

Seri bahan kuliah Algeo #26

Aljabar Geometri

(Bagian 1)

Bahan kuliah IF2123 Aljabar Linier dan Geometri

Oleh: Rinaldi Munir

Program Studi Teknik Informatika
STEI-ITB

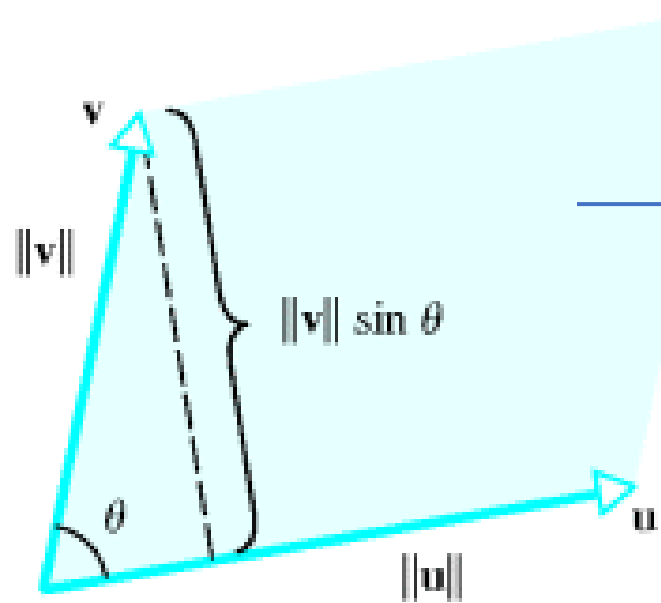
Sumber:

John Vince, *Geometric Algebra for Computer Graphics*. Springer. 2007

Pengantar

- Teori Aljabar Geometri (*geometric algebra*):
 - ditemukan oleh matematikawan Jerman Herman Gunter Grassman (1884)
 - diformulasikan oleh matematikawan Inggris, William Kingdom Clifford
- Aljabar geometri berkaitan dengan perkalian vektor yang menghasilkan luas area, volume, dan objek-objek berdimensi lebih tinggi.
- Jika pada aljabar vector, perkalian silang (*cross product*) dua buah vektor hanya terdefinisi untuk vektor di \mathbb{R}^3 , dan ambigu untuk dimensi yang lebih tinggi, maka di dalam aljabar geometri perkalian lebih dari dua buah vektor dapat dilakukan dengan interpretasi sebagai “luas area bertanda” (*signed area*, akan dijelaskan kemudian)

- Review kembali bahwa di dalam aljabar vektor, *magnitude* dari perkalian menyatakan luas area parallelogram yang dibentuk oleh dua vektor.



Luas parallelogram = A
 $A = \|\mathbf{u} \times \mathbf{v}\| = \|\mathbf{u}\| \|\mathbf{v}\| \sin \theta$

- Review kembali bahwa luas parallelogram yang dibentuk oleh vector \mathbf{u} dan \mathbf{v} sama dengan determinan matriks yang dibentuk oleh kedua vector.
- Karena determinan bisa bernilai negatif, maka Grassman mendukung konsep luas area dan volume yang negatif dengan memperkenalkan konsep **outer product** (akan dijelaskan nanti).

Notasi

- Di dalam aljabar geometri, vektor dilambangkan dengan huruf kecil dicetak miring (jadi bukan huruf kecil dicetak tebal seperti pada aljabar vektor).

Contoh: a, b, c, \dots

- Skalar dilambangkan dengan huruf Yunani (untuk membedakannya dengan vektor).

Contoh: $\alpha, \beta, \gamma, \dots$

Outer Product

- Perkalian dua vektor a dan b dinamakan ***outer product***.

Notasi: $a \wedge b$

Simbol \wedge dinamakan ***wedge product***.

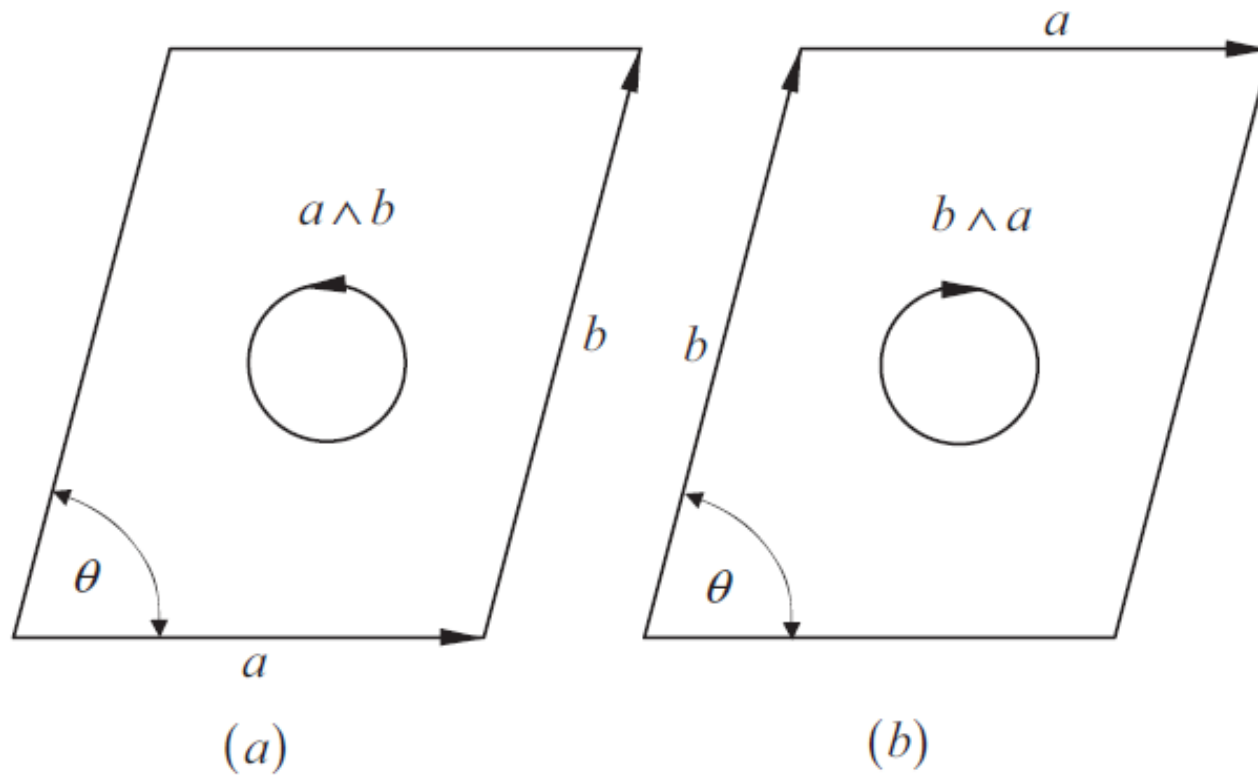
- $a \wedge b$ disebut juga sebagai ***bivector***
- $a \wedge b$ tidak bersifat komutatif, jadi

$$a \wedge b = -b \wedge a$$

- Perbedaan *cross product* dengan *outer product*:

$\mathbf{a} \times \mathbf{b} \rightarrow$ menghasilkan sebuah vektor yang ortogonal dengan \mathbf{a} dan \mathbf{b}

$a \wedge b \rightarrow$ menghasilkan *bivector* yang menggambarkan sebuah area paralelogram bertanda (positif atau negatif) yang dibentuk oleh a dan b , *magnitude*-nya menyatakan luas area tersebut, dan arahnya berlawanan dengan arah jarum jam.

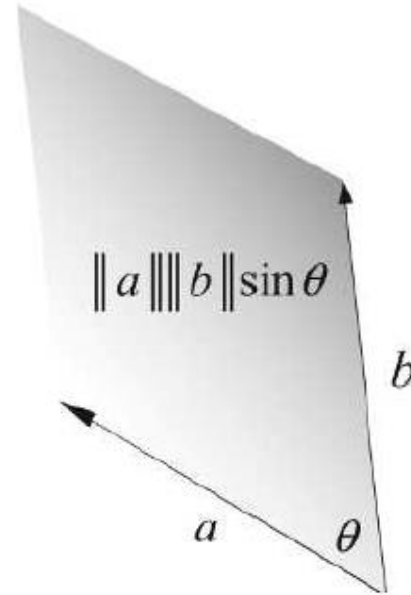


Gambar 1. (a) $a \wedge b$ menghasilkan area yang arahnya berlawanan jarum jam
(b) $b \wedge a$ menghasilkan area yang searah jarum jam

$$a \wedge b = -b \wedge a$$

- *Magnitude* dari *outer product* menyatakan luas area parallelogram yang dibentuk oleh vektor a dan b :

$$\|a \wedge b\| = \|a\| \|b\| \sin \theta$$



- Rumus di atas tidak bertentangan dengan *magnitude* dari *cross product* yang juga menyatakan luas area parallelogram yang dibentuk oleh vektor \mathbf{a} dan \mathbf{b} :

$$\|\mathbf{a} \times \mathbf{b}\| = \|\mathbf{a}\| \|\mathbf{b}\| \sin \theta$$

Sifat-sifat *Outer Product*

1. Non-komutatif:

$$a \wedge b = -b \wedge a$$

2. Distributif:

$$a \wedge (b + c) = a \wedge b + a \wedge c$$

3. Luas vektor parallel = 0

$$\|a \wedge a\| = \|a\| \|a\| \sin 0 = 0$$

Representasi Vektor

- Vektor di dalam aljabar geometri dinyatakan sebagai

$$v = a_1e_1 + a_2e_2 + \dots + a_n e_n$$

yang dalam hal ini e_1, e_2, \dots, e_n adalah vektor-vektor basis satuan di \mathbb{R}^n .

- Misalkan didefinisikan dua buah vektor di \mathbb{R}^2 sebagai berikut:

$$a = a_1e_1 + a_2e_2$$

$$b = b_1e_1 + b_2e_2.$$

Hitung perkalian *outer product* $a \wedge b$:

$$\begin{aligned} a \wedge b &= (a_1 e_1 + a_2 e_2) \wedge (b_1 e_1 + b_2 e_2) \\ &= a_1 b_1 (e_1 \wedge e_1) + a_1 b_2 (e_1 \wedge e_2) + a_2 b_1 (e_2 \wedge e_1) + a_2 b_2 (e_2 \wedge e_2) \end{aligned}$$

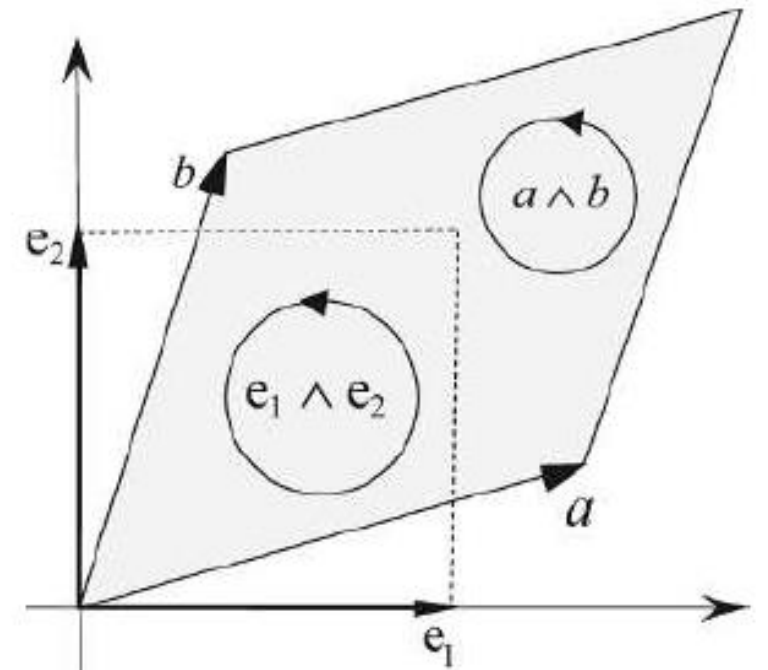
Sulihkan: $e_1 \wedge e_1 = e_2 \wedge e_2 = 0$ dan $e_2 \wedge e_1 = -e_1 \wedge e_2$

$$= a_1 b_2 (e_1 \wedge e_2) - a_2 b_1 (e_1 \wedge e_2)$$

$$= (a_1 b_2 - a_2 b_1) (e_1 \wedge e_2).$$

← skalar ← bivector
← satuan ←

- $a_1 b_2 - a_2 b_1$ menyatakan luas area parallelogram
- Jadi, *outer product* $a \wedge b$ adalah area skalar dikali dengan *bivector* satuan $e_1 \wedge e_2$
- $e_1 \wedge e_2$ menyatakan bidang yang dibentuk oleh e_1 dan e_2



Sekarang hitung perkalian *outer product* $b \wedge a$:

$$\begin{aligned} b \wedge a &= (b_1 e_1 + b_2 e_2) \wedge (a_1 e_1 + a_2 e_2) \\ &= a_1 b_1 (e_1 \wedge e_1) + a_2 b_1 (e_1 \wedge e_2) + a_1 b_2 (e_2 \wedge e_1) + a_2 b_2 (e_2 \wedge e_2) \end{aligned}$$

Sulihkan: $e_1 \wedge e_1 = e_2 \wedge e_2 = 0$ dan $e_2 \wedge e_1 = -e_1 \wedge e_2$

$$= -(a_1 b_2 - a_2 b_1)(e_1 \wedge e_2)$$

Jadi, $a \wedge b = -b \wedge a$

Contoh 1: Misalkan $a = 3e_1 + 4e_2$ dan $b = 2e_1 - 5e_2$, maka

$$\begin{aligned} a \wedge b &= (a_1b_2 - a_2b_1)(e_1 \wedge e_2) \\ &= ((3)(-5) - (4)(2))(e_1 \wedge e_2) \\ &= (-15 - 8)(e_1 \wedge e_2) \\ &= -23(e_1 \wedge e_2) \end{aligned}$$

- Jadi, $a \wedge b$ menyatakan area parallelogram bertanda (*signed area*), yaitu -23 dikali *bivektor* satuan.
- *Magnitude* $a \wedge b$ adalah $\|a \wedge b\| = \|-23(e_1 \wedge e_2)\| = 23$.

$$\begin{aligned} b \wedge a &= -(a_1b_2 - a_2b_1)(e_1 \wedge e_2) \\ &= -(-23)(e_1 \wedge e_2) \\ &= 23(e_1 \wedge e_2) \end{aligned}$$

Vektor di \mathbb{R}^3

- Misalkan didefinisikan dua buah vektor di \mathbb{R}^3 sebagai berikut:

$$a = a_1e_1 + a_2e_2 + a_3e_3$$

$$b = b_1e_1 + b_2e_2 + b_3e_3$$

- Hitung perkalian *outer product* $a \wedge b$:

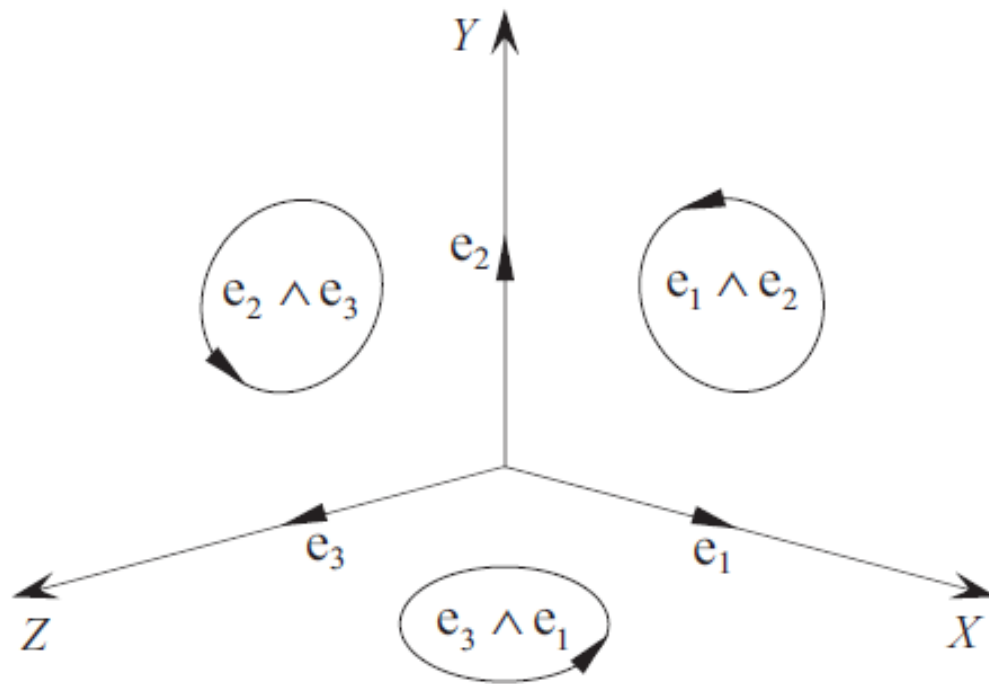
$$\begin{aligned} a \wedge b &= (a_1e_1 + a_2e_2 + a_3e_3) \wedge (b_1e_1 + b_2e_2 + b_3e_3) \\ &= a_1b_1(e_1 \wedge e_1) + a_1b_2(e_1 \wedge e_2) + a_1b_3(e_1 \wedge e_3) + a_2b_1(e_2 \wedge e_1) + a_2b_2(e_2 \wedge e_2) \\ &\quad + a_2b_3(e_2 \wedge e_3) + a_3b_1(e_3 \wedge e_1) + a_3b_2(e_3 \wedge e_2) + a_3b_3(e_3 \wedge e_3) \end{aligned}$$

Sulihkan: $e_1 \wedge e_1 = e_2 \wedge e_2 = e_3 \wedge e_3 = 0$

$$e_2 \wedge e_1 = -e_1 \wedge e_2 \quad e_1 \wedge e_3 = -e_3 \wedge e_1 \quad e_3 \wedge e_2 = -e_2 \wedge e_3$$

$$= a_1 b_2 (e_1 \wedge e_2) - a_1 b_3 (e_3 \wedge e_1) - a_2 b_1 (e_1 \wedge e_2) \\ + a_2 b_3 (e_2 \wedge e_3) + a_3 b_1 (e_3 \wedge e_1) - a_3 b_2 (e_2 \wedge e_3)$$

$$a \wedge b = (a_1 b_2 - a_2 b_1) e_1 \wedge e_2 + (a_2 b_3 - a_3 b_2) e_2 \wedge e_3 + (a_3 b_1 - a_1 b_3) e_3 \wedge e_1$$



Sumbu-x ortogonal dengan $e_2 \wedge e_3$

Sumbu-y ortogonal dengan $e_3 \wedge e_1$

Sumbu-z ortogonal dengan $e_1 \wedge e_2$

Hubungan *Outer Product* dengan *Cross Product*

- Misalkan a dan b adalah dua vektor yang dinyatakan dalam vektor basis i , j , dan k :

$$a = a_1i + a_2j + a_3k$$

$$b = b_1i + b_2j + b_3k$$

- Perkalian silang (*cross product*) a dan b adalah:

$$\begin{aligned} a \times b &= (a_1i + a_2j + a_3k) \times (b_1i + b_2j + b_3k) \\ &= a_1b_1(i \times i) + a_1b_2(i \times j) + a_1b_3(i \times k) + a_2b_1(j \times i) + a_2b_2(j \times j) \\ &\quad + a_2b_3(j \times k) + a_3b_1(k \times i) + a_3b_2(k \times j) + a_3b_3(k \times k). \end{aligned}$$

Dengan mengingat bahwa $i \times i = j \times j = k \times k = 0$

maka
$$a \times b = a_1 b_2 (i \times j) + a_1 b_3 (i \times k) + a_2 b_1 (j \times i) \\ + a_2 b_3 (j \times k) + a_3 b_1 (k \times i) + a_3 b_2 (k \times j)$$

dan mengingat bahwa $j \times i = -i \times j$ $k \times j = -j \times k$ $i \times k = -k \times i$

$$= a_1 b_2 (i \times j) - a_1 b_3 (k \times i) - a_2 b_1 (i \times j) \\ + a_2 b_3 (j \times k) + a_3 b_1 (k \times i) - a_3 b_2 (j \times k). \\ = (a_2 b_3 - a_3 b_2) j \times k + (a_3 b_1 - a_1 b_3) k \times i + (a_1 b_2 - a_2 b_1) i \times j$$

Dengan mengganti $i, j,$ dan k dengan $e_1, e_2,$ dan $e_3,$ bandingkan dengan $a \wedge b:$

$$a \wedge b = (a_2 b_3 - a_3 b_2) e_2 \wedge e_3 + (a_3 b_1 - a_1 b_3) e_3 \wedge e_1 + (a_1 b_2 - a_2 b_1) e_1 \wedge e_2$$

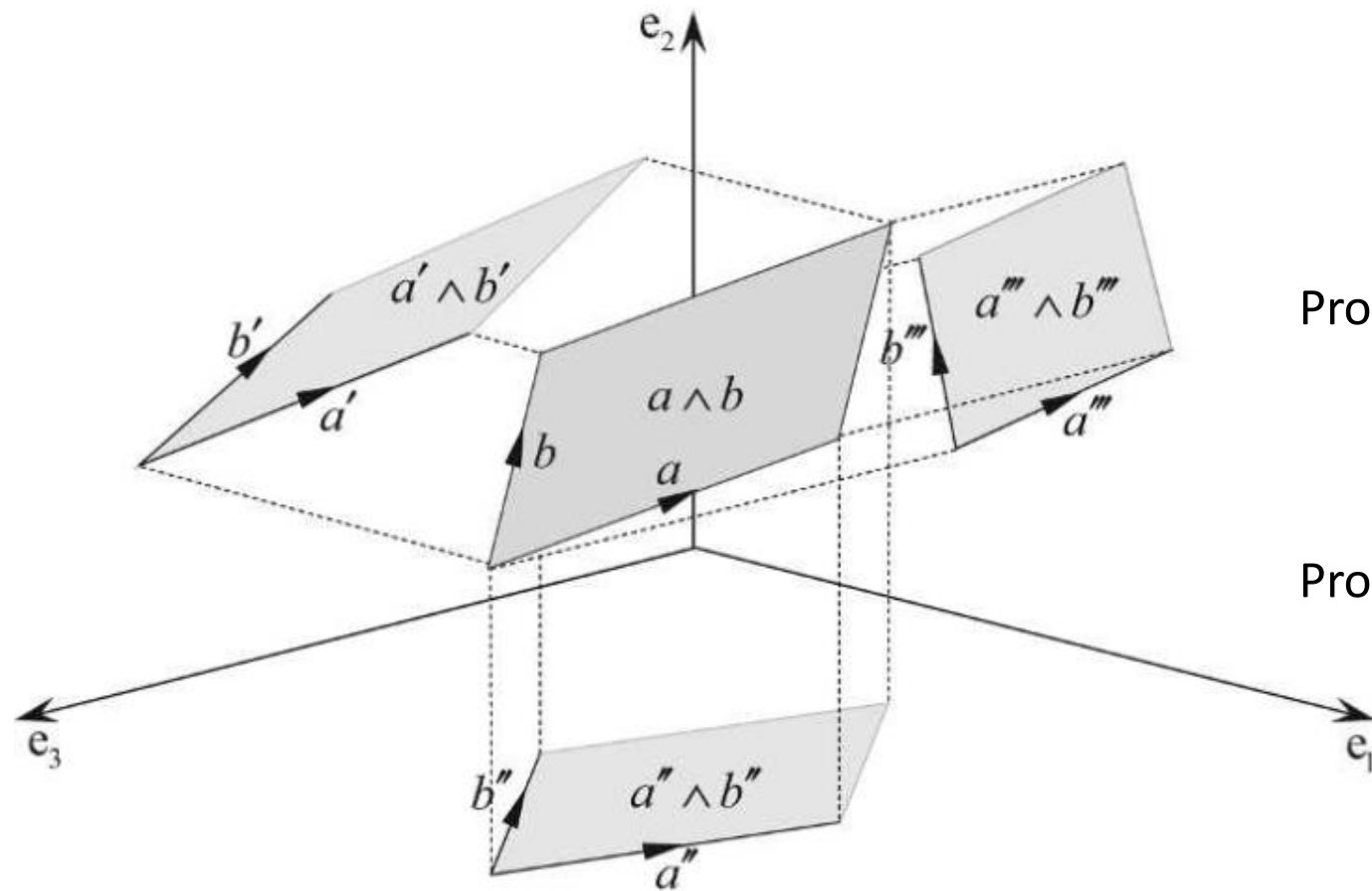
$$a \times b = (a_2 b_3 - a_3 b_2) e_2 \times e_3 + (a_3 b_1 - a_1 b_3) e_3 \times e_1 + (a_1 b_2 - a_2 b_1) e_1 \times e_2$$

- Perhatikan dari keduanya:

$$a \wedge b = (a_2b_3 - a_3b_2)e_2 \wedge e_3 + (a_3b_1 - a_1b_3)e_3 \wedge e_1 + (a_1b_2 - a_2b_1)e_1 \wedge e_2$$

$$a \times b = (a_2b_3 - a_3b_2)e_2 \times e_3 + (a_3b_1 - a_1b_3)e_3 \times e_1 + (a_1b_2 - a_2b_1)e_1 \times e_2$$

- Pada *cross product*, komponen $(a_2b_3 - a_3b_2)$, $(a_3b_1 - a_1b_3)$, $(a_1b_2 - a_2b_1)$ adalah komponen vektor yang ortogonal dengan a dan b
- Sedangkan pada *outer product*, komponen $(a_2b_3 - a_3b_2)$, $(a_3b_1 - a_1b_3)$, $(a_1b_2 - a_2b_1)$ menyatakan luas area bertanda yang diproyeksikan pada bidang yang didefinisikan oleh unit bivektor $e_2 \wedge e_3$, $e_3 \wedge e_1$, dan $e_1 \wedge e_2$.



Proyeksi a dan b pada bidang $e_1 \wedge e_2$ adalah:

$$a''' = a_1 e_1 + a_2 e_2$$

$$b''' = b_1 e_1 + b_2 e_2$$

Proyeksi a dan b pada bidang $e_2 \wedge e_3$ adalah:

$$a' = a_2 e_2 + a_3 e_3$$

$$b' = b_2 e_2 + b_3 e_3$$

Proyeksi a dan b pada bidang $e_3 \wedge e_1$ adalah:

$$a'' = a_1 e_1 + a_3 e_3$$

$$b'' = b_1 e_1 + b_3 e_3$$

Proyeksi $a \wedge b$ pada bidang $e_1 \wedge e_2$ adalah $a''' \wedge b''' = (a_1 b_2 - a_2 b_1) e_1 \wedge e_2$

Proyeksi $a \wedge b$ pada bidang $e_2 \wedge e_3$ adalah $a' \wedge b' = (a_2 b_3 - a_3 b_2) e_2 \wedge e_3$

Proyeksi $a \wedge b$ pada bidang $e_3 \wedge e_1$ adalah $a'' \wedge b'' = (a_3 b_1 - a_1 b_3) e_3 \wedge e_1$

Contoh 2: Tinjau dua vektor a dan b di \mathbb{R}^3 sebagai berikut:

$$a = a_1 e_1 + a_2 e_2 + a_3 e_3$$

$$b = b_1 e_1 + b_2 e_2 + b_3 e_3$$

Misalkan $a_1 = 1, a_2 = 0, a_3 = 1 \rightarrow a = e_1 + e_3$

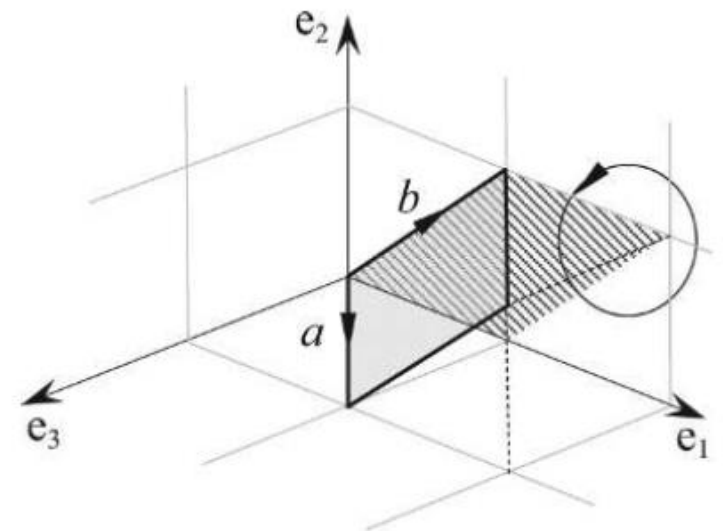
$$b_1 = 1, b_2 = 1, b_3 = 0 \rightarrow b = e_1 + e_2$$

Maka

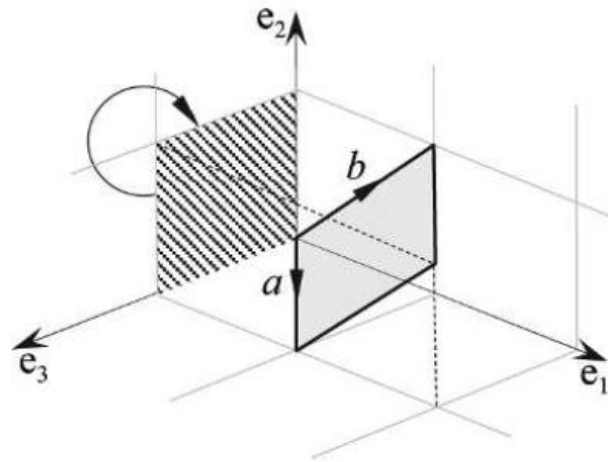
$$a \wedge b = (a_1 b_2 - a_2 b_1) e_1 \wedge e_2 + (a_2 b_3 - a_3 b_2) e_2 \wedge e_3 + (a_3 b_1 - a_1 b_3) e_3 \wedge e_1$$

$$a \wedge b = (1) e_1 \wedge e_2 + (-1) e_2 \wedge e_3 + (1) e_3 \wedge e_1.$$

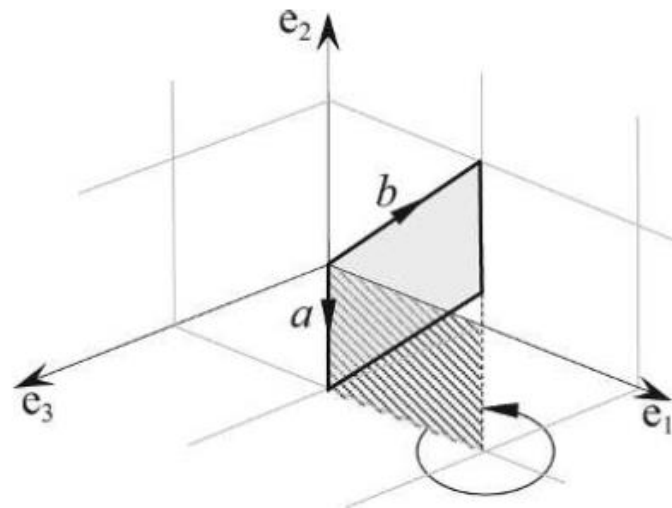
Luas area bertanda yang diproyeksikan pada bidang $e_1 \wedge e_2$ (bagian yang diarsir) adalah +1



Luas area bertanda yang diproyeksikan pada bidang $e_2 \wedge e_3$ adalah -1



Luas area bertanda yang diproyeksikan pada bidang $e_3 \wedge e_1$ adalah $+1$



Luas parallelogram yang dibentuk oleh a dan b adalah $\|a \wedge b\| = \|a\| \|b\| \sin \theta$. Perlu dihitung sudut θ terlebih dahulu. Dengan menggunakan *dot product* bahwa

$$\cos \theta = \frac{a \cdot b}{\|a\| \|b\|} = \frac{(1)(1) + (0)(1) + (1)(0)}{\sqrt{1^2 + 0^2 + 1^2} \sqrt{1^2 + 1^2 + 0^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \rightarrow \theta = 60^\circ$$

Maka, luas parallelogram yang dibentuk oleh a dan b adalah

$$\|a \wedge b\| = \|a\| \|b\| \sin \theta = \sqrt{2} \sqrt{2} \sin 60^\circ = (2)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \sqrt{3}$$

Luas parallelogram yang $\sqrt{3}$ ini berkaitan dengan luas area ketiga proyeksi tadi. Perhatikan bahwa

$$a \wedge b = (a_1 b_2 - a_2 b_1) e_1 \wedge e_2 + (a_2 b_3 - a_3 b_2) e_2 \wedge e_3 + (a_3 b_1 - a_1 b_3) e_3 \wedge e_1$$

$$a \wedge b = (1) e_1 \wedge e_2 + (-1) e_2 \wedge e_3 + (1) e_3 \wedge e_1.$$

maka

$$\|a \wedge b\| = \sqrt{(1)^2 + (-1)^2 + (1)^2} = \sqrt{3}$$

- *Cross product* terdefinisi dengan baik untuk vektor-vektor di \mathbb{R}^3 , tetapi ambigu untuk dimensi yang lebih tinggi.
- Sedangkan *outer product* dapat diterapkan untuk mengalikan vektor-vektor pada dimensi yang lebih tinggi.

Contoh 3: Misalkan a dan b adalah vektor-vektor di \mathbb{R}^4 sebagai berikut

$$a = a_1e_1 + a_2e_2 + a_3e_3 + a_4e_4$$

$$b = b_1e_1 + b_2e_2 + b_3e_3 + b_4e_4$$

Outer-product-nya adalah:

$$a \wedge b = (a_1e_1 + a_2e_2 + a_3e_3 + a_4e_4) \wedge (b_1e_1 + b_2e_2 + b_3e_3 + b_4e_4)$$

$$\begin{aligned}
a \wedge b &= a_1 b_1 (e_1 \wedge e_1) + a_1 b_2 (e_1 \wedge e_2) + a_1 b_3 (e_1 \wedge e_3) + a_1 b_4 (e_1 \wedge e_4) \\
&\quad + a_2 b_1 (e_2 \wedge e_1) + a_2 b_2 (e_2 \wedge e_2) + a_2 b_3 (e_2 \wedge e_3) + a_2 b_4 (e_2 \wedge e_4) \\
&\quad + a_3 b_1 (e_3 \wedge e_1) + a_3 b_2 (e_3 \wedge e_2) + a_3 b_3 (e_3 \wedge e_3) + a_3 b_4 (e_3 \wedge e_4) \\
&\quad + a_4 b_1 (e_4 \wedge e_1) + a_4 b_2 (e_4 \wedge e_2) + a_4 b_3 (e_4 \wedge e_3) + a_4 b_4 (e_4 \wedge e_4) \\
&= (a_1 b_2 - a_2 b_1) (e_1 \wedge e_2) + (a_2 b_3 - a_3 b_2) (e_2 \wedge e_3) + (a_3 b_1 - a_1 b_3) (e_3 \wedge e_1) \\
&\quad + (a_1 b_4 - a_4 b_1) (e_1 \wedge e_4) + (a_2 b_4 - a_4 b_2) (e_2 \wedge e_4) + (a_3 b_4 - a_4 b_3) (e_3 \wedge e_4)
\end{aligned}$$

→ menghasilkan enam *bivector*

Contoh 3: Hitung luas parallelogram yang dibentuk oleh vektor-vektor

$$a = e_1 + e_3 + e_4 \quad \text{dan} \quad b = e_1 + e_2 + e_4$$

Jawaban: Luas parallelogram adalah $\|a \wedge b\| = \|a\| \|b\| \sin \theta$

$$\|a\| = \sqrt{(1)^2 + (1)^2 + (1)^2} = \sqrt{3} \qquad \|b\| = \sqrt{(1)^2 + (1)^2 + (1)^2} = \sqrt{3}$$

$$\cos \theta = \frac{a \cdot b}{\|a\| \|b\|} = \frac{(1)(1) + (0)(1) + (1)(0) + (1)(1)}{\sqrt{3}\sqrt{3}} = \frac{2}{3} \rightarrow \theta = 48.19^\circ$$

$$\text{Sehingga, } \|a \wedge b\| = \|a\| \|b\| \sin \theta = \sqrt{3} \sqrt{3} \sin 48.19^\circ = 2.2361$$

$$\begin{aligned} \text{Cara lain: } a \wedge b &= (a_1 b_2 - a_2 b_1)(e_1 \wedge e_2) + (a_2 b_3 - a_3 b_2)(e_2 \wedge e_3) + (a_3 b_1 - a_1 b_3)(e_3 \wedge e_1) \\ &\quad + (a_1 b_4 - a_4 b_1)(e_1 \wedge e_4) + (a_2 b_4 - a_4 b_2)(e_2 \wedge e_4) + (a_3 b_4 - a_4 b_3)(e_3 \wedge e_4) \\ &= (1)(e_1 \wedge e_2) + (-1)(e_2 \wedge e_3) + (1)(e_3 \wedge e_1) + (-1)(e_2 \wedge e_4) + (1)(e_3 \wedge e_4) \end{aligned}$$

$$\text{maka } \|a \wedge b\| = \sqrt{(1)^2 + (-1)^2 + (1)^2 + (-1)^2 + (1)^2} = \sqrt{5} = 2.2361$$

Latihan Soal UAS 2019

Diketahui dua buah vector:

$$a = 2e_1 + 2e_2 + e_3$$

$$b = 3e_1 + 2e_2 - 2e_3$$

- (a) Hitunglah luas jajaran genjang yang dibentuk oleh vektor a dan b
(b) Luas bayangan jajaran genjang (a) pada bidang $e_1 \wedge e_2$

Jawaban:

- (a) Luas jajaran genjang (parallelogram) yang dibentuk oleh a dan b adalah $\|a \wedge b\|$

$$\begin{aligned} a \wedge b &= (2e_1 + 2e_2 + e_3) \wedge (3e_1 + 2e_2 - 2e_3) \\ &= 6(e_1 \wedge e_1) + 4(e_1 \wedge e_2) - 4(e_1 \wedge e_3) + 6(e_2 \wedge e_1) + 4(e_2 \wedge e_2) - 4(e_2 \wedge e_3) \\ &\quad + 3(e_3 \wedge e_1) + 2(e_3 \wedge e_2) - 2(e_3 \wedge e_3) \\ &= 0 + 4(e_1 \wedge e_2) - 4(e_1 \wedge e_3) + 6(e_2 \wedge e_1) + 0 - 4(e_2 \wedge e_3) \\ &\quad + 3(e_3 \wedge e_1) + 2(e_3 \wedge e_2) - 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
a \wedge b &= 0 + 4(e_1 \wedge e_2) - 4(e_1 \wedge e_3) + 6(e_2 \wedge e_1) + 0 - 4(e_2 \wedge e_3) \\
&\quad + 3(e_3 \wedge e_1) + 2(e_3 \wedge e_2) - 0 \\
&= 4(e_1 \wedge e_2) - 6(e_1 \wedge e_2) + 4(e_3 \wedge e_1) + 3(e_3 \wedge e_1) - 4(e_2 \wedge e_3) - 2(e_2 \wedge e_3) \\
&= -2(e_1 \wedge e_2) - 6(e_2 \wedge e_3) + 7(e_3 \wedge e_1)
\end{aligned}$$

$$\text{Luas jajaran genjang} = \|a \wedge b\| = \sqrt{(-2)^2 + (-6)^2 + (7)^2} = \sqrt{4 + 36 + 49} = \sqrt{89}$$

(b) Luas bayangan jajaran genjang (a) pada bidang $e_1 \wedge e_2$ adalah luas proyeksi jajaran genjang pada bidang $e_1 \wedge e_2$. Proyeksi $a \wedge b$ pada bidang $e_1 \wedge e_2$ adalah $-2(e_1 \wedge e_2)$, sehingga luas bertandanya (*signed area*) adalah -2 .

Latihan Soal Mandiri

1. (Soal UAS 2017)

Diberikan tiga buah vektor:

$$\mathbf{a} = 2\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3$$

$$\mathbf{b} = 3\mathbf{e}_1 + 5\mathbf{e}_2 - 2\mathbf{e}_3$$

$$\mathbf{c} = -\mathbf{e}_1 + 2\mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_3$$

Hitunglah :

1). $a \wedge b$ 2). $\|a \wedge b\|$

2. (Soal UAS 2017)

Diketahui tiga buah vektor :

$$\mathbf{a} = e_1 + e_2 - 2e_3; \quad \mathbf{b} = e_1 - e_2 + 2e_3; \quad \mathbf{c} = 2e_1 + e_2 - 2e_3$$

1. Tentukan luas bayangan yang merupakan proyeksi dari bidang yang dibentuk oleh vektor \mathbf{a} dan vektor \mathbf{b} pada bidang $(e_1 \wedge e_2)$