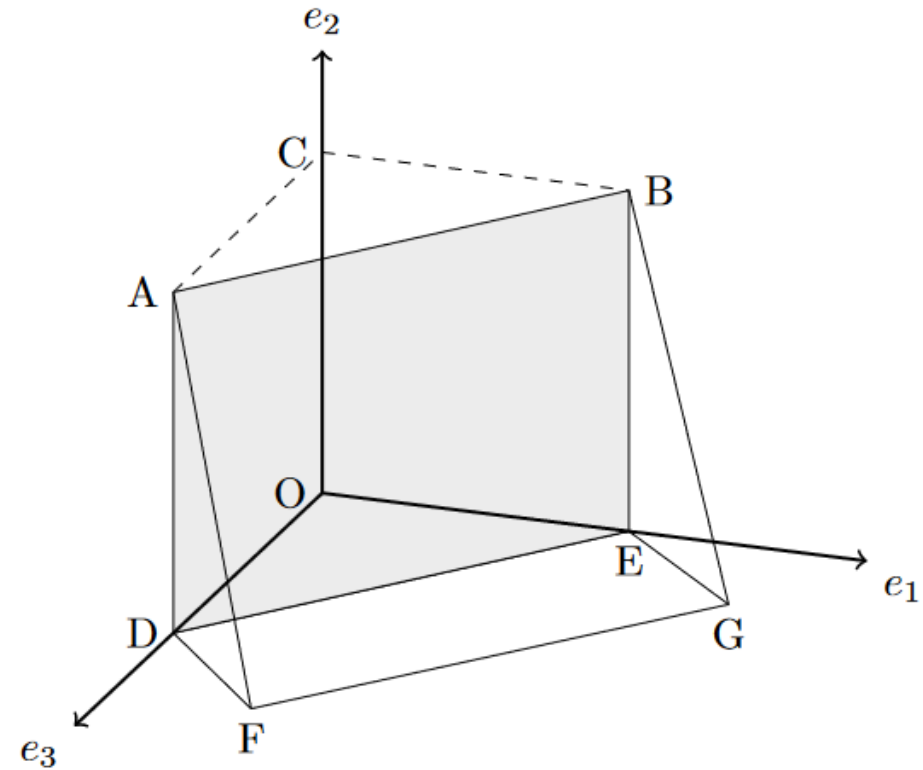
$$\begin{aligned} &= (7 - e_{12}) \left( \frac{e_1 + e_2}{2} \right) = \frac{1}{2} (7e_1 + 7e_2 - e_{12}e_1 - e_{12}e_2) \\ &= \frac{1}{2} (7e_1 + 7e_2 + e_2 - e_1) \\ &= \frac{1}{2} (6e_1 + 8e_2) = 3e_1 + 4e_2 \end{aligned}$$

b)  $E = abd$

$$= (7 - e_{12})e_3 = 7e_3 - e_{123}$$

Diberikan gambar bidang-bidang di  $\mathbb{R}^3$  sebagai berikut:

## Soal 4 (UAS 2019)



Jika bidang  $\overrightarrow{OE} \wedge \overrightarrow{OC} = e_1 \wedge e_2$ , bidang  $\overrightarrow{OC} \wedge \overrightarrow{OD} = e_2 \wedge e_3$ , bidang  $\overrightarrow{OD} \wedge \overrightarrow{OE} = e_3 \wedge e_2$ , dan luas bidang  $\overrightarrow{DF} \wedge \overrightarrow{DE}$  (dimana semua sudutnya siku-siku) sama dengan luas bidang  $e_3 \wedge e_1$ , nyatakan bidang-bidang berikut dalam ekspresi  $e_1, e_2$ , dan  $e_3$

- 1). Bidang  $\overrightarrow{AD} \wedge \overrightarrow{AB}$       2). Bidang  $\overrightarrow{DF} \wedge \overrightarrow{DE}$       3). Bidang  $\overrightarrow{AF} \wedge \overrightarrow{AB}$



Jawaban:

$$1). \vec{AD} = -e_2 \quad \vec{AD} \wedge \vec{AB} = -e_2 \wedge (-e_3 + e_1)$$

$$\vec{AB} = \vec{AC} + \vec{CB} \\ = -e_3 + e_1$$

$$2). \vec{DF} \wedge (-e_3 + e_1) = e_3 e_1 \quad (\vec{AB} = \vec{DE})$$

$$\vec{DF} (-e_3 + e_1) = e_3 e_1$$

$$\vec{DF} = e_3 e_1 (-e_3 + e_1)^{-1} \\ = e_3 e_1 (-e_3 + e_1)$$

$$= e_3 e_1 (-e_3) + 2 e_3 e_1 e_1$$

$$= e_3 e_3 e_1 + 2 e_3 e_1 e_1$$

$$= \frac{e_1 + e_3}{2}$$

$$\vec{DF} \wedge \vec{DE}$$

$$= \left( \frac{e_1 + e_3}{2} \right) \wedge (-e_3 + e_1)$$

$$= e_3 e_1$$

$$3). \vec{AF} \wedge \vec{AB}$$

$$\vec{AD} \wedge \vec{AB} + \vec{DF} \wedge \vec{AB}$$

$$(\vec{AD} + \vec{DF}) \wedge \vec{AB}$$

$$(-e_2 + \left( \frac{e_1 + e_3}{2} \right)) \wedge (-e_3 + e_1)$$