Solusi Kuis 2 IF2123 Aljabar Linier dan Geometri

4 Oktober 2021

Waktu: 55 menit

Sifat: Open book

Setiap soal nilainya 25

1. Diketahui tiga buah titik P(2, 6, 1), Q(4, 2, 8), dan R(-8, 4, 10).
2. Dengan menggunakan normal bidang, tentukan persamaan bidang yang melalui titik P, Q, dan R
3. Jika S(-2, 0, 1) adalah sebuah titik yang tidak terletak pada bidang dari jawaban a di atas, tentukan panjang proyeksi vektor PS pada vektor PQ tersebut dan sudut yang dibentuk vektor PS dengan PQ.

Jawaban:

1. **n** = **PQ** × **PR**

 **PQ** = (4, 2, 8) – (2, 6, 1) = (2, -4, 7)

 **PR** = (-8, 4, 10) – (2, 6, 1) = (-10, -2, 9)

 **n** = **PQ** × **PR** = $\left|\begin{matrix}i&j&k\\2&-4&7\\-10&-2&9\end{matrix}\right|$= -22**i** – 88**j** – 44**k**

Jadi, **n** = (-22, -88, -44)

Persamaan bidang yang melalui titik P sebagai acuan adalah:

 a(x – x0) + b(y – y0) + c(z – z0) = 0

 -22(x – 2) – 88(y – 6) – 44(z – 1) = 0

 -22x + 44 – 88y + 528 - 44z + 44 = 0

 -22x – 88y – 44z + 616 = 0

 x + 4y + 2z - 28 = 0

b) **PS** = (-2, 0, 1) – (2, 6, 1) = (-4, -6, 0)

 Proyeksi vektor **PS** pada vektor **PQ** misalkan adalah **x**:

 $$x = \frac{PS ∙PQ}{\left‖PQ\right‖^{2}} PQ= \frac{\left(-4\right)\left(2\right)+\left(-6\right)\left(-4\right)+\left(0\right)\left(7\right)}{2^{2}+(-4)^{2}+\left(7\right)^{2}} \left(2, -4, 7\right) = \frac{16}{69}\left(2, -4,7\right)=\left(\frac{32}{69}, -\frac{64}{69},\frac{112}{69}\right) $$

$ $Panjang **x** = $\left‖x\right‖= \sqrt{(\frac{32}{69})^{2}+(-\frac{64}{69})^{2}+(\frac{112}{69})^{2}}$ = $\frac{16}{69}\sqrt{6}9$

Sudut yang dibentuk oleh vektor PS dan vektor PQ adalah:

 Cos θ = $\frac{PS ∙ PQ}{\left‖PS\right‖ \left‖PQ\right‖}= \frac{\left(-4\right)\left(2\right)+\left(-6\right)\left(-4\right)+\left(0\right)\left(7\right)}{\sqrt{(-4)^{2}+(-6)^{2}+0^{2}} \sqrt{2^{2}+(-4)^{2}+\left(7\right)^{2}}}$=$\frac{16}{\sqrt{52}\sqrt{69}}= \frac{16}{\sqrt{3588}}=0.267$

 θ = 74.51°

2. Diketahui empat buah titik A(0,1,0); B(2,1,2), C(3,2,1); D(3,1,2).

a) Hitunglah luas segitiga yang dibentuk oleh A,C, dan D

b) Jika tiga titik A,C,D merupakan alas dari paralelpiped A,B,C,D, hitunglah volumenya.

Jawaban:





1. Diketahui sistem persamaan linear sbb :

 

1. Tentukanlah basisnya
2. Tentukanlah dimensinya.

Jawaban:





1. Misalkan B1 = {u1, u2} dan B2 = {v1, v2} adalah basis-basis untuk ruang vektor R2, yang dalam hal ini u1 = (2, 2), u2 = (4, -1), v1 = (1, 3) dan v2 = (-1, -1)
2. Tentukan matriks transisi dari B1 ke B2
3. Tentukan koordinat vektor **w** = (5, -3) relatif pada basis B1 lalu gunakan matriks transisi dari B1 ke B2 untuk menghitung koordinat vektor **w** relatif pada basis B2
4. Lalu tentukan vektor **w** dengan basis B2 tersebut.

Jawaban:

1. Pada kasus ini, B1 = basis lama, dan B2 = basis baru

 [ basis baru | basis lama ] = OBE

$\left(\begin{matrix}0&-5/2\\-2&-13/2\end{matrix}\right)$

$\left(\begin{matrix}2&4\\2&-1\end{matrix}\right)$

 Matriks transisi adalah PB1→B2 = $\left(\begin{matrix}0&-5/2\\-2&-13/2\end{matrix}\right)$

1. **w** = c1u1 + c2u2 → (5, -3) = c1(2, 2) + c2(4, -1)

Diperoleh SPL:

2c1 + 4c2 = 5

2c1 – c2 = -3

Solusi: c1 = -7/10; c2 = 8/5

Jadi, koordinat **w** relative pada basis B1 adalah (**w**)B1 = (-7/10, 8/5)

Koordinat vektor **w** relative pada basis B2 adalah:

 (**w**)B2 = $\left(\begin{matrix}0&-5/2\\-2&-13/2\end{matrix}\right)\left(\begin{matrix}-7/10\\8/5\end{matrix}\right)= \left(\begin{matrix}-4\\-9\end{matrix}\right)$

(Periksa kebenaran koordinat relative w pada basis B2 sbb:

 (5, -3) = c1v1 + c2v2 = c1(1, 3)+ c2(-1, -1)

 Diperoleh SPL:

 c1 – c2 = 5

 3c1 – c2 = -3

 Solusi: c1 = -4 dan c2 = -9

Jadi, koordinat **w** relative pada basis B2 adalah (**w**)B2 = (-4, -9)

1. Vektor **w** pada basis B2 adalah: w’ = c1v1 + c2 v2 = -4(1, 3) – 9(-1, -1)

 = (-4, -12) + (9, 9) = (5, -3)

Tidak berubah (tetap). Yang beruba adalah koordinatnya.