Solusi Kuis 1 Algeo

Senin, 13 September 2021

1. Diketahui sistem persamaan linear (x*,y,z* adalah variabel, dan *a* adalah konstanta) sebagai berikut :

   $x+2y-3z = 4$
   $3x-y+5z= 2$
   $4x+y+(a^2-14)z = a+2$

   Tentukan nilai *a* sehingga solusi sistem persamaan linear di atas :

   a. Mempunyai solusi tunggal
   b. Mempunya solusi banyak
   c. Tidak mempunyai solusi

   Jawaban:

a. Agar Sistem Persamaan Linear tersebut mempunyai solusi tunggal maka haruslah a tidak sama dengan 4, dan a juga tidak sama dengan -4

b. Agar Sistem Persamaan Linear tersebut mempunyai solusi banyak maka haruslah a sama dengan 4

c. Agar Sistem Persamaan Linear tersebut tidak mempunyai solusi maka haruslah a sama dengan -4

2. Diberikan matriks A sebagai berikut :

$$A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$$

Jika diketahui det(A) = 5 dan t = 2, maka hitunglah determinan

I). $(3A^{-1})$

II). $\begin{pmatrix} 2a & 2b & 2c \\ g & h & i \\ 3d & 3e & 3f \end{pmatrix}$

III). $\begin{pmatrix} a+td & b+te & c+tf \\ d+ta & e+tb & f+tc \\ g & h & i \end{pmatrix}$

Semua jawaban harus dituliskan langkah-langkahnya, TIDAK BOLEH langsung jawab akhir.

<u>Jawaban</u>:

<u>Jawab</u>:

I). $\det(3A^{-1}) = 3^3 \det(A^{-1})$

$$= 27 \frac{1}{\det(A)} = \frac{27}{5} \;//$$

II)

$$\det\begin{pmatrix} 2a & 2b & 2c \\ g & h & i \\ 3d & 3e & 3f \end{pmatrix} = (2)(3)\det\begin{pmatrix} a & b & c \\ g & h & i \\ d & e & f \end{pmatrix}$$

$$= (2)(3)(-1)\det\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix} = (2)(3)(-1)(5)$$

$$= -30 \,/\!/$$

III)

$$\det\begin{pmatrix} a+td & b+te & c+tf \\ d+ta & e+tb & f+tc \\ g & h & i \end{pmatrix}$$

$$\underset{OBE}{\overset{R_1 \leftarrow R_1 - t.R_2}{\sim}} \det\begin{pmatrix} a-t^2a & b-t^2b & c-t^2c \\ d+ta & e+tb & f+tc \\ g & h & i \end{pmatrix} =$$

$$(1-t^2)\det\begin{pmatrix} a & b & c \\ d+ta & e+tb & f+tc \\ g & h & i \end{pmatrix} \underset{OBE}{\overset{R_2 \leftarrow R_2 - t.R_1}{\sim}}$$

$$(1-t^2)\det\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix} = (1-2^2)(5)$$

$$= (-3)(5)$$

$$= -15 \,/\!/$$

3. Diberikan sebuah matriks sebgai berikut:

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 & 5 & 3 \\ -2 & -7 & 0 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Hitung determinan matriks di atas dengan cara reduksi baris (operasi baris elementer).

Jawaban:

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 & 5 & 3 \\ -2 & -7 & 0 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \text{ R2 + 2R1; R4 - 2R3 } \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & -1 & 2 & 6 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \text{ R5 – R4 } \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & -1 & 2 & 6 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Determinan = (1)(-1)(1)(2) = –2

4. Diketahui sebuh sistem persamaan linier homogen Ax = 0 sebagai berikut:

$$\begin{aligned} 2x - y - 3z &= 0 \\ -x + 2y - 3z &= 0 \\ x + y + 4z &= 0 \end{aligned}$$

(a) Tentukan determinan matriks A pada persamaan di atas dengan ekspansi kofaktor
(b) Tentukan adj(A),yaitu matriks adjoin A
(c) Tentukan balikan (inverse) matriks A dengan menggunakan adj(A)
(d) Apakah sistem persamaan linier homogen di atas memiliki solusi trivial atau non-trivial? Jelaskan

Jawaban:

(a) $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -3 \\ -1 & 2 & -3 \\ 1 & 1 & 4 \end{bmatrix}$

$$\det(A) = 2\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} - (-1)\begin{bmatrix} -1 & -3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} - 3\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = 2(8 - (-3)) + (-4 + 3) - 3(-1 - 2)$$

$$= 22 - 1 + 9 = 30$$

(b) Matriks kofaktor = $\begin{bmatrix} \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} -1 & -3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} -1 & -3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} -1 & -3 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -1 & -3 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 & 1 & -3 \\ 1 & 11 & -3 \\ 9 & 9 & 3 \end{bmatrix}$

Adj(A) = transpose matriks cofactor = $\begin{bmatrix} 11 & 1 & 9 \\ 1 & 11 & 9 \\ -3 & -3 & 3 \end{bmatrix}$

(c) $A^{-1} = \frac{1}{\det(A)}$ adj(A) = $\frac{1}{30}\begin{bmatrix} 11 & 1 & 9 \\ 1 & 11 & 9 \\ -3 & -3 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11/30 & 1/30 & 9/30 \\ 1/30 & 11/30 & 9/30 \\ -3/30 & -3/30 & 3/30 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11/30 & 1/30 & 3/10 \\ 1/30 & 11/30 & 3/10 \\ -1/10 & -1/10 & 1/10 \end{bmatrix}$

(d) Karena A memiliki balikan (A^{-1} ada), maka SPL homogen memiliki solusi trivial (yaitu solusinya hanyalah x1 = x2 = x3 = 0)